

المنطق واللامنطق في ما يتعلق بالكسور العادية والكسور العشرية وجهة نظر خاصة

Sense and Nonsense about Fractions and Decimals

One Point of View

بقلم: Joseph N. Payne

نُشر في: Arithmetic Teacher , Vol. 27 No. 5, January 1980, pp. 5-7

ترجمة: كميل ظاهر

ثمة اتفاق عام حول ضرورة إدراج الكسور العشرية في منهاج الرياضيات في المدارس على نحو مبكر، في أعقاب التقدم، البطيء، نوعاً ما، نحو النظام المترى (حسب المبنى العشري) في الولايات المتحدة والاستخدام الواسع للآلات الحاسبة. وعلى سبيل المثال، فقد تم تعليم الكسور العشرية بنجاح في الصف الثالث. وبالرغم من ذلك، هنالك أسئلة جدية وخلافات هامة، وعدد من التصريحات غير المنطقية بالنسبة لمفاهيم الكسور العادية، حساب الكسور العادية وحساب الكسور العشرية.

وتتصدر قمة التعليقات غير المنطقية اقتراح عرض مؤخرًا على معلمة للصف الخامس من قبل المدير: "اقفزي عن تعليم الكسور العادية كله ودرسي الكسور العشرية فقط.. نحن لسنا بحاجة إلى الكسور العادية بعد الآن لأنه يوجد لدينا آلات حاسبة ونظام مترى." إن هذا المدير يجهل أهمية الاستخدام العملي للكسور والحاجة للكسور في الدورات اللاحقة.

ستبقى مفاهيم الكسور العادية جزءاً عضوياً من حياتنا بغض النظر عن وجود الآلات الحاسبة أو النظام المترى. هل يمكن لأحدنا أن يتخيل نادلاً أو نادلة لا يعرفان ما هو نصف اللتر من العصير؟ أو طفل لا يعرف اسم جزء من قطعة الحلوى التي يتقاسمها بالتساوي مع ثلاثة من أصدقائه؟ أو شقيق لا يعرف أي جزء من الأملاك سيحصل كل واحد من الأشقاء السبع من الميراث المتروك لهم؟ هنالك حاجة للكسور في الشؤون اليومية بغية وصف أجزاء من كميات من المال، وأجزاء من الأعداد، بالإضافة إلى القياس.

حتى المعاينة الخاطفة لدورات الرياضيات والعلوم تكشف عن الحاجة للكسور. كيف يمكن للطالب أن يحل $ax = b$ ، أو التعامل مع أبسط أنواع المعادلات في الفيزياء إذا كان يعرف الكسور العشرية فقط؟ وعلى الرغم من أنه لا يجب تقرير منهاج المدرسة الابتدائية وفق احتياجات الدورات المستقبلية فقط، إلا أن تجاهل الاحتياجات المستقبلية هو أمر غير منطقي.

حساب الكسور العادية

نحن نشهد الآن بداية تحوّل في المستويات التي ندرّس بها حساب الكسور العادية. إن أحد أسباب التغيير هو الدليل المتعلق بالمستوى الذي يمكن فيه تدريس حساب الكسور العادية بنجاح. وسبب آخر لذلك هو تضائل الحاجة لأنواع معينة من الحسابات في الوقت الذي يسري فيه مفعول النظام المترى الذي تبنيه (في الولايات المتحدة).

أدت التغييرات في المنهاج في ستينيات القرن الماضي إلى تقدم المواضيع الحسابية مع الكسور العادية، وإلى إدراجها في المنهاج بشكل مبكر جدًا. وعلى سبيل المثال، فقد تم نقل الكسور العادية المتكافئة وجمع وطرح الكسور العادية ذات مقامات مختلفة إلى الصف الرابع، وقسمة الكسور العادية إلى الصف الخامس. ولكن، تبين أن حساب الكسور العادية في هذه المستويات كان مستحيلًا بالنسبة لعدد كبير من الطلاب. وساهمت عوامل أخرى في تعقيد مشاكل التعليم. فقد تم استخدام نماذج أيضاح غير ملائمة ومربكة، ولم يتم تخصيص الوقت الكافي للعمل التطويري، ولم يُعطى الانتباه الكافي لضرورة التطلع في شروط مسبقة وحيوية لإجراء العمليات الحسابية. وحتى بدون الانتقال إلى النظام المتري، فإن واقع التعليم كان سيفرض انتقال تعليم حساب الكسور العادية إلى الصفوف الأعلى. إنه من المنطوق، في الوقت الحاضر، تأجيل بلورة قواعد التعامل مع الكسور العادية المتكافئة حتى الصف الخامس والقيام بالمزيد من العمل التطويري الملموس وذو المعنى في جميع الصفوف، من الصف الخامس حتى الثامن. وتبدو مثل هذه الخطوة بأنها حكيمة بشكل خاص في ظل اعتبار تكرار سوء استخدام الكسور العادية المتكافئة كالمصدر الرئيس للخطأ.

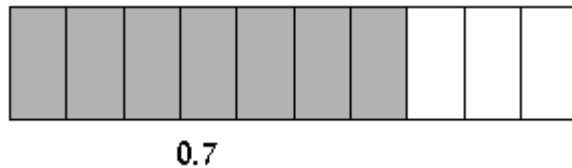
يمكن تقييد كبر المقامات، المعروف بكونه معيارًا للصعوبة في الكسور العادية والأعداد المخلوطة، في الجمع والطرح للأعداد التي تتكرر بشكل كبير. ويتم استعمال الأثمان، الأجزاء من ستة عشر، وأجزاء من اثنين وثلاثين بشكل أقل، واستخدام الأخماس والأعشار بشكل أكبر.

قد نستطيع تعليم الأولاد ما نريد أن نعلمهم إياه بالنسبة لحساب الكسور العادية من خلال تبسيط المقامات واستخدام تسلسل تدريس ملائم وأفضل لصف معين. وإنني لا أزال مصعوقًا من عدد التلاميذ في الصف السابع الذين يجمعون $2/5$ مع $1/5$ ليحصلوا على $3/10$. ويبين بحثنا بوضوح أن العمل التطويري الكافي يمكنه أن يقضي على هذا وعلى مشاكل مفهومية أخرى بشكل كامل تقريبًا. لا يندم المنطق بشكل أكبر من انعدامه في وجهة النظر التي يحملها الكثيرون بشأن ضرب وقسمة الكسور العادية. فقد قدم أحد الكتاب، في مقال ظهر في إحدى المجلات الرائدة مؤخرًا (ليس من منشورات NCTM)، بعض المساعدة الضعيفة حول تعليم ضرب الكسور العادية. ثم علّق الكاتب بأن الضرب لا أهمية له بعد الآن ولكن يجب على المعلمين مواصلة تدريسه لأنه لا يزال يظهر في الامتحانات. يا للهول! فقط بسبب الامتحانات؟ بالكاد يكون هذا سببًا يمكن تبريره بالنسبة لتخطيط منهاج طويل الأمد. كيف يمكن لشخص ما حل المعادلة $(1/2)x = b$ بدون ضرب الكسور العادية؟ أو إيجاد الجواب على $2/3$ من الدزينة؟ أو الجواب على $1/2$ الكمية من وصفة طعام معينة (من كتاب وصفات طعام قد يكون قديمًا لكنه ممتازًا) تتطلب $3/4$ كوب من الزبدة؟ إن الضرب هو عملية أساسية وليس من الصعب تدريسه. تترك الأسباب التي عادة ما تُعطى لتأخير قسمة الكسور العادية قليلًا، حتى إلى الصف السادس أو السابع، انطباعًا جيدًا بعد أن تم تعليم ضرب الكسور العادية بشكل جيد. ومع ذلك، ثمة ضرورة لمعرفة ضرب الكسور العادية وقسمتها حتى نهاية الصف الثامن.

الخلاصة، إنني أرى بعض التأخير في مستوى الصفوف التي يتم فيها إدخال حساب الكسور العادية والتمكّن المتوقع منه. بالإضافة إلى ذلك، سيتضمن حساب الكسور العادية عددًا أقل من التعقيدات مع المقامات الكبيرة وغير المربكة. وهناك أمل في حدوث تحسّن جدي في عملنا مع حساب الكسور العادية من خلال تطوير أفضل وتخصيص نفس الوقت المخصص في المنهاج.

الكسور العادية وبعدها الكسور العشرية، أو بالعكس؟

لقد شاركت في العديد من النقاشات حول ما إذا كان يجب تدريس الكسور العادية أو العشرية أولاً. وتوقفت، مؤخراً، عن المناقشة، ليس لأنني خسرت النقاش بل لأنني أعتقد أن هذا ليس سؤالاً جوهرياً. ليس السؤال أي منهما يجب تدريسه أولاً وإنما ما المعنى الذي نريد أن يكون لدى الأطفال بالنسبة للكسور العادية والكسور العشرية. إنني لا أعرف عن وجود أي طريقة لتدريس ما تعنيه 0.7 بدون أخذ قطعة من الورق كوحدة واحدة وتقسيمها إلى عشرة أقسام متساوية ثم الإشارة إلى سبعة منها.



تطابق هذه الفكرة فكرة الكسور العادية. وهكذا، فإن السؤال هو مجرد سؤال حول طبيعة الرمزية التي يتم استخدامها. ويقعني بحثنا الذي أجريناه حول مفاهيم الكسور العادية والكسور العشرية أن طريقة التدوين هي ليست الصعوبة في هذا الأمر. تقع الصعوبة في ملائمة التمثيل الملموس والحيزي. يجب علينا إيلاء انتباه خاص للوحدة (الواحد صحيح)، لتقسيم الوحدة بشكل متساو، واستخدام الاسماء اللفظية قبل الرموز في محاولة لتحسين جودة الأفكار الكمية التي تساعد الطلاب على بنائها. إن الإدعاء القائل بأنه يمكن إدخال الكسور العشرية بواسطة توسيع القيمة المنزلية إلى اليمين فقط يحمل في طياته اعتماداً على الرمزية خالي من المعنى. كيف يمكن لطالب أن يدرك أن العدد 3.7 يقع بين 3 و 4 من خلال تسمية المنازل فقط؟ إنني أواجه صعوبة في شرح ذلك إذا كان لا يمكنني الاعتماد على تفسيرات ملموسة والقول بأن "ثلاثة أشياء كاملة وسبعة أعشار من شيء كامل إضافي. إن سبعة أعشار هي جزء من الشيء الرابع الكامل ولذلك فإن 3.7 يقع بين 3 و 4." إن مثل هذه التفسيرات الملموسة هي حيوية تقريباً بالنسبة لجميع أعمال التقدير المتعلقة بالكسور العشرية وحساب الكسور العادية ذي المعنى. ومرة أخرى، فإن أفكار الكسور العادية واضحة هنا. ويجب علينا، بالتأكيد، أن نستغل علاقة الطالب بالأعداد الصحيحة عند تعليم الكسور العشرية. ولكن، علينا أن ندرك عدم كفاية الاعتماد على معرفة الأعداد الصحيحة بشكل حصري. ثمة ادعاءات بأن حساب الكسور العشرية هو أسهل. قد يكون التعبير عن قواعد حساب الكسور العشرية أسهل من التعبير عن قواعد الكسور العادية. يبدو أن "ضعوا النقاط (الفواصل) العشرية والمنازل تحت بعضها البعض" أسهل من "جدوا المقام المشترك، اجمعوا البسط واكتب المقام المشترك." ولكن، عادة تحجب السهولة التي تُكتب بها القواعد الصعاب في فهمها. وفي الحقيقة، توازي الصعوبة المتعلقة بالكسور العشرية الصعوبة المعروفة جيداً المتعلقة بالكسور العادية. إن فهم الكسور العشرية المتكافئة - مثل $0.600 = 0.60 = 0.6$ - يتوافق مع الصعاب المتعلقة بالكسور العادية المتكافئة. ويمكننا إعطاء قواعد تتعلق بإضافة الأصفار وتجاهل الأسباب. ولكننا نقوم بذلك من خلال المخاطرة بأن يحصل التلاميذ على مجموعة واسعة من القواعد المستتظهرة يكون

بعضها صحيح وبعضها الآخر غير صحيح. ومن غير المرجح أن تطور، بذلك، المهارات الهامة المتعلقة بالتقدير، الحسابات الذهنية المستندة إلى التفكير والتفكير الكمي المنطقي. رأينا جميعاً أخطاءً مثل $0.6 = 0.3 \times 0.2$. ويمكننا إعادة ذكر القاعدة المتعلقة بوضع النقطة العشرية. ولكن لماذا ينجح ذلك، إن أفضل طريقة أعرفها لتفسير ذلك للطفل هي القيام برسم مربع، تقسيمه إلى 100 قسم متساو، ثم تعيين قسم ذي البعدين عُشرين وثلاثة أعشار. ومن الواضح عندها وجود 6 أقسام في القسم وأن كل قسم هو واحد بالمئة. وهذه هي نفس الطريقة التي قد أستخدمها لضرب الكسور العادية. وأعتقد أن إجراء حساب الكسور العشرية ليس أكثر صعوبة أو أقل صعوبة من إجراء حسابات الكسور العادية. إنني أرى العمليات الحسابية تُجرى على الكسور العشرية في نفس الصف مثل العمليات الحسابية التي تُجرى على الكسور العادية، بنفس درجة الصعوبة تقريباً من ناحية تطويرية.

أسئلة

عرضت، مؤخراً، منشورات NCTM مكونات متنوعة من العقدة التي نسميها القيمة المنزلية بالنسبة للأعداد الصحيحة. ونحن بحاجة إلى تحاليل مشابهة بالنسبة للكسور العشرية والمزيد من البحث حول إستراتيجيات التدريس. ونحن، بالتأكيد، نريد أن نرى الطلاب ينظرون إلى 0.34 ليس كثلاثة أعشار وأربعة أجزاء من المئة فحسب بل ك 34 جزء من المئة أيضاً. كيف نقوم بتدريس ذلك بالشكل الأكثر نجاعة؟ ما هي مكونات القيمة المنزلية الأخرى بالنسبة للكسور العشرية؟ نحن بحاجة إلى تحليلات مشابهة لجميع العمليات الحسابية الرئيسية المتعلقة بالكسور العشرية، للمزيد من الدليل حول نجاعة التسلسلات التدريسية المقدرة، وأفكار أفضل حول العلاقة المتبادلة بين حساب الكسور العادية والكسور العشرية.

في الصفوف العليا، هنالك صعوبة طبيعية عند تدريس ضرب الكسور العادية. إذا كان المضروب فيه أصغر من واحد، فإن النتيجة ستكون أصغر من العامل الآخر. لإيجاد الجواب على $2/3$ من عدد ما، فإنك تضرب العدد بـ $2/3$ ؛ لكن يمكنك التفكير بذلك على أنه قسمة على 3 وضرب بـ 2. نحن لا نستطيع أن نأمل في التخلص من جميع هذه التناقضات ولكن من الجدير بنا أن نعمل على طرق تؤدي إلى تقليص الصعوبات. وربما يمكن لبعض الأعمال الأخيرة التي تنظر إلى الكسور العادية في الضرب على أنها عوامل (operators) أن تساعد في ذلك.

نحن بحاجة إلى تسلسلات تدريسية أفضل بالنسبة للنسبة المئوية وتحليل أكثر حذر للعلاقة بين النسب المئوية، الكسور العادية والكسور العشرية. كيف يمكننا أن ندرّس العمليات الحسابية الضرورية وفي نفس الوقت أن ندرّس تقديرات وتقريبات منطقية بالنسبة للنسبة المئوية؟ إن الاستخدام العملي جداً للنسبة المئوية يجب أن يعطي هذه المشاكل أفضلية عالية.

الخلاصة

إن الادعاءات غير المنطقية حول إلغاء الكسور العادية يتجاهل الأهداف العملية والرياضية في مناهجنا. وعادة ما تتجاهل المقترحات المتعلقة بالكسور العشرية الحاجة لأفكار الكسور العادية في تدريس الكسور العشرية.

ويبدو من المنطقي أن تبقى الكسور العادية، وأن يتم إدخال مفاهيم الكسور العشرية والأفكار حولها بشكل مبكر وأن يتم اختزال تعقيد حساب الكسور العادية ونقلها إلى مكانة أعلى في المنهاج. وتبقى العديد من الأسئلة. وبمساعدة الباحثين والمعلمين الجيدين، نحن موجودون الآن في موقع يمكننا من خلاله معالجة بعض الأسئلة الصعبة الباقية.