

## نماذج المساحة في الصفوف: ثالث-تاسع

### AREA MODELS – Spanning the Mathematics of grades 3-9

الكاتب: James E. Schultz

ظهر في: Arithmetic Teacher, Vol. 39, No. 2, October 1991, pp.42-46

ترجمة: ابتسام عبد الخالق

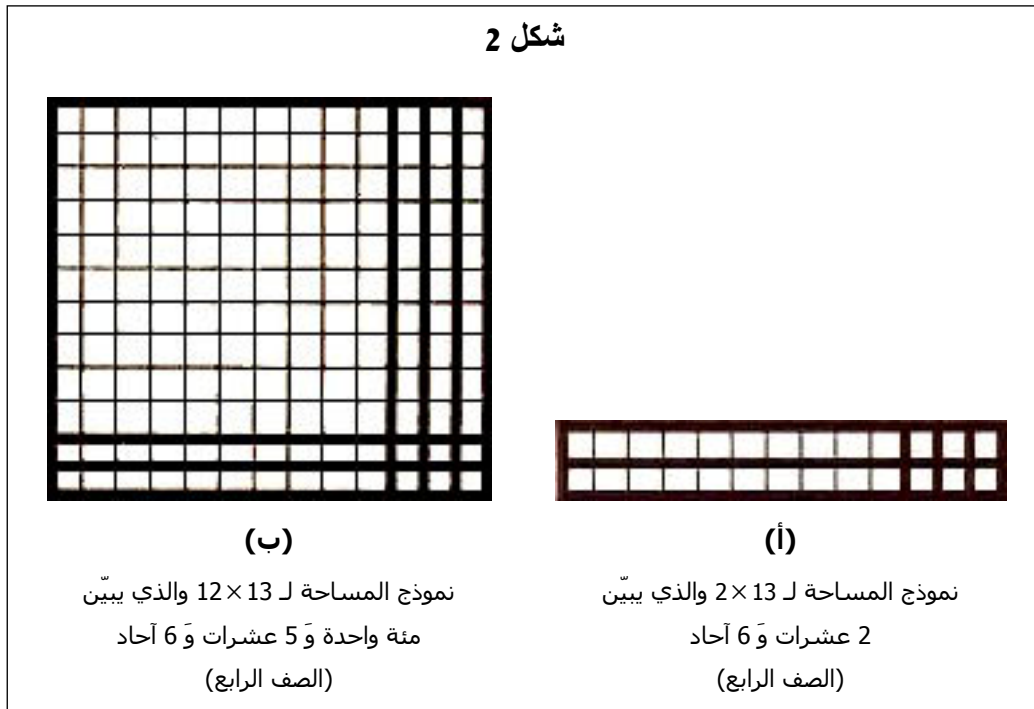
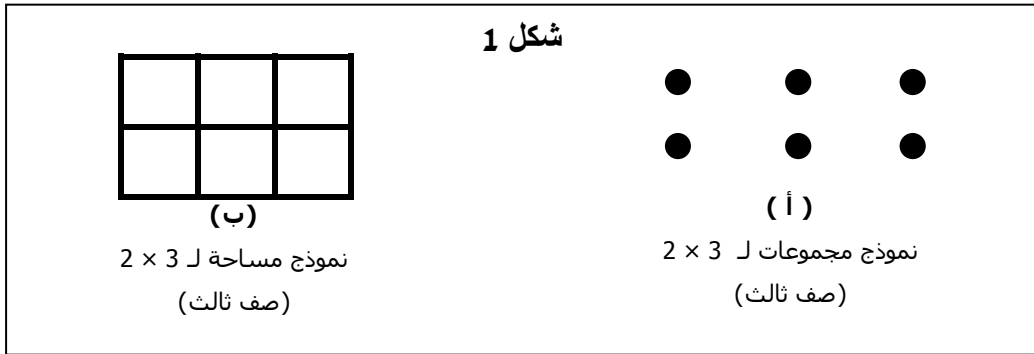


يوصي المربون باستخدام عدة نماذج لتدريس العمليات الحسابية الأساسية، بما في ذلك نموذج المجموعات (استعمال مواد محسوسة أو بتمثيل لهذه المواد)، نماذج طولية (استعمال عيدان أو مستقيم الأعداد) ونماذج مساحات (استعمال التبليط أو الصور).  
عندما يتوجب علينا أن نأخذ قرارًا بالنسبة لكيفية عرض مفهوم رياضي للتلاميذ، علينا أن نأخذ بعين الاعتبار الأسئلة التالية:

- إلى أي مدى يناسب النموذج سمات التعلم الخاصة بالتلميذ؟
  - إلى أي مدى يناسب النموذج خبرة التلميذ؟
  - كيف سيؤثر النموذج على توضيح الفكرة الرياضية؟
  - إلى أي مدى يناسب النموذج تجارب التلميذ في الحياة الواقعية المستقبلية؟
  - إلى أي مدى يتيح النموذج إمكانية تعميم الرياضيات التي سيتعلمها التلميذ في المستقبل؟
- نماذج المساحة تناسب بشكل خاص السؤالين الأخيرين أعلاه. مما لا شك فيه أن المساحة موضوع مناسب للتجربة المستقبلية في الحياة اليومية، في التطبيقات التي تعالج: السجاد، قماش، دهان، ورق الحائط، العشب الأخضر (المخضرة) في الجنائن. هذا المقال يعالج نماذج مساحة التي يمكن استعمالها في صفوف الثالث حتى التاسع، مبيّنًا كيفية التعميم من أوضاع منفصلة تحتوي على حسابات في الأعداد الصحيحة لأوضاع متصلة تحتوي على كسور عادية وعشرية، نسبة مئوية، الاحتمال، الجبر ورياضيات عالية أكثر.
- هناك عدة نماذج مناسبة لتمثيل ضرب الأعداد الصحيحة. معلمو صف الثالث يمكنهم استعمال نماذج المجموعات لمساعدة تلاميذهم على تخيل مسألة مثل:  $2 \times 3$  (أنظر شكل 1أ). بالرغم من أن هذا النموذج يعتبر ناجحًا لمدخل الضرب، ويجب استعماله، كذلك يجب عرض نموذج المساحة أيضًا (شكل 1ب). من فوائد إضافة نموذج المساحة هي مساعدة التلاميذ، منذ البداية، على إدراك عملية الضرب على أنها عملية متصلة أيضًا، مثل عدد الأمتار المربعة في الحديقة يمكن أن تكون بين مترين وثلاثة أمتار، بالضبط مثل الأوضاع المنفردة، مثل عدد

الأشخاص في صفين وفي كل صف يوجد ثلاثة أشخاص. بالرغم من أن نماذج المجموعات ممتازة لتمثيل الضرب بالأعداد الصحيحة إلا أنها لا تعمم الكسور العادية، الكسور العشرية، الاحتمال، الجبر ومواضيع رياضية عالية، كما هو الحال في التمثيل بواسطة نماذج المساحة. لانتقال سهل من نماذج المجموعات، يمكن، بداية، تفسير نموذج المساحات كحالة خاصة لنموذج المجموعات، عندها تكون "التربيعات" عبارة عن حدود المجموعة. ينتقل التلاميذ، ابتداءً من الصف الرابع تقريباً، لضرب أعداد من رقمين، فإن نماذج المساحة تكون مساعدة لهذه التمارين. مثال على ذلك، في التمرين  $2 \times 13$  يرى التلميذ بسهولة أن حاصل الضرب يحوي 2 عشرات و 6 آحاد (وحدات) (شكل أ2). بصورة شبيهة، في التمرين:  $12 \times 13$  يرى التلميذ مئة واحدة و 5 عشرات و 6 آحاد (شكل ب2). تمارين أخرى مثل:  $2 \times 17$  و  $12 \times 17$  تبين مبنى العدد (إعادة التجميع).

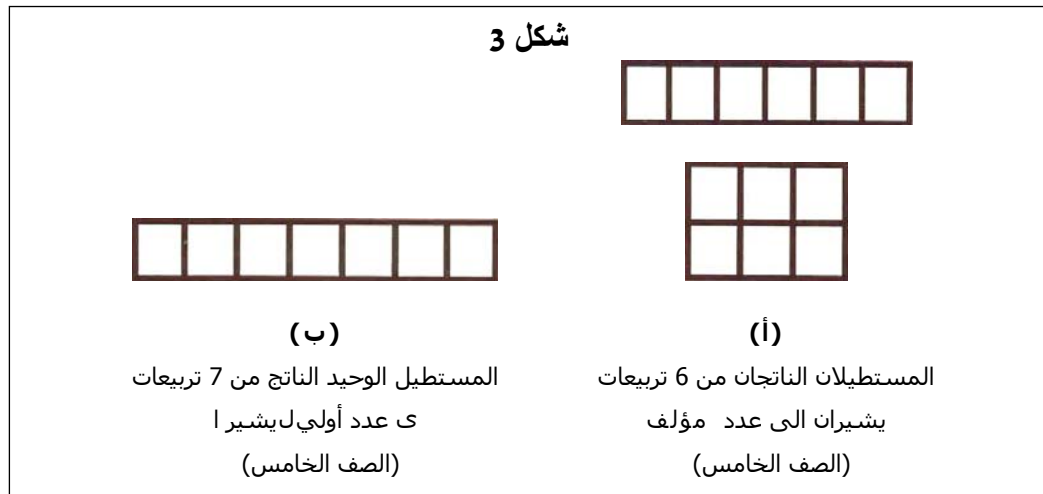
يمكن تحضير ورق مخطط والذي يحوي 100 مربعاً صغيراً داخل مربع كبير للعمل على نماذج مساحة بأعداد صحيحة.



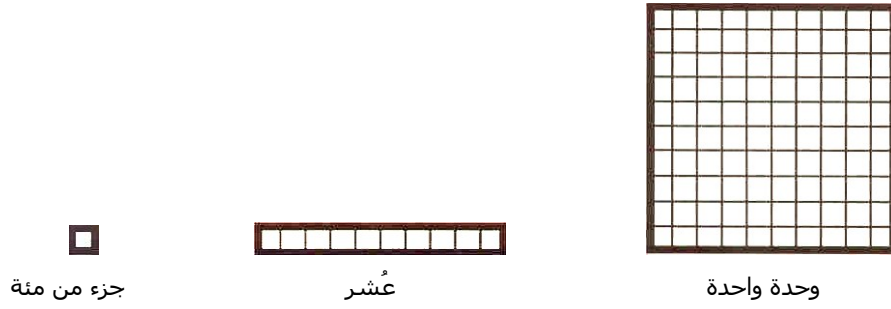
يمكن عرض مفهوم الأعداد الأولية، ربما في الصف الخامس، بواسطة استعمال التريعات كنموذج مساحات. مثال على ذلك، بإمكان التلاميذ اكتشاف إمكانية تركيب مستطيلات مختلفة بواسطة 6 تريعات. بواسطة 7 تريعات يمكن تكوين مستطيل واحد فقط (شكل 3).

في صفوف الخامس تقريباً، يستطيع التلاميذ استعمال نماذج المساحة لعرض مسائل حسابية بكسور عشرية. يكتب Hiebert (1987) في خلاصة الأبحاث حول تدريس الكسور العشرية، " يجب تكريس الوقت الكافي لتطوير مفهوم الكسور العشرية.... عندما تعرض لأول مرة. الأدوات المحسوسة، مثل مسطحات المبنى العشري أو أوراق تريعات مقسمة لأعشار ولأجزاء المئة، يمكن استعمالها كممثل للرموز الرياضية. " هذا التوجه معروض بالرسم التوضيحي في شكل 4، فيه المربع الكبير يمثل الواحد صحيح (1) ( بعكس التمثيل بالأعداد الصحيحة، التي كل مربع صغير يمثل الوحدة (الآحاد) )، "المسطح الطويل" يمثل الأعشار، والمربع الصغير يمثل جزء من مئة. قارنوا بين الأشكال 4ب، 4ج و 4أ، 2ب وذلك لرؤية كيف أن نماذج المساحة توضح حساب الكسور العشرية كتوسيع للحساب في الأعداد الصحيحة. بدون صعوبة يمكن رؤية الوحدات (الآحاد) الأعشار وأجزاء المئة في نتائج تمارين الضرب.

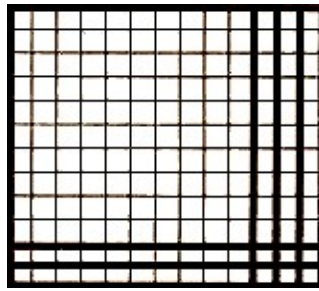
نماذج المساحة تناسب تمثيل الكسور بشكل خاص. يستشهد Payne (1984) ببحث في صفوف أول حتى ثالث والذي يبيّن " بإمكان الأولاد في هذه الصفوف فهم معنى ورموز الكسور عندما تكون هذه الأفكار مرتبطة بالحيز. " إنه يبيّن كيف يمكننا أن نستعمل قطع ورقية، وهي مناسبة لنموذج المساحة، كنماذج محسوسة لتمثيل الكسور. يقترح Kieren (1975) من بين المفاهيم الأربعة للأعداد النسبية (نماذج القياس أو المساحة، حاصل القسمة، النسبة، جزء من كمية) " لمفهوم القياس والجزء من كمية فرصة جيدة للدخول المبكر الى الأعداد النسبية".



#### شكل 4



(أ)



(ج)

نموذج مساحة لـ  $1.2 \times 1.3$ ,

يشير إلى واحد صحيح خمسة أعشار وستة أجزاء من مئة  
(الصف الخامس)



(ب)

نموذج مساحة لـ  $0.2 \times 1.3$ ,

يشير إلى عشرين وستة أجزاء من مئة  
(الصف الخامس)

يمكن استعمال نماذج المساحة لتمثيل الكسور في البداية وبمرحلة لاحقة تستعمل لتوضيح الكسور المتكافئة. لاحظوا في الشكل 5، المساحة المظلمة تمثل أربعة أسداس إذا لم نتجاهل الخط الأفقي الذي في الوسط، وإذا تجاهلنا هذا الخط فهي تمثل ثلثين.

نموذج المساحة في الشكل 6 يمثل طريقة جمع التمرين  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$  وذلك عن طريق استعمال

$$\frac{4}{6} + \frac{3}{6}$$

يظهر في الشكل 7 مستطيل أبعاده  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{3}{4}$  وهذا يوضّح التمرين  $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ ، بالضبط مثل المستطيل

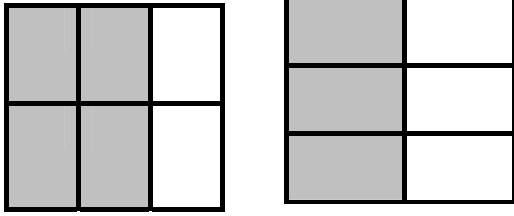
الذي أبعاده 3 و 4. المساحة مكوّنة من  $2 \times 3$  أقسام من  $5 \times 4$  أقسام، وهذا يعرض بشكل

واضح وقوي أن  $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$  يجب أن تكون  $\frac{(2 \times 3)}{(5 \times 4)}$ ، وهذا يتضمن تعريف ضرب الكسور. تبين هذه الأمثلة

أهمية استعمال نماذج مساحة المستطيل (بدلاً من الدائرة) كشكل أساسي لتمثيل الكسور، Streefland (10, 1984) أثبت هذه النقطة. ومن المؤكد أن التلاميذ يستفيدون أكثر من خلال رؤية عدة نماذج متنوعة، ومن ضمنها الدوائر، وذلك لتحضيرهم لأوضاع حقيقية في الحياة اليومية.

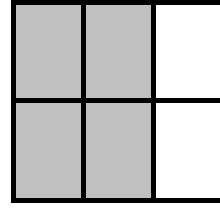
### شكل 6

نموذج مساحة يبين  $2/3 + 1/2$  (عندما نتجاهل  
الخطوط الأفقية) يساوي  $4/6 + 3/6$  (عندما نغير  
الخطوط الأفقية اهتمامًا) (الصف الخامس)



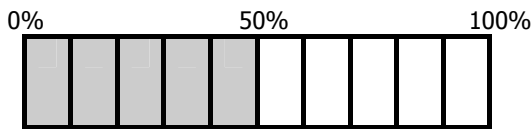
### شكل 5

نموذج مساحة لـ  $4/6 = 2/3$   
(الصف الخامس)



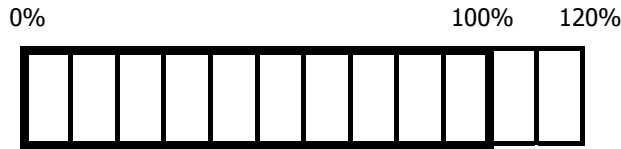
في الصف السادس، يمكن استعمال أشرطة النسبة المئوية، والتي تشكل حالة من حالات نماذج المساحة، وذلك لتمثيل مفهوم النسبة المئوية. أشرطة النسبة المئوية تجعل مفهوم 50 بالمئة أو 120 بالمئة أقل تجريد (أنظروا شكل 8).

### شكل 8



(أ)

نموذج مساحة لـ 50 بالمئة  
(الصف السادس)

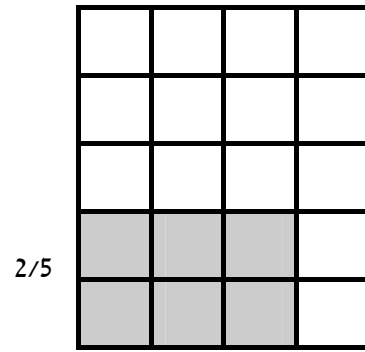


(ب)

نموذج مساحة لـ 120 بالمئة،  
الجزء المؤكد يشير إلى 100 بالمئة (الصف السادس)

### شكل 7

نموذج مساحة لـ  $2/5 \times 3/4$   
(الصف الخامس)



3/4

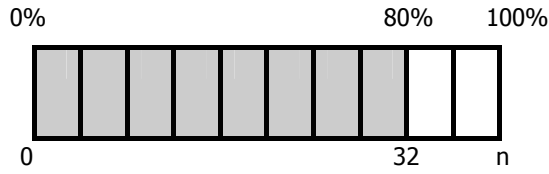
كذلك يمكن استعمال أشرطة النسبة المئوية كوسيلة مساعدة لحل مسائل بالنسبة المئوية

مثل: 32 عبارة عن 80 بالمئة من عدد معين ما هو هذا العدد؟

نفرض أن 100 بالمئة من الشريط هو  $n$ ، وأن 80 بالمئة من الشريط عبارة عن 32، عندها بسهولة يلاحظ التلاميذ المسألة هندسيًا. بواسطة تعبئة الأعداد الناقصة على طول القسم العلوي والقسم السفلي من الرسم، يرى التلاميذ أن كل 10 بالمئة يقابلها 4، أي أن 100 يقابلها 40 (أنظروا شكل 9).

### شكل 9

نموذج مساحة للمسألة: 32 عبارة عن 80 بالمئة من عدد معين ما هو هذا العدد؟ (الصف السابع)



تساعد نماذج المساحة، في كثير من الأحيان، على حل مسائل صعبة في الاحتمال. مثال من مشروع الرياضيات لصفوف الاعدادية (Phillips et al. 1986, 97-128) يعالج احتمال أن يرمي لاعب كرة سلة رميات حرة في حالة "مكافأة bonus": لنفرض أن للاعب فرصة 60 بالمئة أن يرمي رميات حرة، وإذا نجحت، فإن للاعب فرصة 60 بالمئة أن يرمي رميات المكافأة. نجد الاحتمال على أن اللاعب يرمي صفر رميات حرة، رمية حرة واحدة أو رميتين. تظهر هذه الاحتمالات بالتناظر في المناطق غير المظلمة، المظلمة باللون الفاتح والمظلمة باللون القاتم من شكل 10. تساعد نماذج المساحة على رؤية الاحتمالا بالتناظر:

$$P(\text{صفر رميات حرة}) = 1 - 0.60 = 0.40$$

$$P(\text{رمية حرة واحدة}) = 0.60 \times 0.40 = 0.24$$

$$P(\text{2 رميات حرة}) = 0.60 \times 0.60 = 0.36$$

بهذا فإن احتمال أن لا يرمي اللاعب أية رمية حرة هو الأكبر، في حين احتمال حدوث رمية حرة واحدة هو الأصغر - وهذا الشيء مفاجئ لكثير من التلاميذ. أمثلة أخرى لاستعمال نموذج المساحة في مسائل الاحتمال تجدونها في قائمة المراجع (المصادر).

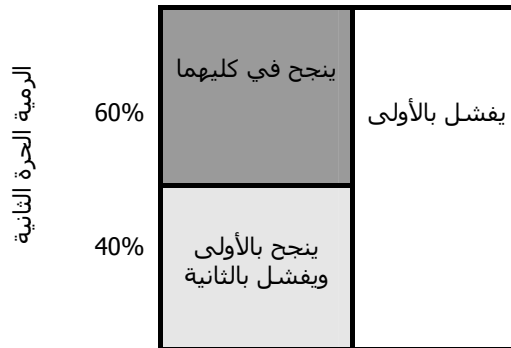
### شكل 10

احتمال لرمية حرة مع مكافأة (الصف الثامن)

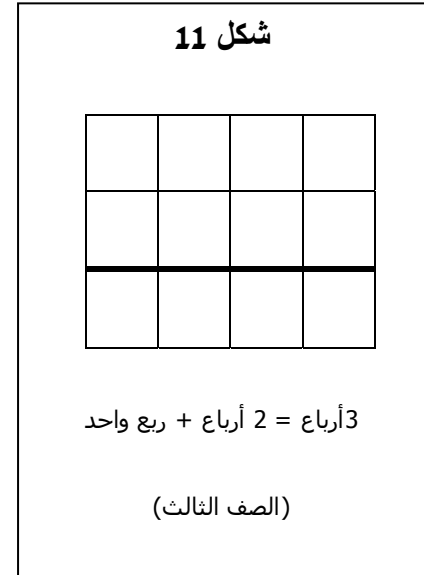
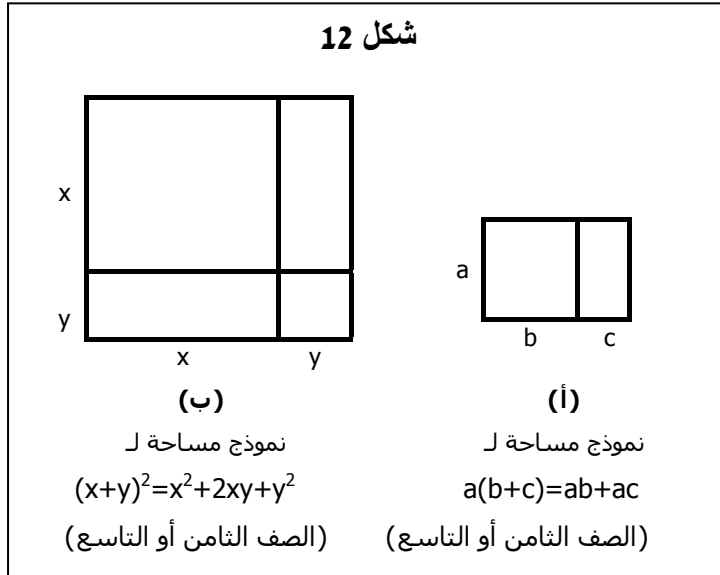
الرمية الحرة الأولى

60%

40%



في الجبر، نماذج المساحة لتمثيل قانون التوزيع تؤدي من مسألة مثل:  $3 \times 4 = 2 \times 4 + 1 \times 4$  كما مبين في شكل 11 إلى مسألة مثل:  $(a + b) c = ac + bc$  ومثل:  $a ( b + c ) = ab + ac$  وكذلك تبين التعبير  $(x + y)^2$  بأنه لا يساوي  $x^2 + y^2$ ، كما يظن كثير من التلاميذ (أنظروا شكل 12)



هكذا يستطيع المعلمون في الصفوف الدنيا استعمال نموذج المساحة كعرض مسبق وأولي لرياضيات عالية أكثر، في حين يستطيع معلمو الصفوف العليا استعمال هذا النموذج ليعينوا على تجارب التلاميذ السابقة. هنا لا ينتهي الموضوع، فنموذج المساحة يمكن استعماله في الرياضيات العالية بما في ذلك حساب التفاضل والتكامل.

## المصادر

- Armstrong, Richard D. "An Area Model for Solving Probability Problems." In *Teaching Statistics and Probability*, 1981 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, edited by Albert P. Shulte and James R. Smart, 135-42. Reston, Va.: The Council, 1981.
- Brown, Christopher N. "Fractions on Grid Paper." *Arithmetic Teacher* 26 (January 1979): 8-10.
- Dahlke, Richard, and Robert Fakler. "Geometrical Probability." In *Teaching Statistics and Probability*, 1981 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, edited by Albert P. Shulte and James R. Smart, 143-53. Reston, Va.: The Council, 1981.
- Driscoll, Mark. "What Research Says." *Arithmetic Teacher* 31 (February 1984):34-35, 46.
- Hiebert, James. "Research Report: Decimal Fractions." *Arithmetic Teacher* 34 (March 1987): 22-23.

- Kieren, Thomas E. "On the Mathematics, Cognitive, and Instructional Foundations of Rational Numbers." In *Number and Measurement Papers from a Research Workshop*, edited by Richard A. Lesh. Columbus, Ohio: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1975.
- Lappan, Glenda, Elizabeth Phillips, M.J. Winter, and William M. Fitzgerald. "Activities: Area Models for Probability." *Mathematics Teacher* 80 (March 1987):217-23.
- Payne, Joseph N. "Curricular Issues: Teaching Rational Numbers." *Arithmetic Teacher* 31 (February 1984):14-17.
- Phillips, Elizabeth, Glenda Lappan, Mary Jean Winter, and William Fitzgerald. *Middle Grades Mathematics Project: Probability*. Menlo Park, Calif.: Addison-Wesley Publishing Co., 1986.
- Reys, Robert E., Marilyn N. Suydan, and Mary M. Lindquist. *Helping Children Learn Mathematics*, Englewood Cliff, N.J.: Prentice-Hall, 1984:167-76, 192.
- Richardson, Kathy. *Mathematics Model Curriculum Guide K-8*. Sacramento, Calif.: California State Department of Education, 1987: 20.
- Schultz, James E. *Mathematics for Elementary School Teachers*. Columbus, Ohio: Charles E. Merrill Publishing Co., 1982:151-74.
- Streefland, Leon. *How to Teach Fractions so as to be Successful*. Utrecht, The Netherlands: Vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en Onderwijscomptercentrum, 1984.
- Suydan, Marilyn N. "Research Report: Manipulative Materials." *Arithmetic Teacher* 31 (January 1984):27.