ההשפעות המזיקות של אלגוריתמים בכיתות א'-ד'

The Harmful Effects of Algorithms in Grades 1-4

מאת: Constance Kamii & Ann Dominick

פרק מתוך הספר: The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics
(1998 Yearbook of the NCTM) Edited by Lorna J. Morrow. Reston VA. pp.130-140.
תרגום: ברכה סגליס

החל משנות השבעים, חוקרים כמו Ashlock (1972, 1976, 1982) ו- Brown and Burton (1978) תיעדו את הדרכים השגויות אבל עקביות שבהן תלמידים משנים בשוגג את האלגוריתמים לחישובים של מספרים רב-ספרתיים. החוקים שהילדים המציאו הראו שהם התמקדו בניסיון לזכור את הצעדים במקום לפתור את הבעיה בצורה הגיונית.

בעוד שחוקרים אחדים בחנו את הניסיונות הכושלים של ילדים להשתמש באלגוריתמים המקובלים, אחרים דווחו על הפרוצדורות המפתיעות שהומצאו על ידי ילדים רבים, בני נוער ומבוגרים. (במהלך מאמר זה, השימוש במונח **אלגוריתם** מתייחס לחוקים המקובלים של "העברה", "פריטה" וכדו'; המונח **פרוצדורות** מתייחס לפרוצדורות שילדים ממציאים.) למשל, Cochran, Barson, and Davis (1970), תיארו כיצד ילד בן שמונה פתר את התרגיל 28 – 62: תחילה, 40 = 20 – 60, אחרי זה 6- = 8 – 2, ולבסוף 34 = 6 – 40. ממצאים דומים דווחו בארגנטינה (Ferreiro 1988, שיחה אישית 1976), בהולנד (ter Heege 1978) באנגליה (Plunkett 1979) ובדרום אפריקה (Murray abd Olivier 1989).

בשנות השמונים, חוקרים אחדים החלו לתהות ברצינות על מידת התבונה שבלימוד האלגוריתמים המקובלים. בברזיל, Carraher, Carraher and Schliemann (1985) השוו ילדים שהשתמשו באלגוריתמים עם כאלה שהשתמשו בפרוצדורות משלהם. למשל, אחד החוקרים, שהתחזה לקונה, שאל ילד שמכר ברחוב כמה יעלו ארבעה אגוזי קוקוס אם אגוז אחד עולה 35 קרוזרו. המוכר ענה, "שלושה יהיו 105, ועוד ... 35 ... 140! (Carraher, Carraher and Schliemann 1985 עמ' 26). עם זאת, בראיון שנערך לאחר מכן, אותו ילד רשם את התשובה 200, כפי שניתן לראות ב**איור 1**, והסביר, "ארבע כפול 5 זה 20, מעבירים את 2; 2 ועוד 3 זה 5, כפול 4 זה 20" (עמ' 26). החוקרים הגיעו למסקנה שלילדים המשתמשים בפרוצדורות משלהם סבירות רבה יותר לייצר תשובות נכונות מאשר לאלו המנסים להשתמש באלגוריתמים. כתוצאה מכך הם החלו לחשוב שהאלגוריתמים מעכבים במקום לעזור. Jones (1975) באנגליה, Vakali (1984) ביוון, ו- Dominick (1991) בארה"ב הגיעו לאותה מסקנה.

איור 1: הדרך שבה השתמש ילד ברזיליאני באלגוריתם

	2	
	3	5
×		4
2	0	0

חוקרים אחדים הרחיקו לכת בשנות התשעים והסיקו שהאלגוריתמים מזיקים לילדים. Narode, Board, and Davenport (1993) השוו תלמידי כיתה ב' לפני ואחרי שלמדו אלגוריתמים והגיעו למסקנה שתלמידים מאבדים ידע מושגי כאשר הם לומדים את הכללים. Kamii (1994) השוותה ילדים בכיתות ב' – ד' שלמדו את האלגוריתמים עם כאלה שמעולם לא למדו אלגוריתמים, ומצאה שאלו שחשבו בעצמם קיבלו יותר תשובות נכונות והיו בעלי ידע רב יותר על ערך המקום. היא ציינה גם שהאלגוריתמים המקובלים כיום הינם תוצאה של מאות שנים של בנייה על ידי מתמטיקאים בוגרים. על אף שאין זה הכרחי שילדים יעברו את כל השלבים ההיסטוריים, אין זה מציאותי לצפות מהם לדלג על תהליך הבנייה כולו.

אלגוריתמים רבים שהיו מקובלים במאות הקודמות מראים הקבלה בין הבנייה האישית של חשיבה מספרית לבין הבנייה של האנושות לגבי כללים אלו. לדוגמה, כמה הינדים חיברו 278 ו- 356 על לוח "עפר" בדרך הבאה (Groza 1968):

278	------	578	------	628	------	634
356		56		6		

באלגוריתם זה, 200 ועוד 300 מתוך ה- 278 וה- 356 חוברו תחילה ונמחקו, ושונו ל- 500 (ה "5" של 578). הצעד הבא היה לחבר 70 ו- 50 , למחוק אותם ואת ה- 500 ולשנות אותם ל- 620 (ה"62" של 628). לאחר מכן חוברו ה- 8 וה- 6 ונמחקו, וכך גם ה- 2 , ושונו ל- 34.

כמה מהמובילים בחינוך המתמטי החלו אף הם לומר שאנו חייבים להפסיק ללמד אלגוריתמים משום שהם לא הגיוניים עבור מרבית הילדים ומשום שהם פוגעים בחשיבה ההגיונית. הטיעונים המשכנעים ביותר, המבוססים על מחקר שיטתי של ילדים בכיתות הלימוד, הוצגו על ידי Madell (1985), Burns (1994), ו- Leinwand (1994).

מטרת מאמר זה היא להציג את העדויות שהובילו אותנו להכרה שלא רק שהאלגוריתמים אינם מסייעים בלימוד חשבון אלא שהם גם מפריעים להתפתחות החשיבה המספרית של ילדים. אנו מתחילים בדיון על הממצאים שלנו וממשיכים בתיאור תצפיות של מורות.

מחקר המבוסס על הקונסטרקטיביזם של פיאז'ה

ההבחנה שפיאז'ה עשה בין שלושת סוגי הידע על פי המקורות הבסיסיים שלהם, מראה מדוע הוראת אלגוריתמים מקובלים אינה מעודדת את לימוד המתמטיקה אצל ילדים. שלושת סוגי הידע שהוא הבחין בהם הם פיזי, חברתי ולוגי-מתמטי.

ידע פיסי הוא ידע של עצמים במציאות חיצונית. צבעה ומשקלה של קוביה הם דוגמאות של תכונות פיזיות שיש בעצמים במציאות החיצונית ושניתן להכיר אותם באופן אמפירי באמצעות תצפיות.

דוגמאות של **ידע חברתי (קונבנציונאלי)** הם חגים לאומיים, כמו הרביעי ליולי (יום העצמאות), והשפה הכתובה והמדוברת, כמו המילה **קוביה**. בעוד שהמקור הבסיסי של ידע פיזי הוא בעצמים, הרי שהמקור הבסיסי של ידע חברתי הוא במוסכמות שאנשים קובעים.

ידע לוגי-מתמטי מורכב מקשרים מנטליים, והמקור הבסיסי של קשרים אלו הוא הפעולות המנטליות של כל אחד. לדוגמה, הידע של ילד שחיבור של כמות אחת עם כמות אחרת נותן כמות גדולה יותר נובע

מכך שהוא עשה קשרים מנטליים. מישהו אחר יכול להסביר קשר זה, אבל הסבר זה לא הופך להיות הידע של הילד עד שהוא עושה את הקשר. באופן דומה, מבוגר יכול להסביר לילד את האלגוריתם לחיבור מספרים דו-ספרתיים. אבל, הקשבה להסבר זה אינה מבטיחה שהילד יעשה את הקשרים המנטליים אודות הדרך שבה יש לחבר את שתי הכמויות.

מאפיין של ידע לוגי-מתמטי הוא שאין בו שום דבר שרירותי. לדוגמה, חיבור של 356 ו- 278 מסתכם ב- 634 בכל תרבות. הכלל החברתי (המוסכם), או האלגוריתם, המציין שאדם **חייב** קודם לחבר את היחידות, לאחר מכן את העשרות, ולאחר מכן את המאות הוא שרירותי. ההוראה של אלגוריתמים מתבססת על ההנחה השגויה שמתמטיקה הינה מורשת תרבותית שצריך **להעביר** לדור הבא.

הקונסטרקטיביזם של פיאז׳ה ומחקר מדעי של יותר משישים שנה שנערך על ידו ועל ידי אחרים בכל העולם הובילו את Kamii להשערה המחייבת: יש לאפשר לילדים בכיתות היסוד להמציא חישובים משלהם ללא ההוראה שהם מקבלים עתה מספרי לימוד וחוברות עבודה. השערה זו אומתה פעמים רבות, כפי שניתן לראות ב- Kamii (1994, 1989b, 1985).

תוצר לוואי משמעותי של מחקר זה היה הממצא שכאשר מעודדים ילדים לחשוב בעצמם לצורך חיבור, חיסור, וכפל של מספרים תלת-ספרתיים, הם תמיד מטפלים ביחידות הגדולות תחילה, כמו העשרות, ואחרי זה באחדות. כפי שניתן לראות ב**איור 2** וב- Kamii (1994, 1989b, 1989a), ממצא זה מאשר את ההצהרה של Madell (1985) שכאשר מעודדים ילדים לחשוב בדרכים משלהם, הם ״באופן **אוניברסלי** מתקדמים משמאל לימין״ (עמ׳ 21).

איור 2: פרוצדורות מומצאות של ילדים לחיבור, חיסור וכפל.

18 +17	10+10=20 7+8=15 20+10=30 30+5=35	10+10=20 8+2= עד עשר 20+10=30 30+5=35	10+10=20 7+7=14 14+1=15 20+10=30 30+5=35
44 -15	40-10=30 4-5= 1 פחות מ-0 30-1=29	40-10=30 30-5=25 25+4=29	40-10=30 30+4=34 34-5=29
135 × 4	4×100=400 4×30=120 4×5=20 400+120+20=540	4×100=400 4×35=70+70=140 400+140=540	

מימצא משמעותי נוסף היה שבסוף כיתה ב׳ ובסוף כיתה ג׳ הילדים בכיתות ה״קונסטרוקטיביסטיות״ עולים באופן עקבי בהישגיהם על הילדים בכיתות המסורתיות שבהן מלמדים אלגוריתמים. בעקבות ההשערה שאלגוריתמים מזיקים לילדים, השוותה Kamii את הביצועים של ילדים שאף פעם לא למדו את החוקים המקובלים הללו לאילו שכן למדו.

בבית הספר שבו עבדה בשנים 1989-91, חלק מן המורות לימדו אלגוריתמים בעוד שהאחרות לא, בהתאם לחלוקה הבאה:

בכיתות א׳: אף אחת מארבע המורות לא לימדה אלגוריתמים.

בכיתות ב׳: מורה אחת מתוך שלוש המורות לימדה אלגוריתמים; מתוך השתיים שלא לימדו, אחת מהן שיכנעה את ההורים לא ללמד אלגוריתמים גם בבית.

בכיתות ג׳: שתיים מתוך שלוש המורות לימדו אלגוריתמים.

בכיתות ד׳: כל ארבע המורות לימדו אלגוריתמים.

כל הכיתות היו הטרוגניות וניתנות להשוואה (המנהל נהג בתחילת כל שנה לערבב את כל התלמידים בכל שכבת גיל ולחלק אותם בצורה אקראית בין הכיתות). תלמידים שהועברו מבתי ספר אחרים חולקו גם כן באופן אקראי בין כל הכיתות.

איור 3: תשובות ל 7+52+186 שניתנו בשלוש כיתות ב׳ במאי 1990

ללא אלגוריתמים n=20	כמה אלגוריתמים נלמדו בבית n=19	אלגוריתמים n=17
		9308
		1000
		989
		986
	989	938
	938	906
	810	838
617	356	295
255		
246		
245 (45%)	245 (26%)	245 (12%)
243		
236		
235		
138	213	200
—	213	198
—	199	30
—	133	29
—	125	29
	114	—
	—	—
	—	
	—	

שימו לב: קוים מציינים שהילד סרב לנסות לפתור את הבעיה.

אחד התרגילים ש- Kamii ביקשה מכל ילד לפתור בראש בראיונות אישיים היה 186+52+7 (או 185+53+6). התשובות שניתנו על ידי תלמידי כיתות ב׳ ג׳ ו-ד׳ מוצגות באיורים 3-5. ניתן לראות **באיורים 3 ו- 4** שהכיתות ״ללא אלגוריתמים״, הן בכיתות ב׳ והן בכיתות ג׳, השיגו את אחוזי התשובות הגבוהים ביותר (45% ו-50% בהתאמה). כמו כן ניכר גם שכיתות ב׳ ו- ג׳ ״ללא אלגוריתמים״ השיגו יותר תשובות נכונות מאשר כל ארבע כיתות ד׳, (**איור 5**) שלמדו כולן אלגוריתמים.

איור 4: תשובות ל 185+53+6 שניתנו בשלוש כיתות ג׳ במאי 1991

ללא אלגוריתמים n=10	אלגוריתמים n=20	אלגוריתמים n=19
	800+38	
	800	838
	444	768
284	344	533
245		246
244 (50%)	244 (20%)	244 (32%)
243	243	235
238	239	234
	238	
	234	
221	204	213
	202	194
	190	194
	187	74
	144	29
	139	—
	—	—
	—	

שימו לב: קוים מציינים שהילד סרב לנסות לפתור את הבעיה.

כיתה מופיעות בטבלאות של איורים אלו. הקוים השבורים המופיעים במרכז של כל טבלה מציינים את טווח התשובות שניתן להתייחס אליהן כסבירות. ניתן לראות שבטבלה של איור 3 התשובות השגויות של הכיתות ״ללא אלגוריתמים״ היו הרבה יותר סבירות מאשר התשובות השגויות של כיתת ה״אלגוריתמים״. (הכיתה שנחשפה לכמה אלגוריתמים בבית יצאה ביניהם.) גם בכיתות ג׳ (הטבלה של איור 4), התשובות השגויות של הכיתה ״ללא אלגוריתמים״ היו הרבה יותר סבירות מאשר אלו של כיתות ה״אלגוריתמים״. ילדי כיתות ד׳ (הטבלה של איור 5), שקיבלו שנה נוספת של אלגוריתמים, נתנו תשובות שגויות שהיו פחות סבירות מאילו של כיתות ג׳ עם ה״אלגוריתמים״. בכיתות ד׳ היו יותר תשובות בטווח של ה- 700 וה- 800 , וכמה תשובות של מספרים ארבע וחמש ספרתיים. כמו כן הופיע סימפטום נוסף בכיתות ד׳: תשובות כמו ״4,4,4״ המורכבות מספרות בודדות, המראות שהילדים חשבו על שלוש עמודות נפרדות.

איור 5: תשובות ל 6+53+185 שניתנו בארבע כיתות ד' במאי 1991

אלגוריתמים n=18	אלגוריתמים n=21	אלגוריתמים n=21	אלגוריתמים n=20
		1215	
		848	
		844	
		783	
10,099		783	1300
838		783	814
835	791	718	744
745	738	713	715
274	721	445	713+8
		245	
244 (17%)	244 (19%)	244 (24%)	244 (30%)
234		234	243
234		224	
234			
225	144	194	194
"8,3,8"	138	127	177
"4,3,2"	134	—	144
"4,3,2"	"8,3,7"	—	143
—	"8,1,7"		134
—	—		"4,4,4"
—	—		"1,3,2"
	—		
	—		
	—		
	—		
	—		
	—		
	—		

שימו לב: קוים מציינים שהילד סרב לנסות לפתור את הבעיה.

יש לנו שתי סיבות לומר שאלגוריתמים מזיקים: 1) הם מעודדים ילדים לוותר על החשיבה שלהם, ו- 2) הם "הורסים למידה" ("unteach") של ערך המקום, ובכך מונעים מילדים לפתח תובנה למספרים.

כפי שצוין קודם, כאשר ילדים ממציאים פרוצדורות משלהם, הם מתקדמים משמאל לימין. מאחר שאין שום אפשרות לפשרה בין הליכה לכיוון ימין לבין הליכה לכיוון שמאל כפי שהאלגוריתמים דורשים, ילדים צריכים לוותר על החשיבה של עצמם כשהם משתמשים באלגוריתמים.

כאשר אנו מאזינים לילדים שמשתמשים באלגוריתם כדי לעשות $\begin{array}{r}89\\ \underline{+34}\end{array}$ למשל, אנו שומעים אותם,

אומרים, "תשע ועוד ארבע הם שלוש עשרה. שים למטה את השלוש, העבר את האחד. אחד ועוד שמונה הם תשע, ועוד שלוש זה שתים עשרה..." האלגוריתם נוח למבוגרים, שכבר יודעים שה"אחד", ה"שמונה"

וה״שלוש״ מייצגים 10, 80, ו- 30. לעומת זאת, לילדי בית הספר היסודי, שנוטים לחשוב שה״8״ פרושו שמונה, וכך הלאה, האלגוריתם משמש לחיזוק טעות זו. התשובות השגויות שנתנו תלמידי כיתות ה״אלגוריתמים״ בטבלאות של איורים 3-5, ממחישות שהאלגוריתמים ״הרסו למידה״ של ערך המקום ומנעו מן הילדים לפתח את תובנת המספר. הילדים בכל כיתות ה״אלגוריתמים״ לא הבחינו שתשובות כמו 144, ו- 783, לא היו הגיוניות עבור 6+53+185.

מרבית הילדים בכיתות ״ללא אלגוריתמים״ התחילו בצורה אופיינית באמירה, ״מאה ושמונים ועוד חמישים הם מאתיים ושלושים״. משום כך השגיאות שלהם היו סבירות אפילו כאשר הם קיבלו תשובה לא נכונה. לעומת זאת, הילדים בכיתות ה״אלגוריתמים״ אמרו בצורה אופיינית, ״שש ועוד שלוש זה תשע, ועוד חמש זה ארבע עשרה. שים ארבע למטה, העבר את האחד...״ רבים מהם הוסיפו לאחר מכן 6 (המחובר הראשון) ל-1 ב- 185 (המחובר השלישי) וקיבלו תוצאה בטווח של 700 או 800.

תצפיות בכיתות

ההשפעות המזיקות של אלגוריתמים נעשו ברורות אף יותר כאשר, בשנים 1991-92, אחת מן המורות של כיתה ד׳, Cheryl Ingram, החליטה לשנות את ההוראה שלה לגישה הקונסטרוקטיביסטית. אחת הדרכים בהן היא ניסתה לגמול את התלמידים מהאלגוריתמים היתה לרשום על הלוח בעיות כמו 359+876 במאוזן ולבקש מן הכיתה להמציא דרכים שונות לפתרונן ללא שימוש בעיפרון. כאשר התלמידים התנדבו להסביר כיצד הם קיבלו את התשובה של 1235 על ידי שימוש באלגוריתמים בראשם, היא רשמה בדיוק מה שהתלמידים אמרו עבור כל עמודה (<u>12</u>=8+3+1 , <u>13</u>=7+5+1 , <u>15</u>=6+9) כך :

$$\begin{array}{r} 15 \\ 13 \\ \underline{12+} \\ 40 \end{array}$$

אחרי שהילד או הילדה סיימו להסביר כיצד הם הגיעו לתשובה 1235, גב׳ אינגרם אמרה, ״אבל אני הלכתי בדרך שלכם, וכאשר שמתי 15, 13, ו- 12 ביחד קיבלתי 40 בתשובה. איך אתם קיבלתם 1235?״ מרבית הילדים היו מופתעים והשתתקו, עד שמישהו ציין שה- 13 של המורה הם בעצם 130 וה- 12 מייצגים 1200.

סוג כזה של בעיה עם ערך המקום לא היה קשה מדי לתיקון. הקושי העקבי נעוץ בגישה של עמודה – עמודה,עם מספרים חד-ספרתיים שמנעה מילדים לחשוב על מספרים רב-ספרתיים. כאשר הוצגו לפניהם בעיות מסוג 359+876, הילדים המשיכו לתת תשובות מקוטעות מימין לשמאל, כמו ״5, 130, 1200״ (עבור 300+800+100 , 50+70+10 , 6+9, בהתאמה).

יום אחד, במטרה לעודד את הילדים לחשוב על מספרים רב-ספרתיים, גב׳ אינגרם רשמה על הלוח טור של בעיות שיש בהם 99 (או 98 או 95) באחד המחוברים, כמו 366+199, 493+99, ו- 601+199. במשך כל השיעור הוצגו רק תרגילים מן הסוג הזה, והילדים נתבקשו כרגיל לחשוב על דרכים שונות לחיבורים. כמעט כל התלמידים בכיתה המשיכו להשתמש באלגוריתם במהלך כל השיעור. עם זאת, ילד אחד, שאנו נקרא לו ג׳ו, היה בכיתות ה״קונסטרוקטיביסטיות״ מאז כיתה א׳ ונידב פתרונות לכל בעיה, כמו הפתרון הבא: ״שיניתי את ׳366+199׳ ל- ׳200+365׳, והתשובה שלי היא 565. לאחר שיעור שלם של

"אינטראקציה" מסוג זה, מספר הילדים שחיקו את ג'ו לקראת סוף השיעור היה רק שלושה! יתר ילדי הכיתה המשיכו לעסוק בכל עמודה בנפרד.

שנת הלימודים המשיכה עם הרבה עליות ומורדות בעוד גב' אינגרם המשיכה להיאבק על מנת להחזיר לילדים את החשיבה העצמית שלהם (ראה Kamii [1994] לפרטים נוספים). במאי 1992, התרגיל 185+53+6 הוצג לתלמידי כיתה ד' שלה והתוצאות היו משביעות רצון, כפי שניתן לראות **באיור 6**.

באיור 6, השורה העליונה בכל טבלה של 2×2 מראה את מספר הילדים שנתנו את התשובה הנכונה, והשורה התחתונה מראה את מספר הילדים שנתנו תשובות שגויות. העמודה השמאלית בכל טבלה מציינת את מספרם של אלו שהשתמשו באלגוריתם המקובל, והעמודה הימנית מראה את מספרם של אלו שהשתמשו בפרוצדורות שהם המציאו. בהשוואת שתי טבלאות אלו, ניתן לראות שכאשר גב' אינגרם לימדה אלגוריתמים בשנת 1990-91, כמעט כל תלמידיה השתמשו באלגוריתם ומרביתם קיבלו תשובות שגויות (המופיעות בעמודה האחרונה של איור 5). לעומת זאת, בשנים 1991-92, כאשר גב' אינגרם עודדה את תלמידיה לחשוב בעצמם, מרבית תלמידיה השתמשו בפרוצדורות מומצאות והגיעו לתשובה הנכונה.

איור 6: שימוש באלגוריתמים ובפרוצדורות מומצאות אצל תלמידי כיתות ד'

ונכונות תשובותיהם ל 6+53+185 במאי 1991 ובמאי 1992

	1992 פרוצדורות מומצאות	1992 אלגוריתמים	1991 פרוצדורות מומצאות	1991 אלגוריתמים
תשובות נכונות	**15**	**0**	**0**	**3**
תשובות שגויות	**3**	**2**	**1**	**13**

(תלמידה אחת הוצאה מניתוח זה משום שהיא אמרה שהיא חשבה על הכפלה של 185 ב- 53 והוספה של 6)

Ann Dominick, הכותבת השניה של מאמר זה, היא מורה שלימדה בכיתות ג' ו- ד' במשך שתים עשרה שנים. כאשר היא עבדה עם תלמידי כיתות ד' בבית ספר אחד, כמעט כל תלמיד בכיתתה למד אלגוריתמים לפני שהגיע אליה. כעת, כשהיא מלמדת תלמידי כיתות ג' בבית ספר אחר, רוב הילדים בכיתתה לא למדו **אף פעם** אלגוריתמים אלו. ההבדלים בחשיבה של התלמידים מדהימים.

ההבדלים הבולטים ביותר הם בביטחון של התלמידים והידע שלהם של ערך המקום. אלו שמצאו הגיון במתמטיקה ניגשים למקצוע בביטחון במקום בחרדה ובהיסוס. קצב ההתקדמות האינטלקטואלית של התלמידים הוא דהירה במקום הליכה.

בתחילת כל שנה גב' דומיניק עורכת ראיונות אישיים עם כל תלמיד במטרה להעריך, בין היתר, את הידע שלהם על ערך המקום. במשימת ערך המקום (Kamii 1989b), ילדים מתבקשים להראות עם שש עשרה דיסקיות מה מייצגת כל סיפרה במספר 16. כאשר תלמידים הגיעו לכיתתה עם שימוש באלגוריתמים, כ- 20% מתלמידי כיתות ד' בכל שנה הראו עשר דיסקיות עבור ה- 1 ב- 16. (יתר ה- 80% הראו רק דיסקית אחת). בכיתות ג' שבהן מרבית הילדים לא למדו אלגוריתמים, כ- 85% הראו עשר דיסקיות עבור ה- 1 ב- 16.

החשיבה של גב' דומיניק על הוראת אלגוריתמים השתנתה במהלך השנים מ- א) הוראת חשבון **באמצעות** הוראת אלגוריתמים, ל- ב) הוראת אלגוריתמים אחרי "הנחת תשתית להבנה", ל- ג) לא ללמד אלגוריתמים בכלל. המעבר הסופי בא כתוצאה מרפלקציה על מה שקרה כאשר היא "הניחה תשתית להבנה" ולאחר מכן לימדה את האלגוריתם.

הרציונל הראשוני להוראת אלגוריתמים היה שזה נראה כשיטה היעילה ביותר. עם זאת, לאחר שתלמידים התחילו להמציא שיטות משלהם, טענה זו כבר לא היתה נכונה. לדוגמה, שימוש באלגוריתם כדי לכפול ב- 25 לרוב **מאט** את חשיבת התלמידים. לעיתים קרובות משתמשים תלמידים בידע שלהם ש $25\times4=100$ כדי לחשוב ש $25\times16=400$. באופן דומה, נדרש יותר זמן לשימוש באלגוריתם כדי לחשב 304-502. דרך יעילה יותר היא לחשוב על $300-500=200$ ועל $2-200=198$. הבנה של ערך המקום ונקודות ייחוס כמו $25\times4=100$ וכמו $250\times4=1000$ מאפשרים לילדים את הגמישות לקבוע לעצמם את השיטה היעילה ביותר לפתרון תרגיל במצב נתון.

הטענה השנייה להוראת אלגוריתמים היתה לתת לתלמידים מתקשים שיטה לקבלת תשובות. נראה היה שלתלמידים אלו מגיע לקבל שיטה שלפחות תיתן תשובות במידה מסוימת של הצלחה. אבל, עם הזמן התברר, שכאשר תלמידים אלו שכחו צעד או פיתחו אלגוריתם שגוי, לא היה להם על מה להישען. הוראת אלגוריתמים לתלמידים אלו גם העבירה להם את המסר ש"ההיגיון של פרוצדורה זו קשה מדי בשבילך; אז פשוט תעקוב אחר הצעדים ותקבל את התשובה הנכונה". ישנם תלמידים שזקוקים ליותר זמן מאשר אחרים כדי לפתח את ההיגיון שבמתמטיקה. לילדים אלו מגיע הזמן לו הם זקוקים כדי לפתח ביטחון ביכולת שלהם להפוך את המתמטיקה להגיונית.

מסקנה

ילדים מגיעים לבית הספר עם פוטנציאל אדיר לחשיבה בעלת עוצמה. מחנכים צריכים לנסות לפתח פוטנציאל זה במקום להמשיך "לרתום את העגלה לפני הסוס". מבוגרים יכולים למלא את העגלה באוצרות, אבל ילדים צריכים לעבור בעצמם את תהליך הבנייה שלהם ולהתקדם עם ביטחון ביכולת שלהם לפתור בעיות בכל צעד במהלך הדרך.

ביבליוגרפיה

Ashlock, Robert B. *Error Patterns in Computation.* Columbus, Ohio: Charles E. Merrill Publishing Co., 1972, 1976, 1982.

Brown, John Seely, and Richard R. Burton. "Diagnostic Models for Procedural Bugs in Basic Mathematical Skills." *Cognitive Science* 2 (1978): 155–92.

Burns, Marilyn. "Arithmetic: The Last Holdout." *Phi Delta Kappan* 75 (1994): 471–76.

Carraher, Terezinha Nunes, David William Carraher, and Analucia Dias Schliemann. "Mathematics in the Streets and in Schools." *British Journal of Developmental Psychology* 3 (1985): 21–29.

Carraher, Terezinha Nunes, and Analucia Dias Schliemann. "Computation Routines Prescribed by Schools: Help or Hindrance?" *Journal for Research in Mathematics Education* 16 (1985): 37–44.

Cochran, Beryl S., Alan Barson, and Robert B. Davis. "Child-Created Mathematics." *Arithmetic Teacher* 17 (March 1970): 211–15.

Dominick, Ann McNamee. "Third Graders' Understanding of the Multidigit Subtraction Algorithm." Doctoral dissertation, Peabody College for Teachers, Vanderbilt University, 1991.

Ferreiro, Emilia. *Alfabetizacão em processo.* São Paulo: Cortez,1988.

Groza, Vivian S. *A Survey of Mathematics: Elementary Concepts and Their Historical Development.* New York: Holt, Rinehart & Winston, 1968.

Jones, D. A. "Don't Just Mark the Answer—Have a Look at the Method!" *Mathematics in School* 4 (May 1975): 29–31.

Kamii, Constance. *Double-Digit Addition: A Teacher Uses Piaget's Theory.* Videotape. New York: Teachers College Press, 1989a.

———. *Young Children Continue to Reinvent Arithmetic, 2nd Grade.* New York: Teachers College Press, 1989b.

———. *Young Children Continue to Reinvent Arithmetic, 3rd Grade.* New York: Teachers College Press, 1994.

———. *Young Children Reinvent Arithmetic.* New York: Teachers College Press, 1985.

Leinwand, Steven. "It's Time to Abandon Computational Algorithms." *Education Week*, 9 February 1994, p. 36.

Madell, Rob. "Children's Natural Processes." *Arithmetic Teacher* 32 (March 1985): 20–22.

Murray, Hanlie, and Alwyn Olivier. "A Model of Understanding Two-Digit Numeration and Computation." In *Proceedings of the Thirteenth Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* edited by Gerard Vergnaud, Janine Rogalski, and Michele Artigue, pp. 3–10. Paris: Laboratoire PSYDEE of the National Center of Scientific Research, 1989.

Narode, Ronald, Jill Board, and Linda Davenport. "Algorithms Supplant Understanding: Case Studies of Primary Students' Strategies for Double-Digit Addition and Subtraction." In *Proceedings of the Fifteenth Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Vol. 1, edited by Joanne Rossi Becker and Barbara J. Pence, pp. 254–60. San Jose, Calif.: San Jose State University, Center for Mathematics and Computer Science Education, 1993.

Plunkett, Stuart. "Decomposition and All That Rot." *Mathematics in School* 8, no. 3 (1979): 2–7.

ter Heege, Hans. "Testing the Maturity for Learning the Algorithm of Multiplication." *Educational Studies in Mathematics* 9 (1978): 75–83.

Vakali, Mary. "Children's Thinking in Arithmetic Word Problem Solving." *Journal of Experimental Education* 53 (1984): 106–13.