המתמטיקה על פי הרפורמה לעומת המתמטיקה הבסיסית: הבנת הקונפליקט והתמודדות איתו

Reform Mathematics vs. The Basics: Understanding the Conflict and Dealing with It

מאת: John A. Van de Walle, Virginia Commonwealth University

הרצאה שניתנה בכינוס השנתי ה- 77 של ה- NCTM, 23 באפריל 1999.
מופיע באתר האינטרנט: http://www.mathematicallysane.com/
תרגום: ברכה סגליס

עשר שנים לאחר שה- NCTM פרסמו את ה**סטנדרטים לתוכנית לימודים ולהערכה של המתמטיקה בבית הספר** (*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*), נערך בארץ זו [ארה"ב] דיון נוקב בשאלה מה צריך ללמד במתמטיקה וכיצד צריך ללמד זאת. הדיון הדרדר ל"מלחמות מתמטיקה". בצד אחד נמצאים אלו המאמינים בקנאות שתלמידים צריכים ללמוד את "הבסיס". בצד השני נמצאים אלו המאמינים, או חושבים שהם מאמינים, במסר של הסטנדרטים. אלו הם המחנכים המאמינים ב"מתמטיקה רפורמית". הרטוריקה מביאה לעיתים קרובות לאובדן האובייקטיביות, ומה שכל אחד מן הצדדים מאמין בו הינו לעיתים קרובות מעורפל, במקרה הטוב.

הבנת המלחמה

על מנת להבין כיצד הגענו למצב זה של מלחמה, נראה שמן המועיל יהיה להציג כמה הגדרות של **בסיסי ורפורמי**. ראשית ה**בסיס**. זוהי המתמטיקה שהורים ומחוקקים מזהים כמתמטיקה שהם ניסו ללמוד כאשר הם היו בבית הספר. היא מכילה בעיקר חשבון או חישובים. זוהי מציאת תשובות לשאלות כמו "איזה אחוז הם 30 מתוך 87?" זוהי "מציאת ה- X" ושינון נוסחאות. רשימת הפריטים החשובים לפי עמדת הבסיס תכלול בודאי את הדברים הבאים:

- ספירה מדויקת עד 100 או יותר.
- שליטה בעובדות היסוד של ארבע הפעולות.
- מיומנויות חישובי נייר ועיפרון במספרים שלמים, שברים פשוטים ומספרים עשרוניים.
- פתרון בעיות עם אחוזים.
- ידיעה ושימוש בנוסחאות לחישוב שטח והיקף של צורות בסיסיות.
- שליטה בהמרת יחידות מדידה (2 פיינט ברבע גלון, 3רגל בירד וכדו')

1

כמובן שהאמור לעיל הוא פשטני ביותר. ללא קשר לרשימה הספציפית שלך, העמדה של מחנה הבסיס היא שילדים צריכים לדעת "חומר בסיסי" כלשהו. הבסיס הוא מה שילדים צריכים לדעת – תוכן. זוהי מתמטיקה המחפשת את הטריוויאלי.

מתמטיקה רפורמית הינה קשה יותר לאפיון, אבל ניתן למצוא את העמדות העיקריות במסמך הסטנדרטים של 1989. הרפורמים רוצים עבור התלמידים את חמש המטרות המתוארות במסמך: התלמידים צריכים 1) להעריך את המתמטיקה, 2) להרגיש ביטחון ביכולתם לעשות מתמטיקה, 3) להיהפך לפותרי בעיות מתמטיות, 4) ללמוד לתקשר בשפה מתמטית, ו- 5) ללמוד לחשוב בצורה מתמטית. המאמינים במתמטיקה רפורמית מדברים על עוצמה מתמטית, על היכולת לחשוב ולפתור בעיות לא שגרתיות. ארבעת הסטנדרטים התהליכיים (פתרון בעיות, תקשורת, חשיבה וקשרים) הפכו כמעט למנטרה במהלך עשר השנים האחרונות. רפורמה היא על ילדים ועל חשיבה.

שתי עמדות אלו, רפורמית לעומת בסיסית, אינן שני קצוות מנוגדים של אותו הרצף. מצד אחד, הבסיסית נוטה לעסוק בתוכן, במיוחד אודות התוכן של מה שהיה מקובל כאשר המבוגרים של היום היו בבית הספר. מצד שני, הרפורמית שמה יותר דגש על האופן שבו ילדים לומדים וכיצד ניתן להשיג את מטרות התוכן שרוצים.

שוב, זוהי הצגה פשטנית ביותר. מחנה הבסיסיים נקט גם בכמה עמדות קיצוניות. במספר מדינות, כשהדוגמה הראשית היא קליפורניה, המיומנויות המומלצות אינן תמיד הולמות את רמות הגיל המוצעות, ואינן תמיד משקפות את הצרכים החברתיים של היום. מיומנויות רבות, למשל כפל במספרים עשרוניים תלת-ספרתיים, הינן מיושנות בעולם של מחשבונים הזמינים תמיד. ובכמה אזורים מופיעה הדרישה המכבידה להוראה ישירה בלבד, מה ש Tom O'Brien (1999) מכנה, בצורה כה הולמת, "מתמטיקה תוכית". גישה זו מציעה שהילדים יחקו ללא כל מחשבה את מה שהמורה מדגים בתקווה שאיך שהוא חיקוי זה יוביל ללמידה. האם תוכים מבינים? Ernst von Glassersfeld (1995) מדבר על 50 שנה של שליטת הביהיביוריסטים. "הביהביוריסטים הצליחו לחסל את ההבחנה בין **אימון** (לשם ביצוע) לבין **הוראה** המכוונת ליצירת הבנה" (עמוד 4).

גם הרפורמים עשו מספר שגיאות ואשמים בהדגשים מוטעים. בשבחנו את ערכי המחשבון ובדברנו שוב ושוב על החישובים המייגעים, אנו במחנה הרפורמי נכשלנו במתן דגש ליעדי תוכן תקפים רבים שהיו ברשימה הבסיסית הטיפוסית של אבא ואמא. נהיינו כפייתיים בפתרון כל מיני בעיות מעניינות שנגסו זמן משעורי המתמטיקה. (ל- 19 פרות ותרנגולות יש ביחד 54 רגליים. כמה פרות וכמה תרנגולות יש?) יישומים מפורטים ו"הערכה אלטרנטיבית" התערבבו בתוכן בצורה כה רבה עד שלעיתים היה קשה למצוא את המתמטיקה (מתמטיקה של יערות הגשם). אמצעי המחשה, עבודה שיתופית ומחשבונים הפכו לחותמת האיכות של הרפורמה ולא חשוב עד כמה השימוש בחומרים ובשיטות אלו היה שטחי או לא מתאים. בקיצור, שכחנו שיש הרבה מן הבסיסי שהוא עדיין חשוב. עובדות יסוד הן חיוניות! כל הילדים צריכים להיות מסוגלים לעשות חישובים!

אבא ואמא חושבים שאנחנו דוחפים ל"מתמטיקה מעורפלת" ושוכחים מה שחשוב. הרפורמים מרגישים שמחזירים אותם לתקופות החושך באמצעות חוקי המדינה.

ילדים ולמידה

אנו פשוט לא יכולים לחזור לאחור! המתמטיקה התוכית של הביהביוריסטים, גישות של הוראה ישירה מועדות לכישלון. הוכחות לכך ניתן למצוא בכל התקבצות של מבוגרים, אפילו מבוגרים משכילים, שבה כמעט כולם שמחים להכריז שעבורם המתמטיקה היא תעלומה. מרבית המבוגרים מאמינים שהמתמטיקה מורכבת מחוקים חסרי היגיון, ועל אף שזה מאוד חשוב, הם "אף פעם לא היו טובים במתמטיקה". שיטות ישירות המתמקדות בחוקים הכשילו אותם עד כדי אומללות ויכשילו את התלמידים של היום בדיוק באותו האופן.

אנו יודעים כיום רבות אודות האופן שבו ילדים לומדים וכיצד הם לומדים מתמטיקה. יש שפע של הוכחות שהוראה המסתמכת על תאוריית למידה קונסטרוקטיביסטית יעילה יותר מאשר הוראה על ידי אמירה. תוכניות הלימודים התומכות ברפורמה של ה- NSF משקפות כולן, אם כי לא בצורה מושלמת, גישה קונסטרוקטיביסטית ללמידה. מרבית חסידי התנועות הרפורמיות מאמצים את הקונסטרוקטיביזם כהסבר הטוב ביותר לאופן שבו ילדים לומדים. לצערנו, לא הרחקנו די ללכת בכוון הזה, אם נמדוד זאת לפי כיתה טיפוסית בארה"ב.

האמונה הבסיסית של הקונסטרוקטיביזם היא בפשטות זו : **ילדים בונים בעצמם את הידע שלהם**. לבנייה נדרשים כלים. הכלים שבהם משתמשים ילדים כדי לבנות ידע הם הרעיונות שיש להם כבר. להשתמש ברעיונות כדי לבנות רעיונות חדשים פירושו שהילדים צריכים לעסוק בפעילות מנטלית במהלך הלמידה. הם צריכים להעלות ממוחם אותם רעיונות שהם רלבנטיים ולהשתמש בהם כדי לתת משמעות לרעיונות החדשים, או המופיעים, או המשתנים שהם מפתחים.

מאחר שכדי לפתח ידע חדש משתמשים ברעיונות, הרעיונות הקיימים יצטרכו להיות מקושרים לרעיון החדש. התוצאה היא רשת של רעיונות משמעותיים, מקושרים ויעילים. ככל שיש יותר רעיונות וככל שהם יותר מקושרים, ההבנה של הרעיונות טובה יותר. דברים נעשים הגיוניים יותר כאשר הם מקושרים להרבה רעיונות שכבר מובנים.

קונסטרוקטיביזם היא תיאוריה על האופן שבו אנו לומדים. אם היא נכונה אז זוהי הדרך שבה **כל** למידה מתרחשת, אפילו למידה של שינון וכזאת שהיא תוצאה של הוראה ישירה ומתמטיקה תוכית. אבל באילו כלים משתמשים כדי לבנות למידת שינון? למה מקושרת הלמידה החדשה? בדרך כלל אילו לא רעיונות מתמטיים והם לא יבנו רשת של רעיונות מתמטיים. ילדים המחפשים דרך לזכור ש $7\times8=56$ יכולים לציין לעצמם שהמספרים 5, 6, ו- 7, 8, מופיעים לפי סדר המספרים. או שהם יכולים לקשר את המספר 56 ל"עובדת היסוד" המתאימה, מאחר ש- 56 הוא מספר ייחודי בלוח הכפל. אבל כך גם המספר 54. ניתן לקשר שינון חוזר של פרוצדורה לאיזה שהוא דקלום, כמו מנטרה של החוק. למשל "Divide,

(חלק, כפול, חסר והורד למטה.) Multiply, Subtract then Bring down." רצף זה קושר אפילו למשפט כמו "Dirty Monkeys Smell Bad." על מנת לסייע לזיכרון. קישורים כאלה אף פעם לא יצרו רשת יעילה של רעיונות או יפתחו הבנה.

מצד שני, כאשר משתמשים ברעיונות מתמטיים על מנת ליצור רעיונות מתמטיים חדשים, נוצרות רשתות קוגניטיביות יעילות. חיזרו ל 7×8 ותארו לעצמכם כיתה שבה הילדים משוחחים ומשתפים זה את זה בדרכים חכמות לחשב את התוצאה. ילד אחד עשוי לחשוב על 5 קבוצות של שמונה ואחר כך עוד 2 קבוצות של שמונה. אחר אולי למד את 7×7 וציין לעצמו שזה רק שבע אחד יותר. עוד ילד אחר אולי יתבונן ברשימה של 8 קבוצות של שבע וייקח חצי מהם (4×7) ויכפיל את זה פי שתיים. זה אולי יוביל לרעיון שהכפלה פי שתיים של 7 זה 14, והכפלה פי שתיים שלהם זה 28 והכפלה פי שתיים שלהם זה 56. מרבית השיטות הללו מציעות דרכים לחשוב על עובדות אחרות שבהן הכפלה פי שתיים של המספר או חישוב בקבוצות של חמש יכולות להיות שימושיות. התוצאה היא רשת משמעותית של רעיונות.

רשת משמעותית של רעיונות פירושה פחות פרטים לשמר בזיכרון, שיחזור קל יותר של רעיונות אחרי פרקי זמן ממושכים, יישום טוב יותר של רעיונות לבעיות חדשות, ותחושה שהמתמטיקה הגיונית. כאשר אתה מסוגל, או כאשר מסייעים לך לקשר רעיונות חדשים לאילו שכבר נמצאים ברשותך, המידע החדש נראה הגיוני, אתה מבין אותו, וקרוב לודאי שתיזכר בו בקלות. מאידך, כאשר עובדות אינן מקושרות עם דברים שאתה יודע הן נראות זרות ומסתוריות וקרוב לודאי שישכחו או שיבלבלו ביניהן.

רעיון לחשוב עליו

הנחת היסוד העיקרית של מאמר זה היא הבאה:

מרבית, אם לא, כל הרעיונות המתמטיים החשובים ניתנים ללמידה באמצעות פתרון בעיות.

המונח **בעיה** בהצהרה זו משמעותו כל משימה או חקירה

- שבה לא ניתן הסבר לדרך הפיתרון,
- שמתחילה במקום שבו נמצאים הילדים (עם הרעיונות שלהם),
- שיש בה אתגר מתמטי, ו –
- שעבורה קיימת ההבנה שההצדקה וההסבר של תשובות, שיטות, ותוצאות הינן באחריותם של התלמידים.

הבעיה

- יכולה להינתן לתלמידים יחידים, לזוגות או לקבוצות,
- עשויה לכלול עבודה עם חומרים או ציורים, או לכלול רק עבודה בראש, ו –
- יכולה להיות עם או בלי מחשבון.

בעיה צריכה תמיד לכלול ציפייה לדווח בין אם זה בע"פ, בכתב או תוצר אחר כמו כרזה או תרשים.

כוונת ההגדרה הנ"ל היא להרחיב את המושג בעיה כך שיכלול כל משימה הגורמת לילדים להיאבק ולהתמודד עם המתמטיקה שאנו רוצים שהילדים ילמדו. חשוב להבין שיש ללמד מתמטיקה **דרך** פתרון בעיות. כלומר, פתרון בעיות הינו הכלי שבאמצעותו מפתחים את תוכנית הלימודים הרצויה.

מן הראוי לתת מספר דוגמאות:

<u>כיתות גן - א':</u>
קחו שבעה אסימונים. מצאו בכמה דרכים ניתן להפריד את שבעת האסימונים לשתי קבוצות. ציירו תמונות והשתמשו במספרים כדי לספר מה מצאתם.

<u>כיתות ב' - ג':</u>
הכינו ערימה למספר 346. הכינו ערימה אחרת למספר 282. מהי דרך טובה למצוא כמה יש לכם ביחד? נסו זאת! בידקו את התוכנית שלכם על שני המספרים הבאים: 165 ו- 473. התכוננו להסביר את התוכנית שלכם בפני הכיתה.

<u>כיתות ג' – ה':</u>
מיצאו 4 שברים הגדולים מ- 1/2 וקטנים מ- 1. סדרו אותם מהקטן לגדול. כיתבו הסבר כדי לשכנע אותי שאתם צודקים. תמונות הן תמיד רעיון טוב אבל עליכם להשתמש גם בטעון אחר חוץ מתמונה על מנת לשכנע אותי. אתגר: עשו שלכל אחד מהשברים שלכם יהיה מכנה שונה.

חשוב לשים לב שדוגמאות אלו כוללות תוכן מסורתי ביותר. תלמידים העוסקים בבעיות אלו עשויים ל"התקל" ולפתח או לבנות את הרעיונות הרצויים. זה איננו עניין של גילוי אלא ההתפתחות האישית של התכנים הלימודיים המצופים, תוך התבססות על הרעיונות הקיימים של התלמידים. בדוגמה הראשונה שלעיל, תלמידים ימצאו דרכים לחשוב על מספר בשני חלקים. ילדים אחדים יהיו מאוד שיטתיים. אחרים יהיו די אקראיים, כשכל צרוף יהיה כחדש. כאשר הם חולקים ביניהם רעיונות אלו, המחשבות של הכיתה השלמה יסייעו לכל אחד בהתפתחותו. מושגי חלק/שלם הינם הבסיס של עובדות החיבור והחיסור.
בדוגמה השלישית, תלמידים צריכים להיאבק עם גודל של שברים. הם יצטרכו להשתמש במה שהם מבינים אודות המשמעות של המספרים מעל ומתחת לקו השבר ועל הגודל היחסי של חלקים שבריים. אחדים עשויים ללמוד מהאחרים בקבוצתם, מאחר שזה נדיר שכל התלמידים בכיתה שולטים במושגים בסיסיים של שברים. אחדים אולי ישתמשו במודלים מוחשיים אבל ההסברים שיתפתחו בסוף השיעור יהיו מעבר להמחשה פשוטה עם חלקי שברים. חישובים ואומדן נבנים בקלות רבה יותר כשיש בסיס של מושגים טובים כאלה על שברים.

מדוע?

יש להודות, הוראה דרך פתרון בעיות הינה משימה קשה בהשוואה להוראה ישירה של מורה המונחית על ידי ספר לימוד בסיסי מסורתי. מדוע ירצה מישהו ללכת בדרך קשה זו? הנה כמה סיבות טובות:

1. פתרון בעיות מכוון את תשומת הלב של התלמיד ל**רעיונות** ול**חיפוש היגיון** במקום על מילוי ההוראות של המורה.
2. פתרון בעיות מפתח את האמונה של תלמידים שהם מסוגלים **לעשות מתמטיקה** וש**למתמטיקה יש היגיון**.
3. פתרון בעיות מספק נתוני הערכה שוטפים, הניתנים לשימוש לקבלת החלטות לגבי המשך ההוראה, לעזור לתלמידים להצליח ולדווח להורים.
4. זה כיף!

מערך שיעור בשלושה חלקים

שיעור של פתרון בעיות צריך לכלול שלושה מרכיבים: לפני, במהלך ואחרי.

לפני: המשימה שלך בחלק זה של השיעור הוא לגרום לתלמידים להיות מוכנים מנטלית לעבודה על הבעיה. תרצי להיות בטוחה שהם מבינים את המשימה. תרצי להביא אותם לחשוב על סוגי הרעיונות שיעזרו להם ביותר. תרצי להיות בטוחה שהם מבינים מה המחויבויות שלהם מעבר למציאת התשובה. בהתאם למשימה אולי תתני להם לעשות משימה קשורה או פשוטה יותר. עבור מצבים של עריכת חישובים, יתכן ותרצי שהם קודם יבצעו את המשימה בע"פ או יעשו אומדנים וישוו עם האחרים לפני שהם עובדים עם נייר ועיפרון.

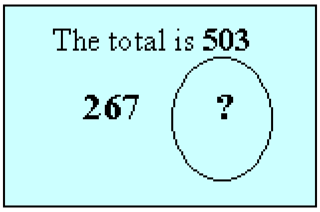
במהלך: מורים רבים מוצאים ששלב זה הוא הקשה ביותר**.** המשימה הראשונה שלך היא **להרפות!** בטחי בתלמידייך. תני להם הזדמנות לעבוד ללא ההנחיה המתמדת שלך, על מנת שהם ישתמשו ברעיונות שלהם ולא יעקבו פשוט אחרי הוראות. היי שומעת פעילה. מצאי במה שונה דרך החשיבה של הילדים או הקבוצות, באילו רעיונות הם משתמשים, כיצד הם ניגשים לבעיה. זהו הזמן להערכה. רשמי הערות. אל תפחדי להציע רמזים, אבל אל תנחי את התלמידים עד לנקודה שבה את נסוגה להוראה ישירה.

אחרי: תני לתלמידים שונים או לקבוצות שונות לשתף זה את זה בפתרונות, גישות והצדקות. אל תעריכי. היי מאזינה קשובה הן לרעיונות טובים והן לרעיונות לא כל כך טובים. דרשי מכל התלמידים להקשיב ותני לכיתה להעריך את הרעיונות של הקבוצות האחרות. "טרל, מה אתה חושב על השיטה של הקבוצה של שרה? האם תוכל לפתור בעיה אחרת בעזרת אותה שיטה? האם אתה חושב שזה עובד בכל מצב?" תני תמיכה למאמצים, אבל **צפי** מהתלמידים לעשות עבודה טובה. מתן שבח לתלמידים בודדים מביא למחשבה שהם עשו משהו יוצא דופן ומהווה משוב שלילי לאלה שאינם מקבלים שבחים. עשיית מתמטיקה טובה מביאה לחיזוקים עצמיים (אינהרנטיים).

תכננו שפע של זמן לחלק זה. על פי רוב זהו הזמן שבו מתרחשת הלמידה הטובה ביותר. עשרים דקות או יותר הם בהחלט זמן סביר לדיון כיתתי טוב ולהחלפת רעיונות.

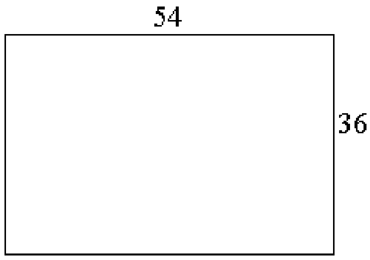
דוגמאות :

<u>כיתות ג' – ה' :</u>



בחלק הראשון של השעור (לפני), בקשי מן התלמידים למצוא את החלק החסר מ- 100 אחרי שתספקי להם חלק אחד. נסי תחילה מספרים כמו 80 או 30, לאחר מכן נסי 47 או 62. תוכלי גם לשאול את התלמידים האם התשובה לבעיה הינה יותר או פחות מ- 300. כעת הרפי. תלמידים יפתחו פה גישה של חיבור כלפי מעלה עבור החיסור.

<u>כיתות ג' – ה' :</u>



כמה ריבועים קטנים (יחידות) יכנסו במלבן שאורכו 54 יחידות ורוחבו 36 יחידות? השתמשו בחלקים של בסיס עשר על מנת לעזור לכם בפיתרון. הכינו תוכנית למציאת סך כל החלקים מבלי שתצטרכו לספור יותר מדי. הסבירו כיצד התוכנית שלכם תעבוד במלבן שיש לו 27 יחידות על 42 יחידות.

דוגמה זו תוכננה על מנת לעזור לתלמידים לפתח שיטה לכפל של שני מספרים דו-ספרתיים. משימות מוקדמות היו יכולות להיות מלבנים של 30 על 8 או 40 על 60. הדיון, או החלק של אחרי, עשוי להתרחש ביום המחרת כששיעור שלם מוקדש לפיתוח סכמות כתובות לפתרון בעיה זו.

<u>כיתות א' – ב' :</u>

אם לא היית יודע את התשובה ל 7 – 12 , באילו דרכים ניתן למצוא את התשובה?

כאן תלמידים שעובדים לבד או בזוגות עשויים להביא מגוון אסטרטגיות עבור עובדה זו. בחלק השלישי של השעור (אחרי), התמקדי באותן אסטרטגיות שהן הכי יעילות. אם אף אחד לא משתמש באסטרטגיה של השלמה לעשר (3 להוסיף ל 7 זה 10 ועוד 2 זה 5), תדעי לתכנן שעור עוקב שיכלול מסגרות של עשר וחיבור-המשך לשם יצירת מספרים בעשרת השנייה.

טיפים והצעות ממורים

הרעיונות הבאים נלמדו ממורים בבית ספר יסודי שעבדו קשה על פיתוח גישה של פתרון בעיות בכיתותיהם.

1. **נבאו! אל תקוו!** כאשר אתם מתכננים משימה אל תסתפקו במחשבה כיצד היא תעבוד אם הכל ילך כשורה. "בתקווה שהילדים יעשו..." במקום זה, חישבו על התלמידים שלכם – על כולם. מה הם קרוב לודאי יעשו. נבאו עד כמה שיותר תגובות אפשריות. היו מוכנים להתמודד איתן. יתכן שתמצאו את עצמכם מחפשים משימה אחרת.
2. **משימות באות בכל מיני גדלים.** שיעור טוב יכול להיות בנוי סביב משימה יחידה. עם זאת, משימות רבות דורשות רק עשר דקות. אחרות עשויות לארוך יומיים או יותר.
3. **מטרת המשימה צריכה להיות ברורה לכם.** אל תבחרו בעיות פשוט משום שהן מעניינות. שאלו תמיד "מהם הרעיונות שהתלמידים יעבדו איתם או יפתחו כאשר הם יעבדו על משימה זו".
4. **בבעיה יש הרבה יותר מאשר התשובה שלה.** לעיתים קרובות מרבית הלמידה מתרחשת במהלך הדיון על התשובה, הדרכים השונות לפיתרון, והחשוב ביותר בהחלטה מדוע התשובה נכונה או שגויה. כאשר המורה קובע עבור התלמידים האם התשובה נכונה או שגויה, הוא מונע דיון. כאשר ילדים מגלים שהם יכולים לקבוע את נכונות התשובות, הם לומדים שיש היגיון במתמטיקה.
5. **אל תבלבלו בעיות פתוחות עם עידוד ליצירתיות.** לבעיות טובות יש לעיתים קרובות דרכים רבות לפיתרון ואלו מובילות לדיונים עשירים. עם זאת, פתרונות פתוחים אינם זהים לעידוד לסיפורים יצירתיים, ציורים אמנותיים, או שהתלמידים ימציאו מספרים משלהם לבעיה. גישות אלו לעיתים קרובות גורעות מן המתמטיקה של המשימה בשעה שהתלמידים משקיעים זמן בצביעה או בכתיבת סיפורים ססגוניים. למספרים המומצאים על ידי תלמידים יש על פי רוב ערך מועט והם יכולים לגרום לקשיים אמיתיים אם נבחרים מספרים שאינם מתאימים.
6. **עשו הבחנה בין מוסכמות לבין רעיונות מושגיים.** דברים רבים במתמטיקה הם תוצאה של מוסכמות משותפות שפותחו במרוצת השנים. עשרות רושמים משמאל למקום האחדות. המונה סופר כמה חלקים של השבר נלקחים בחשבון. מוסכמות אלו צריכות פשוט להיאמר לתלמידים. מושגים או רעיונות מתמטיים ניתנים לפיתוח באמצעות בעיות או עם מינימום של "אמירה מתוך שיקול דעת".

שאלות שכיחות בקשר להוראה דרך פתרון בעיות

להלן שאלות טיפוסיות שיש למורים אודות גישה זו להוראת מתמטיקה הממוקדת בתלמיד.

1. איך אני יכולה ללמד את כל מיומנויות היסוד שאני צריכה?

מושגי מספר, עובדות יסוד ואפילו טכניקות לחישוב ניתנים לפיתוח, כפי שמראות הדוגמאות המופיעות במאמר זה. ניתן לחקור כבעיה אפילו אלגוריתם סטנדרטי אחרי שתלמידים ממציאים מגוון שיטות משמעותיות משלהם. הראו כיצד פרוצדורה סטנדרטית עובדת והציגו כבעיה להבין מדוע זה עובד. אפילו במתמטיקה מסורתית יש היגיון וניתן לצפות מילדים להבין היגיון זה.

2. אם אני לא אמורה "להגיד" או "להסביר" מדוע זה כן בסדר שאחד מהתלמידים יסביר?

ראשית, תלמידים יטילו ספק בהסבר של עמיתיהם אם הוא לא ישמע להם הגיוני. לעומת זאת, מפי המורה ההסבר מתקבל כאמין – המורה אמר את זה! שנית, כאשר תלמידים מסבירים, הכיתה מפתחת תחושה של גאווה וביטחון ש**הם** יכולים להבין דברים ולמצוא בהם היגיון. יש להם הכוח והיכולת.

3. מתי אני יכולה למצוא את הזמן לכסות הכל? גישה זו דורשת הרבה זמן.

ראשית, למדי במטרה להקנות את "הרעיונות הגדולים", המושג העיקרי שביחידה או בפרק. מרבית המיומנויות והרעיונות הקטנים שברשימת המטרות שלך יכוסו בדרך זו. אם תתמקדי על הדברים הקטנים שברשימה, הרעיונות הגדולים והקשרים עלולים לא להתפתח. שנית, אנו מבלים הרבה יותר מדי זמן בהוראה חוזרת משום שהרעיונות לא נשמרים אצל התלמידים. אם נקדיש זמן בתחילת הדרך בעזרה לתלמידים לפתח רשת משמעותית של רעיונות, נוכל להפחית במידה דרסטית את הזמן המוקדש לחזרה והוראה מחדש.

4. איפה אני יכולה למצוא מספיק משימות? אין לי זמן לחפש בעיות.

לעולם לא תהיה מערכת משימות מושלמת עבור כיתתך, כל כיתה היא שונה. הנה מקומות שאיתם ניתן להתחיל: 1) התבונני בשיעורים שבספר הלימוד שלך. הרבה מהקטעים בעמודים של התלמידים שבהם כתוב ללמד או להסביר ניתנים לשינוי לבעיות טובות. נסי זאת! 2) קראי בקביעות את כתבי העת של ה-NCTM! צלמי ותייקי מאמרים המתאימים לכל פרק שבספר או לכל חלק שבתוכנית הלימודים. אל תחכי עד שתצטרכי רעיון להתחיל לדפדף בכתבי העת. 3) בדקי את הפרסומים של ה- NCTM. הספרים The Addenda Series מצוינים ומתאימים בדיוק לרעיונות שבמאמר זה. 4) בדקי את תוכנית הלימודים הרפורמית בשכבת הגיל שלך, רכשי יחידה זו כדי להתאמן. הסתכלי על מרכזי ההטמעה הבאים.

ליסודי: http://www.comap.com/elementary/projects/arc/

Alternatives for Rebuilding curricula

לחטיבת הביניים: http://showmecenter.missouri.edu/ Show-Me Center

(הערה: ניתן למצוא רשימה שלמה של מרכזים באתר של מאמר זה במדור "Links" בסעיף "Curriculum and Support Centers")

[הערת המתרגמת: גם בארץ ניתן למצוא רעיונות למשימות בכתבי העת לחינוך מתמטי. כמו כן במרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי נמצאים המקורות שצוינו לעיל וחומרים רבים אחרים.]

5. האם יש איזשהו מקום לתרגול ואימון?

בהחלט! הטעות היא להאמין שתרגול הוא שיטה לפיתוח רעיונות. התרגול מתאים כאשר א) המושגים הרצויים פותחו באופן משמעותי, ב) פותחו פרוצדורות גמישות ושימושיות, ו- ג) כאשר יש צורך אמיתי במהירות ובדיוק. אין כיום הרבה פריטים בתוכנית הלימודים המתאימים לכל הקריטריונים הללו.

6. מה אני צריכה לעשות כאשר משימה נכשלת?

אל תיכנעי לפיתוי "להגיד להם". הניחי אותה בצד לזמן מה. שאלי את עצמך מדוע זה נכשל? האם היו ברשות התלמידים הרעיונות הנדרשים? אם לא, זה אומר לך מאיפה להתחיל בפעם הבאה. האם המשימה היתה מתקדמת מדי? לעיתים קרובות אנו צריכים לאסוף את התלמידים ולהציע להם משימה קשורה פשוטה יותר שתכין אותם לזו שנמצאה קשה. האם המשימה הובילה לרעיונות שרצית שיתפתחו? כאשר את מרגישה שמשימה לא הולכת לשום מקום, אספי אותם! אל תבזבזי ימים בתקווה שמשהו נפלא עשוי לקרות. אם תקשיבי לתלמידייך תדעי לאן ללכת בפעם הבאה.

7. מה הדבר הבסיסי במתמטיקה?

הדבר היסודי או הבסיסי ביותר שצריך לזכור הוא זה: **יש היגיון במתמטיקה!** ילדים הלומדים דרך פתרון בעיות מבינים זאת מהר ומה שחשוב יותר הם יגיעו לאמונה שהם מסוגלים **למצוא את ההיגיון שבמתמטיקה.** אנו יכולים להביא את כל התלמידים שלנו לרמת ביטחון זו – **כל** התלמידים! כדי להתחיל עלינו בראש ובראשונה להאמין בתלמידינו.

מראי מקום

Commission on Standards for School Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

O'Brien, T. C. (1999). Parrot math. *Phi Delta Kappan, 80,* 434-443.

von Glassersfeld, E. (1995). A constructivist approach to teaching. In L. P. Steffe & J. Gale (Eds.), *Constructivism in education* (pp. 3-15). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

ביבליוגרפיה

Battista, M. T. (1999). The mathematical miseducation of America's youth: Ignoring research and scientific study in education. *Phi Delta Kappan, 80,* 424-433..

Hiebert, J. (1999). Relationships between research and the NCTM Standards. *Journal for Research in Mathematics Education, 30,* 3-19.

Schoen, H. L., Fey, J. T., Hirsch, C. R., & Coxford, A. F. (1999). Issues and options in the math wars. *Phi Delta Kappan, 80,* 444-453.