אלגברה? שער! מחסום! תעלומה!

ALGEBRA ? A GATE ! A BARRIER ! A MYSTERY !

מתוך עלון בנושא: **דיאלוגים בחינוך מתמטי - Mathematics Education Dialogues**
הופיע ב: Vol. 3 Issue 2 ,April 2000. A Publication of the National Council of Teachers of Mathematics, Reston VA.

הקדמה (תרגום: נורית לוין)

נושא הוראת האלגברה בבית הספר היסודי עולה על הפרק כנושא שיש ללמדו את כל התלמידים, בין היתר כהכנה ללימודי האלגברה בהמשך.

לאור זאת עולות שאלות ותהיות רבות, ביניהן:

- אלגברה לכולם? מדוע?
- מהם השינויים שיש להכניס בהכשרת המורים אם נושא האלגברה צריך להילמד בבית הספר היסודי? מה ללמד? איך ללמד?
- אם בהוראת האלגברה בבית הספר היסודי אין להשתמש בסימבולים, אז במה יש להשתמש במקומם?
- האם אנו מבינים כיצד חשיבה סימבולית באלגברה מתפתחת כך שאנו יכולים להתנגד או לתמוך בפעילות כזו? אם כן, כיצד אנו צריכים להכין את המורים ללמד אלגברה?
- האם יש קשר בין לימוד מיומנויות של חקר נתונים כמו איסוף נתונים וארגונם, זיהוי תבניות וביטויין לבין לימוד אלגברה?
- מה המשמעות של למידה פעילה בלימוד האלגברה בבית הספר היסודי?

לשאלות אלו ולאחרות ניתן למצוא התייחסות בגיליון ה- Dialogues בהוצאת ה- NCTM אשר נמצא באתר האינטרנט בכתובת הבאה:

http://www.nctm.org/assets/0/92/262/298/7F964184-234E-469D-8BFE-B4B036071697.pdf

מתוך אוסף ההתייחסויות המופיע בגיליון הנ"ל, בחרנו לתרגם שתיים. אחת עוסקת בהוראת אלגברה בכיתות היסוד (א' – ד') והשנייה בהוראת האלגברה בכיתות הביניים (ה' – ח').

כמו כן הוספנו תרגום של מאמר העוסק בגיל הרך, בנושא של חקירת דגמים בגן הילדים כבסיס לחשיבה אלגברית.

כיתות היסוד:

חקירת עולמנו דרך חשיבה אלגברית

Exploring Our World through Algebraic Thinking

מאת : Barbara Moses

תרגום : ברכה סגליס

רחל, תלמידה בכיתה ד׳, שמה לב שאחיה תמיד אוכל יותר פיצה ממנה. כאשר רחל לא היתה כל כך רעבה, היא אכלה רק פרוסה אחת, ודניאל אכל שלוש פרוסות. כאשר רחל היתה מאוד רעבה, היא אכלה שלוש פרוסות, אבל דניאל אכל חמש, וכאשר היא היתה מאוד מאוד רעבה, היא אכלה ארבע פרוסות, ודניאל אכל שש. רחל אמרה, ״הוא תמיד אוכל שתי פרוסות יותר ממני. אם אני אוכל שש פרוסות, הוא בטוח יאכל שמונה פרוסות.״ כאשר נתבקשה לכתוב פסוק שיתאר את הנסיבות הללו, רחל כתבה כך :
מספר הפרוסות שרחל אוכלת + 2 = מספר הפרוסות שדניאל אוכל.
רחל עסקה בחשיבה אלגברית.

אלגברה היא אודות זיהוי דפוסים (patterns) וביטוי דפוסים אלה בדרך כלשהי. מתארים אותה כמתמטיקה העוסקת באמירות כלליות על יחסים, תוך שימוש באותיות ובסמלים אחרים כדי לייצג קבוצות מסוימות של מספרים, וכדו׳. כדי לעשות אלגברה, תלמידים צריכים ללמוד לאסוף נתונים ולארגן אותם כך שיזהו דפוסים בנתונים, ולבטא את הדפוסים שמצאו. אם תלמידים יוכלו לחשוב באופן כזה, אזי עזרנו להם לחשוב בצורה מתמטית ויצרנו גשר מאריתמטיקה לאלגברה.

ילדים צעירים אינם רק מסוגלים להבחין בדפוסים, אלא משתמשים לעיתים קרובות במיומנות זו באופן טבעי כדי למצוא הגיון בעולמם. הם משיגים בעצמם תוצאות יוצאות מן הכלל, כאשר יש סיטואציה פתוחה. לדוגמה, כאשר מורה באחת הכיתות בקשה מתלמידיה ליצור מלבנים ממספר זוגי של לוחיות צבעוניות, הם התחילו עם שתי לוחיות ויצרו צורה של אחת על שתיים. הם המשיכו ליצור מלבנים עם ארבע לוחיות, ובנו צורות של שתיים על שתיים ואחת על ארבע ; עם שש לוחיות, הם יצרו צורות של שתיים על שלוש ואחת על שש ; וכך הלאה. הם הבחינו שכאשר הם השתמשו במספר זוגי של לוחיות,אחד המימדים היה יכול להיות תמיד שתיים. הם הסיקו מכך שניתן לרשום כל מספר זוגי כשתי פעמים מספר אחר – צעד קטן מסימון מספר זוגי כ- $2x$. הם בדקו מספר אי זוגי כדי לראות מה יקרה אם אחד המימדים היה שתיים. מכיוון שתמיד נשארה לוחיות אחת נוספת, הם החליטו שמספר אי-זוגי הוא מספר זוגי ועוד אחד – קרוב מאוד לכתיבת מספר אי-זוגי כ- $2x+1$.

ככל שהטכנולוגיה ממלאת תפקיד משמעותי יותר בתוכנית הלימודים, הדגש באלגברה עובר שינוי. לא עוד מתמקדים באלגברה רק על לימוד לשם שינון של פעולות עם סמלים כמו פתרון משוואות או פישוט ביטויים. מחשבונים יכולים כיום לפרק לגורמים ביטויים ולפתור משוואות. מדוע, אם כך, נשארת האלגברה מרכיב חיוני בתוכנית הלימודים במתמטיקה?

אלגברה חיונית משום שהיא דרך חשיבה. דרך לפרש ולהבין מצבים בחיי היומיום. העולם מלא בקביעות וסדירות שתלמידים יכולים לזהות. הכסף שהם מרוויחים בחלוקת עיתונים לבתים גדל ככל שמספר העיתונים שהם מחלקים גדל ; מספר העוגיות שצריך להכין למסיבת כיתה תלוי במספר התלמידים בכיתה.

אבל הכסף שהם מרוויחם והעוגיות שהם צריכים הם משתנים הקשורים למשתנים אחרים – מספר העיתונים שחולקו ומספר תלמידי הכיתה, בהתאמה. מתן פירוש לקשרים אלה, עשיית מודליזציה שלהם, וניבוי אירועים בעתיד הופכים להיות המוקד של אלגברה.

חשיבה אלגברית הינה המכשיר לחקירת העולם והקביעויות שלו. ילד צעיר יכול לחקור את לוח עובדות החיבור ולהבחין בסימטריה לאורך האלכסון, ובכך לגלות את חוק החילוף. ילד בוגר יותר יכול להבחין שסכום n המספרים האי-זוגיים הטבעיים הראשונים נותן ככל הנראה מספרים ריבועיים. ילד אחר יכול להשתמש בגיליונות אלקטרוניים כדי לחקור גידול מעריכי. כאשר אנו לומדים על דפוסים בעולמנו, אנו מפתחים מודעות לקביעויות ומוצאים דרכים לייצג אותם. הייצוגים של קשרים אלה עשויים להשתנות בהתאם לבשלות של התלמידים, אך אנו צריכים לעודד חשיבה אלגברית בכל גיל.

כיתות הביניים:

אלגברה בכיתות הביניים? כן, והנה כיצד להתחיל!

Algebra in the Middle School? YES, and Here's How to Start!

מאת: Angela F. Allen

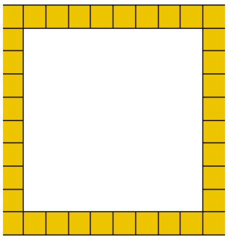
תרגום: ברכה סגליס

אני חסידה של אלגברה בכיתות הביניים. אם מלמדים אותה כהלכה, אלגברה עוזרת לתלמידים לחשוב, לראות דפוסים וקשרים ולעשות ניבויים והכללות. כלומר, היא מעסיקה תלמידים בלמידה פעילה שהיא לב ליבה של המתמטיקה. המפתח לכך הוא ללמד אלגברה כהלכה.

אם אלגברה מוצגת לתלמידים כאוסף של אלגוריתמים ופרוצדורות שצריך לשנן ללא קישורים למשמעויות העומדות מאחוריהם, אזי אלגברה אינה מתאימה לתמידי כיתות הביניים. אבל, אם מלמדים אותה בדרך המערבת תלמידים בחיפוש אחר דפוסים ויחסים ובעשיית הכללות המבוססות על חשיבה שקולה, אזי היא יכולה להיות גירוי אינטלקטואלי והזדמנות מועילה.

כל התלמידים בבית ספרי למדו אלגברה במשך שנה שלמה בכיתה ח׳. כאשר אני עושה רפלקציה על ההתנסות שלי בהוראת תלמידים אלו, אני נזכרת שנהגתי לבחור משימות בעלות שלושה מאפיינים חשובים: לגיטימיות לתלמידים, מתאימות לחשיבה המתמטית של התלמידים, ומכילות מושגים או תהליכים מתמטיים חשובים.

לדוגמה, על פי רוב בתחילת הקורס נתתי את משימת המסגרת מהספר: *״אוסף של שיעורי מתמטיקה לכיתות ו׳ עד ח׳ ״* (A Collection of Math Lessons from Grades 6 through 8) מאת Marilyn Burns and Cathy McLaughlin (New York: The Math Solutions Publications, 1990).



בעיה זו דורשת מן התלמידים למצוא את מספר הריבועים בעלי מידה של 1×1 הנמצאים על המסגרת של רשת בעלת מידה של 10×10. באווירה כיתתית בה התלמידים הרגישו חופשי לבטא את המחשבות והשיטות שלהם, הם לקחו

אחריות אישית למשימה, כשהם פיתחו שיטות ושיתפו בהן אחרים כדי למצוא את הנעלם – מספר הריבועים הנמצאים על המסגרת.

תלמידים השתמשו במספר שיטות כדי לספור את הריבועים שעל המסגרת. למשל, כמה תלמידים מצאו את מספר הריבועים בצד אחד של השפה (10 ריבועים); כפלו ב- 4; ואז החסירו 4, מתוך הבנה שהפינות נספרו פעמיים, וקיבלו 36 ריבועים. הם בדקו את ההכללה של השיטות על רשתות בעלות מידות אחרות.

אחרי שהם הגיעו להכללה נכונה, בקשתי מהם לנבא ולבדוק את ההכללות שלהם על רשת של 100×100 . מספר תלמידים התלוננו על הזמן הנדרש לספור כל כך הרבה ריבועים.

לאחר מכן בקשתי מן התלמידים לתרגם את השיטות שלהם לשפה אלגברית כדי לתאר את הפרוצדורות שלהם. הצעתי שיתחילו בכך שישנו את המילים בתיאורים שלהם לאותיות או משתנים, כשאני מסבירה שהערכים הלא ידועים אמורים להשתנות עבור ריבועים שונים.

אחרי מעט מבוכה ותדהמה, תלמידים תרגמו את שיטות הספירה שלהם לשפה אלגברית. לדוגמה, תלמידים שהשתמשו בשיטה שתוארה קודם, החליפו את מספר הריבועים במסגרת ובצד באותיות B ו- S בהתאמה, ורשמו $B = S \times 4 - 4$. ברור שמשימה זו אינה דורשת חשיבה ברמה גבוהה או שליטה בעובדות היסוד, אבל היא עזרה לתלמידים לראות כיצד האלגברה היא הרחבה טבעית של האריתמטיקה.

משימה זו, כמו גם משימות אחרות בהן השתמשתי עם תלמידי, שינתה את נקודת המבט שלהם על מתמטיקה. הם ראו שאלגברה בכיתות הביניים אינה מבלבלת, אלא מהווה דרך לחשיבה ועשייה של המתמטיקה העוסקת במציאת דפוסים ועשיית הכללות. יתרה מזאת, הם היו נלהבים ללמוד שמתמטיקה הינה יותר מאשר האריתמטיקה שהם עשו בכיתות ו׳ ו- ז׳. באמצעות שימוש במשימות טובות ואווירה כיתתית תומכת, התלמידים שלי רכשו ביטחון במתמטיקה וראו כיצד האלגברה מתקשרת לחוויות הלמידה הקודמות שלהם, כיצד היא מציעה דרך חדשה לגשת ולפתור בעיות, וכיצד היא מניחה את הבסיס למתמטיקה ברמה גבוהה יותר.

מה בא אחרי? המתמטיקה של דגמים בגן הילדים

What Comes Next? The Mathematics of Pattern in Kindergarten

מאת: Karen Economopoulos

הופיע ב : Teaching Children Mathematics, Vol.5 No. 4, December 1998, pp. 230-233

תרגום : ברכה סגליס

פעילויות עם דגמים הינה מרכיב עיקרי בתכנית הלימודים בגן הילדים. אם תשאלו כל גננת, קרוב לודאי שהיא תתייחס ללימוד של דגמים כמרכיב חיוני של התוכנית במתמטיקה. בכל גן שתכנסו אליו צפוי שתראו ילדים בונים דגמים חוזרים במגוון של חומרים. רכבות ארוכות העשויות מקוביות מתחברות מטיילות על פני החדר, או "קירות" מדגמים שנוצרו מצורות הפלא מונחים על השולחן. באזור קוביות המשחק, ניתן לראות דגם העשוי לסירוגין מגופים מסוג מנסרה משולשת ומנסרה מלבנית, המקשט קיר של מבנה מקוביות המשחק. על לוחות הקיר ניתן לראות עדויות מעבודות של ילדים עם דגמים בצורת הדפסי יד בצבעים ירוק – צהוב – ירוק – צהוב, או דגמים של "נחשים" העשויים מהעתקים מנייר של צורות הפלא המודבקים על רצועות נייר צרות. בכל המקרים הללו, ילדים בנו והרחיבו תבנית (design) שחזרה על עצמה בדרך קבועה וניתנת לחיזוי. הם יצרו דגמים.

אולם מה מבינים ילדים צעירים בשעה שהם עובדים עם דגמים? מהי המתמטיקה המשמעותית בפעילויות אלו עבור ילדים בגיל חמש ושש, וכיצד רעיונות ופעילויות אלו מתקשרים לעבודת ההמשך במתמטיקה?

ספר הנספח לסטנדרטים של ה- NCTM : **דגמים** (Coburn et al. 1993) מציין שבגן "ילדים צריכים להתמקד על קביעות וחזרה בתנועה, צבע, צליל, מיקום, וכמות ולהיות מעורבים בזיהוי, תיאור, הרחבה, העברה, תרגום ויצירה של דגמים" (עמ' 2). יתר על כן, כדי להבין את המושג דגם, ילדים צריכים לזהות את יכולת הניבוי והחזרה שהדגמים מרמזים עליהם במצבים הבאים (Coburn et al. 1993, 2):

- יש דגמים שבהם היחידה הבסיסית חוזרת על עצמה: אדום – אדום – כחול, אדום – אדום – כחול.
- דגמים אחרים עשויים לגדול: מחיאת כף – ניתור, מחיאה – מחיאה – ניתור, מחיאה – מחיאה – מחיאה – ניתור.
- דגמים עשויים להתגלות בדרכים לא צפויות: כאשר אנו חוקרים עם אמצעי המחשה, אנו מגלים לעיתים קרובות דגמים.
- דגמים הם חלק מן העולם שיצרנו: האור הירוק ברמזור מופיע אחרי האור האדום ואז התנועה מתחילה לנוע.

כדי לחשוב על שאלות אלו ועל רעיונות אודות דגמים, כמו גם על נושאים מתמטיים אחרים בתוכנית הלימודים של הגילאים הצעירים, נפגשה קבוצה של גננות בקביעות במהלך שנת הלימודים כדי לדון על החשיבה המתמטית של תלמידיהם. קידום דיונים בין מורים אודות האופן שבו ילדים לומדים מתמטיקה, הוכח כדרך יעילה לעידוד מורים לחשוב בצורה ביקורתית יותר על הוראת המתמטיקה (Simon and Schifter 1991; Wilson and Ball 1991). קבוצת הגננות פעלה על פי הנחה זו ומצאה שעשייה משותפת של מתמטיקה עזרה להן ללמוד עוד על המתמטיקה שהן מלמדות.

במהלך הזמן שהוקדש במפגשים לדיונים על דגמים, חקרו הגננות בעיות מתמטיות העוסקות בדגמים ועשו רפלקציה על אפיזודות מהגנים שהן תעדו כאשר תלמידיהן עסקו בפעילויות של דגמים. כמו רוב הגננות, הן התייחסו במשך שנים רבות לפעילויות עם דגמים כחלק מקובל וישיר של תוכנית הלימודים שלהן. כאשר הן חשבו ביחד על עבודתן עם דגמים, הן התחילו לבדוק בצורה מעמיקה יותר את הפעילויות שהיו עד כה מובנות מאליהן ולחשוב ביחד על הרעיונות המתמטיים העומדים ביסוד פעילויות אלו. אחת הגננות העירה :

אני עושה פעילויות של דגמים עם הילדים בגן במשך שנים. מרבית הגננות עושות הרבה פעילויות של דגמים עם הילדים שלהן. אבל מדוע? מדוע אנו מקדישות זמן כה רב לדגמים – לפעמים עושים אותו סוג של פעילות יותר מדי זמן? כמו למשל ילדים שבונים דגמים של אדום – כחול – אדום – כחול, ואז אנחנו מבקשות מהם לעשות זאת בכל מיני סוגים של חומרים; אבל ברגע שהם מבינים אדום – כחול – אדום – כחול, מה הם צריכים לעשות לאחר מכן? מה אני [הגננת] צריכה לעשות במונחים של שאילת שאלות או מתן הפעילות הבאה,שיעמיק את ההבנה שלהם על דגמים ויעלה את החשיבה שלהם לרמה חדשה?

כאשר הגננות תיארו את סוגי הפעילויות עם דגמים שהן הציעו לילדים, התברר שמרבית הפעילויות התמקדו בהעתקת דגם קיים, יצירת דגם חוזר משלהם, או הרחבת דגם שהם יצרו או שמישהו אחר יצר. בכל הדוגמאות, הגננות חשבו שהמטרה של פעילויות אלו היא לגרום לילדים להתמקד ב- "מה הדבר הבא בדגם זה?"

עבור ילדי גן רבים, ההחלטה מה בא אחרי אינה פשוטה או מובנת מאליה. כדי להעתיק, ליצור, ולהרחיב דגם, ילדים צריכים לבחון את הדגם בזהירות. הם צריכים לחפש קשרים בין מרכיבי הדגם ולחקור כיצד ניתן להשתמש במידע זה כדי לקבוע מה להוסיף לדגם. כאשר הם מתחילים לראות קשרים, הם מתחילים לראות שההחלטה מה יבוא בהמשך הדגם אינה בחירה מקרית. יחד עם זאת, כאשר ילדים נפגשים לראשונה עם דגמים, הם עשויים לראות רק שהאדום בא אחרי הכחול והכחול בא אחרי האדום. בשלב כלשהו עליהם לעשות את הקישור ש- אדום – כחול הינו יחידה בסיסית של הדגם. לדגמים יכולים להיות מרכיבים שמתחלפים לסירוגין, חוזרים על עצמם, גדלים, או קטנים באופן קבוע. היכולת לתאר קשרים קבועים אלה מובילה לניבוי כיצד הדגם ימשיך. עבור ילדים צעירים, ההכרה בכך שדגמים ניתנים לניבוי הינו רעיון מתמטי חשוב.

האם צריך להתמקד בגן בעזרה לילדים להבין שדגמים ניתנים לניבוי? בהחלט, רעיון זה חשוב, אך מהם הצעדים הבאים בהרחבת הבנה זו או שימוש בה בדרך שונה? היכולת לעשות הכללה אודות דגם ולהשתמש במידע קיים כדי לנבא מידע שאינו קיים היא ללא ספק העוצמה של דגמים. כדי להכליל ולנבא, ילדים צריכים לעבור מהתבוננות על דגם כרצף של "מה בא אחרי" לניתוח המבנה של הדגם, כלומר, לראות שהוא עשוי מיחידות חוזרות.

כאמצעי להרחבת הדיונים של הגננות אודות דגמים, הן נתבקשו לבדוק את שתי הפעילויות הבאות ולנסות אותן עם הילדים בגנים שלהן.

"מה בא כאן?"

"מה בא כאן?" הינה פעילות שבה ילדים משתמשים במידע שידוע להם כבר אודות דגם כדי לנבא מידע בלתי ידוע. בפעילות זו ילדים בונים דגם עם לוחיות צבעוניות או קוביות מתחברות, ומכסים את ארבע או חמש הצורות האחרונות בדגם בעזרת כוסות נייר קטנות (ראה **איור 1**). לפי התור הילדים מצביעים על

כוס אחת ומנחשים את הצבע של הלוחית שמתחתיה. במשחק זה, מוקד הפעילות מוסב מ- מה בא **אחרי**, למרות שיתכן שגם שאלה זו תופיע, ל- מה בא **כאן** בשעה שהם משתמשים במשהו ידוע כדי לנבא משהו בלתי ידוע. לדוגמה, דגם של ילד יכול להיות לוחיות בצבעים ירוק – כחול – ירוק – כחול – ירוק, כאשר כל אחת מארבע הלוחיות הבאות מכוסות בכוסות. ילד יכול להצביע על הכוס הרביעית, וילד אחר ינסה להחליט מהו צבע הלוחית שמתחת לכוס זו.

איור 1: מה בא כאן?

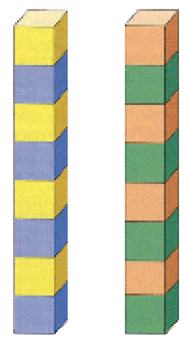
כאשר הגננות שיחקו במשחק זה, הן ניבאו כיצד הילדים בגנים שלהן עשויים להחליט לגבי הצבעים החבויים. כולן הסכימו שיתקבל טווח של תשובות, החל מניחושים אקראיים ועד לניבויים המבוססים על המידע הנתון. הגננות היו מעוניינות להתבונן כיצד הילדים יקבעו מהו הצבע המוסתר. האם הם יצטרכו להתחיל עם הלוחית הראשונה שברצף ו"לקרוא" את הדגם לפי הסדר משמאל לימין, או שהם יעשו מה שרבות מהן עשו ויאמרו, "הסתכלתי על הצבע האחרון, והוא היה ירוק; אז הלכתי בדמיוני ירוק – כחול – ירוק וידעתי שהבא צריך להיות כחול." למרות ששתי אסטרטגיות אלו נראות דומות, הראשונה אולי מרמזת על כך שהילדים מתמקדים ב – "מה בא אחרי מה", בעוד שבשנייה, נראה שהילדים מתקדמים לכיוון של חשיבה על ירוק – כחול כיחידה הקטנה ביותר החוזרת על עצמה בדגם.

המורות גילו עניין לא רק בשאלה האם הילדים יכולים לבצע פעילות זו, אלא גם כיצד הם ייגשו לביצוע המשימה. הן נוכחו שתוכלנה לדעת כיצד הילדים בגנים שלהן חושבים על המשימה רק אם בנוסף לתצפיות שלהן, הן תבקשנה מן הילדים להסביר את דרך חשיבתם. עבור גננות אלו פעילות זו היתה לא רק משהו חדש לנסות אלא מבוא לרעיון חדש בדגמים – החשיבות של זיהוי היחידה החוזרת בדגם ושימוש ביחידה זו כדי לנבא מה בא כאן.

מגדלי דגמים – דומים או שונים?

בנוסף למשחק "מה בא כאן?", הגננות נתבקשו לחשוב כיצד מגדל הבנוי לסירוגין מקוביות בצבעים ירוק – כתום – ירוק – כתום, דומה למגדל הבנוי מקוביות בצבעים כחול – צהוב – כחול – צהוב (ראה **איור 2**). הן ראו מיד שלמרות שהמגדלים נבנו מצבעים שונים, ההרכב הבסיסי שלהם זהה – ששני המגדלים היו מורכבים מיחידות חוזרות בעלות אותו מבנה.

איור 2: מגדלים של דגמים



הדיון נסב לסביבה של הגן, כשהגננות מנבאות מה עשויים הילדים לומר כאשר יציגו להם משימה זו של השוואת שני מגדלי דגמים. גננות רבות ניבאו שעבור ילדים צעירים, צבע יהיה מאפיין מכריע שיגרום למגדלים להראות מאוד שונים, כך שכחול – צהוב לא ייחשב בשום דרך כזהה לירוק – כתום. למרות שניבוי זה היה השכיח , כמעט כל גננת הבחינה גם בחשיבה שניתן לפתח כתוצאה מחשיפה מתמשכת לפעילות כזו. הן הבינו שבאמצעות פעילויות השוואה אלו, ילדים עשויים ללמוד להתבונן בצורה יסודית במבנה המאפיין דגם.

נראה היה שסקרנותן של הגננות לגבי פעילות זו נבעה מן ההתעניינות שלהן עצמן בחשיבה על מגדלי דגמים פשוטים אלה בדרך חדשה ושונה. כפי שהעירה אחת הגננות, ״אני מלמדת דגמים כבר עשר שנים, ולא עלה על דעתי לחשוב [על דגם] בדרך זו – לראות אותו כיחידות״. עבור גננות אלו, ההתנסות בחקירת רעיון מתמטי לעצמן הבהיר להן ידע מתמטי חשוב עבורן, שהוביל לשאלות על עבודתן עם ילדים ולהתלהבות לגבי חקירת כמה רעיונות חדשים עם הילדים בגנים שלהן. התנסות זו הדגישה לכולנו את החשיבות של עריכת חקירות מתמטיות לעצמנו כאמצעי לקבלת החלטות לגבי הוראה.

בשתי פעילויות אלה, ילדים עובדים עם הרעיון שדגמים ניתנים לניבוי ושהם עשויים מיחידות החוזרות על עצמן. על ידי התבוננות ביחידה של דגם חוזר, ניתן לעשות הכללות המסייעות לעשות ניבוי לגבי מידע לא ידוע. הגננות הבינו שכדי לעשות עבודה מסוג זה, הן צריכות לתת לילדים, בנוסף להתנסויות מגוונות עם העתקה והרחבה של דגמים ועם יצירת דגמים משלהם, גם הזדמנויות לתאר לאחרים את הדגמים שלהם ולחשוב במה דגמים דומים ושונים זה מזה.

ראיית דגמים כמבנה: קישור לעשייה מתמטית בהמשך

למרות שלא נוכל לצפות מילדים צעירים להבין בצורה מלאה את המורכבויות של דגמים, אנו יכולים להעסיק אותם בפעילויות הכרוכות בחשיבה על יכולת הניבוי והמבנה של דגמים – שדגמים מורכבים מיחידות החוזרות על עצמן. עבודה של ילדים צעירים עם רעיונות אלה אודות דגמים תתקשר בצורה משמעותית להמשך עבודתם במתמטיקה.

מאחר ושיטת המספרים שלנו בנויה ממערכת של דגמים ויכולת ניבוי, תלמידים צריכים להיות מסוגלים לא רק לזהות את הדגמים שהם רואים, אלא גם לספק סיבות ועדויות לשאלה מדוע דגמים אלה קיימים. לדוגמה, כאשר תלמידים מתחילים לבחון מקרוב את רצף המספרים, הם מגלים מהר מאוד שישנם הרבה דגמים ויחסים. כאשר תלמידים סופרים בחמשות, הם שמים לב לדגם שבספירת המספרים של 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, וכך הלאה, ושברצף ספירה זה ספרת היחידות משתנה לסירוגין 5, 0, 5, 0. כאשר הם בוחנים דגם זה יותר מקרוב, הם יכולים להסביר שזה לא מקרי אלא למעשה קשור למבנה העשרוני של שיטת המספרים ושכל קבוצה של חמש שנוספת יוצרת או חצי קבוצה של 10 (5, 15, 25) או קבוצה שלמה של 10 (10, 20, 30). תלמידים יכולים לאחר מכן להכליל שכל מספר שהוא כפולה של 5 יסתיים ב- 0 או ב- 5. מתוך ידע זה הם יכולים בהמשך לנבא את סוגי התשובות שהם יקבלו כאשר הם יכפלו מספר ב- 5.

מרבית המורים לכיתות הצעירות אולי לא יתקלו לעולם בתלמידים המשתמשים בידע שלהם אודות דגמים בדרכים כאלה. למעשה, הבנה וניבוי הדגם של ספירה בחמשות נראה די רחוק מדגמי רכבות וניבוי של ״מה בא כאן?״ יחד עם זאת, כדי שתלמידים ישתמשו בדגמים בדרכים בעלות עצמה הם צריכים

לבנות הבנה של מהם דגמים, מעבר למציאה של מה בא אחרי. באופן דומה, למרות שהעבודה בגן הילדים נראית ברורה ופשוטה , הרי שכאשר קבוצה אחת של גננות עסקו ביחד במתמטיקה וחשבו על העבודה של הילדים שלהן, הן החלו לחשוב בצורה מעמיקה יותר על תחום מתוך תוכנית הלימודים שעד כה קיבלו כמובן מאליו. כתוצאה מכך הן חזרו לגנים שלהן עם תובנות חדשות לגבי נושא שהיה פעם מוכר – תובנות שאפשרו להן לקדם את החקירה של תלמידיהן בנוגע לרעיונות אודות דגמים.

ביבליוגרפיה

Coburn, Terrence G. and Others. *Patterns, Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* Addenda Series, Grades K-6. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1993.

Eston, Rebeka, and Karen Economopoulos. *Pattern Trains and Hopscotch Paths.* Investigation in Number, Data and Space, Kindergarten Series. Palo Alto, Calif.: Dale Seymour Publications, 1998.

Ferrini-Mundy, Joan, Glenda Lappan, and Elizabeth Phillips. "Experiences with Patterns." *Teaching Children Mathematics* 3 (February 1997): 282-88.

Simon, M.A., and D. Schifter. "Towards a Constructivist Perspective: An Intervention Study of Mathematics Teacher Development." *Educational Studies in Mathematics* 22 (1991): 309-31.

Wilson, S.M. and D. Ball. "Changing Visions And Changing Practices: Patchworks in Learning to Teach Mathematics for understanding." Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago, 1991.