

تقييم فهم التلاميذ للزوايا

An Assessment of Students' Understanding of Angle

بقلم: J.M. Keiser, A. Klee and K. Fitch

عن: Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 9 No. 2, Oct. 2003, pp. 116-119

ترجمة: كميل ظاهر

إلى أي مدى، حسب رأيكم، يفهم التلاميذ المفاهيم الكامنة وراء الكسور، الزوايا، الاحتمالات، أو أية فكرة مركبة أخرى نحاول تدريسها لهم؟ تفشل إجابات التلاميذ، أحيانًا، في الإفشاء عما يفهمونه، حقيقة، عن مفهوم ما. إذا كنت تريد تقييم فهم تلاميذك **لمفهوم الزوايا**، ما هو نوع الأسئلة التي ستقوم بطرحها للكشف عن تفكيرهم الحقيقي؟

لقد أنهى تلاميذنا، منذ فترة قصيرة، وحدة "الأشكال والتصاميم" من مشروع الرياضيات المترابطة- (Lappan et al. 1996) *(Connected Mathematics Project – CMP)* التي وُفرت تشكيلة كبيرة من الاستكشافات حول الهندسة المستوية، بما فيها مفهوم الزوايا. وطلبنا من التلاميذ، من أجل تقييم هذه الوحدة، المشاركة في نوعين مختلفين من الفعاليات. في البداية، طلبنا منهم تعريف مفهوم الزاوية، وهي مهمة أصعب مما تبدو عليه، إذ أنه من الصعب التعبير عن مفهوم مجرد كمفهوم الزاوية من خلال عدد من العبارات. في الخطوة الثانية، قررنا أن الصعاب الفردية التي يواجهها التلاميذ هي، أحيانًا، أفضل طريقة لتحديد سوء فهم المجموعة. لذلك، عرضنا على تلاميذنا تعليقات التلاميذ الآخرين في الوقت الذي جرى فيه تدريس نفس الوحدة (Keiser 2000)، وقام التلاميذ بالتفكير بالتعليقات، وقرروا ما إذا كانوا يوافقون أو لا يوافقون، وشرحوا لماذا.

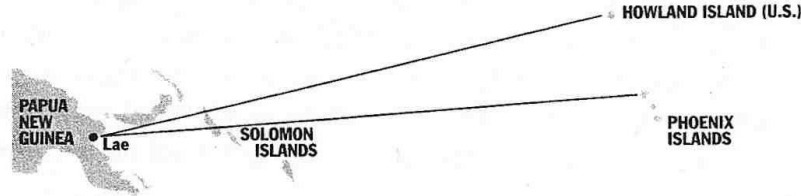
قبل أن تقرأ بحثنا، أطلب من تلاميذك أن يجيبوا على حالتين من الحالات المعروضة في **الشكل 1**. هل ظهر سوء فهم حول الأفكار المتعلقة بالزوايا؟ هل وجدت إجاباتهم مفاجئة؟ في أي شكل؟

الشكل 1: إعطاء تفسيرات حول معنى "الزاوية"

توجيهات: أكتبوا بكلماتكم تعريفًا للزاوية. حاولوا أن يكون التعريف كاملاً بقدر الإمكان. يجوز استخدام أكثر من جملة واحدة أو جملتين.

في الحالات 1 - 3، ناقش تلاميذ آخرون من الصف السادس آراءهم حول الزوايا. اقرأ التعليقات بتأن، ثم فسّر ما إذا كنت "توافق" أو "لا توافق" ولماذا. إذا كنت غير متأكد، إعط الأجابة التي تصف التوجه الذي تفكر به بأفضل طريقة.

الحالة 1: إمبليا إيرهارت، وهي رائدة في مجال الطيران، فُقدت في تحطم طائرة بسبب خطأ طيران عندما كانت تقود طائرة حول العالم. أخطأ ملاحها في 7.5 درجات. وبين الرسم أدناه وجهتها الحقيقية والمكان الذي يُعتقد أن طائرتها تحطمت فيه.



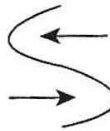
Adapted from Small Blue Planet. © Copyright 1993–1995 by Now What? Software, San Francisco. The original map was created from maps made by the Central Intelligence Agency and the Defense Mapping Agency.

سألت المعلمة، "هل انحرفت إمبليا كثيراً من ناحية الزاوية؟ وكانت إجابة معظم تلاميذ الصف "لا". ولكن، كليلر حاجتهم قائلة "لكن هذا بمقياس رسم صغير. ولكن في الحياة الحقيقية سيكون ذلك كبيراً جداً." وافق جون مع ذلك وأضاف، "سيكون ذلك مثل 200 درجة." فسألتها المعلمة، "ماذا تقصدين بذلك؟" أجابت كليلر، "إنها خارطة صغيرة. إذا قمت بعرض خارطة أكبر، إذا قمت بتكبير الخارطة، فستكون المسافة مختلفة، لأنها (الجزر) ملتصقة مع بعضها البعض. وستبتعد الواحدة كثيراً عن الأخرى. وإذا كان ذلك في الحياة الحقيقية، فستكون الزاوية أكبر بكثير." هل توافق أو لا توافق مع كليلر؟

الحالة 2: كان التلاميذ يتفحصون غرفة الصف بحثاً عن أمثلة عن الزوايا عندما قالت ساندبي: "هل تستطيعون العثور

على زوايا في أي حرف من حروف الأبجدية؟ باستثناء الحرف S لأنه نوع من، حسناً... ربما

يحتوي على زوايا! لأنكم تعرفون كيف أن S لها زوايا مثل هنا وهناك؟ وقامت برسم



الحرف S على اللوح (أنظر أدناه) وأشارت إلى نقطتين. "وهكذا، ربما ذلك صحيح لجميع

حروف الأبجدية؟" فقال دان، "باستثناء ال O." ووافقت سيندي على ذلك، "نعم، باستثناء ال O.

هل توافق أو لا توافق مع سيندي (أنه يوجد للحرف S زوايا)؟

الحالة 3: كان لتلميذة من الصف السادس الكثير من الأسئلة حول الزوايا صفر درجة، 180 درجة و 360 درجة. وكان

بعض من تعليقاتها كما يلي:

1. "لدي سؤال عن زاوية 360 درجة. أليست الزاوية مثل نقطة على شيء ما؟ إنني فضولية إزاء زاوية ال 180 درجة

أيضاً، ولكن زاوية 360 درجة، كل ما هنالك هو دائرة. لذلك لا أعتقد، في الحقيقة، ... وإنني أستغرب لماذا يعتبرون

ال 360 درجة وال 180 درجة زوايا؟"

2. "لأنني رأيت الزاوية على أن لها رأساً وخطين يذهبان باتجاهين مختلفين. وأعلم أن (الشعاعين) يذهبان باتجاهين

مختلفين (في زاوية ال 180 درجة)، لكنني لا أعرف أين رأس الزاوية وكيف يذهبان باتجاهين مختلفين إذا كانا

يقومان بالعمل نفسه."

3. " كل ما أعتقد حول ماهية الزاوية هو أنه تم وضع خطين سوية في "القرنة"، بأنهما يتكئان على "قرنتهما"، ولكن

لا توجد لهذه "قرنة" يمكن أن تكون فيها. " لا أفهم كيف يمكن للزاوية أن تكون حركة دائرية فقط وليس خطان."

هل توافق أو لا توافق؟

نقاش حول المهام

قمنا باستخدام نوعين من التقييمات: كتابة التعريف والحالات في الشكل 1، كوسيلة لاستكشاف صورة مفهوم الزوايا لدى تلاميذنا. وكان Tal and Vinner (1981) أول من عرف صورة المفهوم بغية "وصف البنية الإدراكية الكاملة المقرونة بالمفهوم، والتي تتضمن جميع الصور الفكرية والميزات والعمليات المقرونة بها" (الصفحة 152). في البداية، كنا نأمل أن نتحدى التلاميذ في أن يفكروا بشكل نقدي في المفهوم لنستطيع تحديد أسئلة مثيرة وسوء فهم ممكن حول الزوايا قد يكون لدى التلاميذ. بعدها، كان بإمكاننا متابعة بحثنا من خلال نقاش في الصف يتناول هذه الأسئلة.

أتى تلاميذ الصف السادس الـ 77 من ثلاثة صفوف مختلفة، وكانوا قد أنهوا وحدة "الأشكال والتصميمات" قبل يوم واحد. وخلال حصة واحدة، طلبنا من التلاميذ، أولاً، كتابة تعريف للزاوية، ثم قمنا بجمع هذه التعريفات قبل عرض حالتين من الحالات الثلاث من الشكل 1. (لقد طلبنا منهم أن ينهوا حالتين فقط من الحالات الثلاث بسبب تقييدات الوقت، على الرغم من أنه كان من الممكن أن يكون مثيراً للإهتمام، أيضاً، الطلب منهم إنهاء الحالات الثلاث!!!) وتكشف الحالات الثلاث إما عن سوء فهم سمات معينة من الزاوية، أو أنها تحتوي على أمثلة عن الصعوبات التي يواجهها التلاميذ الآخرون في فهم بعض الأفكار. وقد شجّعنا التلاميذ، عند كتابة ردود فعلهم، على التعبير بشكل كامل لماذا وافقوا أو لم يوافقوا على هذه التعليقات.

تصنيف تعريفات التلاميذ

لو طلبت من تلاميذك كتابة تعريف للزاوية، ما هي، حسب رأيك، التعريفات التي سيكتبونها؟ هل ستشمل تعريفاتهم جميع العناصر التي تعتبرها أنها تعرف الزاوية؟ أو هل سيتم التشديد على ميزات معينة بحيث يتم استثناء أنواع معينة من الزوايا، مثل الزوايا المنعكسة أو الزوايا صفر درجة، 180 درجة أو 360 درجة؟ هل سيتمحورون في ميل الشعاعين، في الجزء الداخلي، أو على الحركة الدائرية لشعاع واحد باتجاه الشعاع الآخر؟

في الحقيقة، تميل جميع التعريفات، وفقاً لطبيعتها، إلى تقييد المفاهيم لأنها تضع حدوداً. أنظر، على سبيل المثال، إلى تعريف الزاوية التالي: "الزاوية مع الرأس A هي النقطة A مع شعاعين واضحين غير متقابلين AB و AC (ساقا الزاوية) يخرجان من النقطة A (Greenberg 1993). ويستثنى هذا التعريف، المأخوذ من كتاب هندسة معروف لطلاب الكليات، الزوايا 360 درجة، 180 درجة و صفر درجة، ولا يميّز بين الزوايا x درجة وبين الزوايا (360 - x) درجة. وبدلاً من ذلك، يتمحور التعريف، بشكل رئيسي، في الشعاعين ولا يشير إلى الاستدارة من شعاع لآخر، إلى القسم الداخلي من الزاوية، أو إلى كيفية قياس الزاوية. في الحقيقة، هنالك أسباب جيدة جداً لتحديد تعريف الزاوية على هذا النحو، وأحدها أن العديد من القضايا الرياضية المثبتة في كتب التدريس لا تخص زوايا 180 درجة أو أكثر؛ لذلك، فإنه من الأسهل استثناء هذه الزوايا بدلاً من التعامل معها على أنها شاذة المرة تلو الأخرى. ولكن، عندما يتمحور التلاميذ في ناحية معينة، فمن الممكن أنهم يشيرون إلى أن ليس لديهم صورة مفهوم مطوّرة جيداً، صورة مرنة بما فيه الكفاية ليتم تطبيقها على العديد من الأوضاع المختلفة.

قرأ إثنان منّا تعاريف التلاميذ ثم قاما بتصنيفها بموجب التشديد الموجود في التعريف. على سبيل المثال، إذا كتب التلميذ، "الزاوية هي الرأس في المضلع"، قمنا بتصنيف هذا التعريف على أنه يشدد على الرأس، بسبب تشديده على الرأس بشكل رئيسي (أنظر الجدول 1). لقد لاحظنا، على الفور، أنه سيكون هناك، على الأرجح، نوعان من التشديدات - التشديد على قياس الزاوية نفسها، والتشديد على تقاطع القطع. وشددت بعض التعريفات الأقل انتشاراً على الشعاعين أو على الرأس نفسه. قدم ثمانية تلاميذ تعريفات، صنغناها على أنها تعريفات "مركبة" لكونها تدمج بين صفتين أو ثلاث صفات ضرورية لفهم مفهوم الزاوية بشكل كامل. ولكن، كتب أحد عشر تلميذاً تعريفات كانت إما غير واضحة للفهم أو غير صحيحة. وكتب أربعة تلاميذ تعاريف مثل "الزاوية هي قياس جهة واحدة من الشكل"، ونحن نجري المزيد من التحقيق لنحدد ما إذا كان هؤلاء التلاميذ قد أخطأوا في استخدام المفردات اللغوية أو أنهم يعتقدون، حقاً، أن الزاوية تحتوي على جهة واحدة.

لقد تفاجأنا من أن نرى العديد من تلاميذنا يعرفون الزاوية وفقاً لقياساتها (مقدارها). ولا يرتكب التلاميذ، عادة، هذا النوع من من الأخطاء مع الصفات الأخرى. على سبيل المثال، لا يتم الخلط، عادة، بين قطعة مستقيمة وبين طولها، مثل الإنشآت، الأقدام، وهكذا. من الممكن أن يحدث هذا الوضع لأنه يتم قياس الطول باستخدام العديد من وحدات القياس المختلفة، بينما يتم قياس الزاوية بالدرجات أو بالراديان (radian)، ولم يتم عرض قياس الراديان على التلاميذ حتى الآن. وهكذا، فإنه، ربما، من الصعب على التلاميذ الإدراك بأن الزاوية هي ليست نفس الشيء مثل مقدار الزاوية.

في هذه المرحلة من تطوره، ربما يكون النشاط المتعلق بلورة تعريفات عملية رسمياً أكثر مما ينبغي بالنسبة للطلاب، ولكن، يمكن للنقاش الناجم أن يحث الطلاب على التفكير بشكل نقدي في الكلمات المختارة بالإضافة إلى النتائج التي يمكن أن تظهر عندما يتم التشديد، بشكل كبير، على ناحية واحدة. إذا كنت قد طلبت من تلاميذك أن يكتبوا تعريفات للزاوية، هل تعتقد أنك كنت ستحصل على نتائج مشابهة؟ هل سيكون النقاش الذي يتبع ذلك مفيداً بالنسبة لك ولتلاميذك؟

الجدول 1: تعريفات التلاميذ

التشديد في التعريف	عدد التلاميذ اصحاب هذا التشديد (N=78)	النسبة المئوية من التلاميذ
الدرجات أو القياس نفسه "الزاوية هي عدد الدرجات في الزاوية"	23	29.5%
قطع مستقيمة تلتقي "الزاوية هي المكان الذي تلتقي فيه قطعتان مستقيمتان لتشكيل زاوية"	20	25.6%
الفتحة "ما هو مدى انفراج الخطين عن بعضهما البعض في مكان الرأس"	6	7.7%
النقطة "الزاوية هي المكان الذي يلتقي فيه رأسان ليشكلا نقطة."	6	7.7%
قياس الحافة "الزاوية هي قياس ضلع واحد من الشكل"	4	5.1%
دمج اثنين من هذه التعريفات "أعتقد أن الزاوية هي القياس بالدرجات بين قطعتين مستقيمتين تلتقيان"	8	10.3%
تعبير غير واضح أو خاطئ "الزاوية هي شكل له خطوط مستقيمة وثلاث زوايا على الأقل."	11	14.1%

نظرة على المسائل التي تمثل الحالات

بما أن المسائل المعروضة في الشكل 1 هي حالات تطلبت بذل جهود كبيرة من قبل التلاميذ الذين كانوا في غمرة دراسة وحدة "الأشكال والتصاميم"، أردنا أن نعرف ما إذا كان من الممكن أن تكون بعض المسائل أقل صعوبة بالنسبة للتلاميذ الذين أنهوا دراسة هذه الوحدة. ويشير الجدول 2 إلى أنه لم يجد معظم التلاميذ مشقة في الحالات 2 و 3. ومن الممكن أن التجارب الناجمة عن وحدة "الأشكال والتصاميم"، إلى جانب تجاربهم السابقة، قد ساعدت العديد من التلاميذ في إزالة الخطوط المنحنية من صورة مفهوم الزاوية لديهم. و يبدو، كذلك، أنه لم يكن لمعظم تلاميذنا أي مشكلة في تخيل الزوايا صفر درجة، 180 درجة أو 360 درجة حتى بالرغم من أن هذه الزوايا الخاصة لا تبدو مثل "الزوايا"، وأن أفضل طريقة لتخيلها هي التفكير بإدارة الشعاعين بدلاً من التركيز على الشعاعين ذاتها. وفي الحقيقة، كتب التلاميذ، "لا أوافق مع التلميذ، والإدارة بـ 360 درجة هي ليست دائرة. إنه مجرد القياس من نقطة تدور لتلتقي بنفسها في الجهة الأخرى." (تجدد الملاحظة أن هذا التلميذ يتحدث، أيضاً، عن نقطة تتحرك، بدلاً من التحدث عن شعاع. وبالرغم من أن التلميذ يبدو قادراً على تخيل الدوران بـ 360 درجة، فإنه يفتقر إلى المفردات اللغوية ليعبر عن تفكيره بشكل ملائم.)

ولكن، استصعب تلاميذنا، في الشكل 1، رؤية ما إذا تم تكبير الزاوية بنسبة معينة أو تكبيرها بحيث تتم المحافظة على التشابه بين الأشكال، يبقى قياس الزاوية ثابتًا. ووافق 76% من التلاميذ الذين قرأوا الحالة مع كليز بأن الزاوية المرسومة في كتبهم، التي أخذت منها الخارطة في المسألة 1، ستكون أصغر من الحالة في الحياة العادية. وكتب أحد التلاميذ، "نعم (أوافق)، الخريطة هي نسخة أصغر على الرغم من أنها قد تبدو كصورة فعلية، إذا قمت بتكبيرها، ستكون الزاوية أكبر." وكتب تلميذ آخر، "أوافق لأن الصورة الأكبر تعني درجة أكبر."

الجدول 2: تحليل الحالات 1 و 2 و 3

	عدد التلاميذ الذين وافقوا	عدد التلاميذ الذين لم يوافقوا	النسبة المئوية من التلاميذ الذين وافقوا	النسبة المئوية من التلاميذ الذين لم يوافقوا
الحالة 1	42	13	76%	24%
الحالة 2	12	24	33.33%	66.66%
الحالة 3	3	17	15%	85%

يمكن تفسير إساءات الفهم هذه في عدد من الطرق. إذا كان التلاميذ يرون الزاوية على أنها البعد الطولي بين شعاعين أو بأنها المساحة بين شعاعين، من المنطق الاستنتاج بأن كلما ابتعدنا عن رأس الزاوية، في الوقت الذي نبقى فيه ضمن المساحة داخل الزاوية، فإن الزاوية تبدو أكبر بالنسبة للتلاميذ. والتلاميذ الذين يعتقدون بأن الزاوية مرتبطة بطول الشعاعين سيستنتجون، أيضًا، أن الزاوية المكبرة بنسبة معينة سيكون مقدارها أكبر. قد لا تتم معالجة إساءات الفهم هذه بشكل كاف حتى يصل التلاميذ إلى فهم أفضل للتشابه. وعند مقارنتهم للأشكال المشابهة، سيتعلمون أنه بالرغم من زيادة طول الأضلاع يبقى مقدار الزوايا ثابتًا. ويشير سوء الفهم أيضًا إلى مشكلة أكبر لدى العديد من الطلاب – وهي مشكلة التعليل النسبي. وعندما يتعلم بعض التلاميذ استخدام عوامل مقياس الرسم لزيادة أو تقليص كبر الأشكال، فإنهم عادة ما يعتقدون أن جميع الصفات تكبر أو تصغر بنفس الطريقة. فعلى سبيل المثال، إذا تمت "مضاعفة" قياسات مثلث ما، يمكن أن تكون هذه التعابير مربكة: عند مضاعفة أطوال الأضلاع، يتضاعف المحيط، المساحة تكبر بأربعة أضعاف، ولكن الزوايا تبقى ثابتة على ما هي.

الانعكاسات على التعليم والتعلم

لقد وفرت لنا هذه المجموعة من المعطيات التي حصلنا عليها من تلاميذنا فهمًا كبيرًا لتفكيرهم. وتعلمنا أنه يجب علينا التفكير في طريقة نشدد فيها على الفرق بين الصفات وبين المقياس (مقدار الزاوية). وتعلمنا أن العديد من تلاميذنا لا يزال يفتقر إلى المفردات اللغوية التي تعبر عما يقصده. وتعلمنا أيضًا أن الثبات في مقدار الزاوية مع تكبير أو تصغير الزاوية هي، في الحقيقة، فكرة يفهمها القليل من طلابنا. واكتشفنا، أيضًا، أن الطلب من التلاميذ التعليق على تعليقات التلاميذ الآخرين هي طريقة غير مهددة لتقييم تفكيرهم. واستحسن تلاميذنا سماع بأن هذه التعليقات هي لتلاميذ من ولاية أخرى قبل حوالي

ثماني سنوات، وبالرغم من ذلك فإن الأفكار التي تم التعبير عنها كانت متشابهة جدًا. ويبدو أن استخدام المسائل التي تمثل حالات مجهولة المصدر هو استراتيجية جيدة لتوليد النقاش. والأهم من ذلك، أننا تعلمنا أن طرح الأسئلة على تلاميذنا بطريقة غير مهددة، وليس بهدف اعطاء العلامات، هي طريقة مفيدة ليس للتلاميذ فحسب بل لتطورنا نحن كمهنيين مفكرين أيضًا.

الببليوغرافيا

- Greenberg, M.J. *Euclidean and Non-Euclidean Geometries: Development and History*. 3rd ed. San Francisco: W. H. Freeman & Co., 1993.
- Keiser, Jane M. "The Role of Definition." *Mathematics Teaching in the Middle School* 5 (April 2000): 506-11.
- Lappan, Glenda, James T. Fey, William M. Fitzgerald, Susan N. Friel, and Elizabeth Difanis Phillips. *Shapes and Design: Teacher's Guide*. Palo Alto, Calif.: Dale Seymour Publications, 1996.
- Tall, D. O., and S. Vinner. "Concept Image and Concept Definition in Mathematics, with Particular Reference to Limits and Continuity." *Educational Studies in Mathematics* 12 (1981): 151-69.