توقفوا عن استخدام الكلام البذيء في دروس الرياضيات

Stop Using Foul Language in the Mathematics Classroom

تأليف: Cheryl A. Hanselman

ظهر في: Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 3 No. 2, Oct. 1997, pp. 154-160
ترجمة: كميل ظاهر

ليس لبعض الكلمات مكان في دروس الرياضيات، إذ لا يسمح المعلمون لمعظم الطلاب استخدام الكلمات البذيئة. الكلمات التي تشير بشكل غير لائق إلى الله، الوظائف الجسدية، أو العلاقات الشخصية هي محظورة لأنها مؤلمة ولأنها تخلق الإرباك بين ما تعنيه وبين مدلولاتها المتضمنة. من ناحية ثانية، يستخدم المعلمون، عن غير قصد، كلمات أخرى تربك العقول الرياضية الصغيرة وتضرّ بها. لقد وجدت، خلال العديد من السنوات كمعلمة لرياضيات المستوى التصحيحي، أن مصطلحات مثل **الإختزال**، **الإختصار**، **الضرب بالمقلوب** خلقت ارتباكًا وسوء فهم عميقين في عقول طلابي. وأنا أؤمن بأنه يجب التعامل مع هذه الكلمات مثل التعامل مع الكلمات البذيئة وحظرها من الاستخدام السابق لأوانه في دروس الرياضيات.

لا تستند اللغة اللائقة إلى الكلمات التي نقولها فحسب، وإنما إلى كيف يتم فهم هذه الكلمات أيضًا. فالكلمات مثل الاختصار والاختزال تربك الطلاب عن طريق تشجيعهم على التركيز على الإجراء فقط، بدون الفهم المبدأي.

فكروا في الطالب الذي يكون مفهومه للمسألة

$$\frac{2}{3}\times\frac{9}{10}=$$

هو

$${}^{1}\frac{\cancel{2}}{{}_{1}\cancel{3}}\times\frac{\cancel{9}^{\,3}}{\cancel{10}_{5}}=\frac{3}{5}$$

عندما طلبنا منه التفسير، أجاب الطالب، "لقد اختزلت!" وأصبح العدد 2 بشكل سحري 1، العدد 10 تحول إلى 5، تحول العدد 3 إلى 1، والعدد 9 إلى 3. وإذا تمّ الطلاب على تفسير جميع التغييرات، لم يكن لديهم أي فكرة عدا القول "أن معلمي علمني الإختزال السنة الماضية." وعادة ما يقوم الطالب نفسه بإجراء الإختزال بالطريقة ذاتها عندما يُطلب منه حل السؤال $\frac{5}{6}+\frac{3}{5}$:

$${}^{1}\frac{\cancel{5}}{{}_{2}\cancel{6}}+\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}}=\frac{1}{2}$$

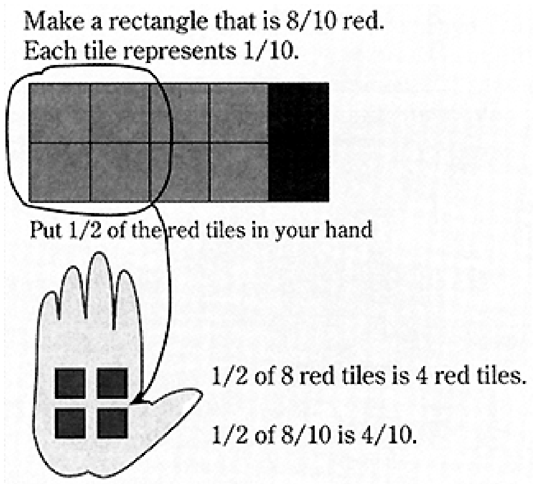
على بالرغم من أن المنهاج ومعايير تقييم رياضيات المدارس الخاصة بالمجلس الوطني للمعلمين NCTM (1989) طالبت بتغيير التشديد على تعليمنا للرياضيات، فأنني أشعر أنه لا يزال العديد من الطلاب نتاج توجه الإجراء، والاعتماد على الذاكرة وعلى التعليمات الطولية. وتشجع وثيقة المعايير على تدريس الربط بين المواضيع بدلاً من تدريس إجراءات فردية. وعلى الرغم من هذا التشديد، يتم تدريس العديد من الطلاب إجراءات "الاختزال" في عملية ضرب الكسور، "الاختزال" من إجل إعطاء جواب متكافئ، " والضرب بالمقلوب" من أجل قسمة الكسور في مراحل مبكرة جدًا من تعليمهم الرياضيات. إنهم بحاجة إلى وقت لتطوير إحساس بالأعداد وبالعمليات قبل عرض هذه المصطلحات عليهم. وعندما يتم تعليم "الطرق المختصرة" قبل الأوان، يُحرم الطالب من فرصة استخدام المنطق في المسألة.

فهم عملية الضرب

على الرغم من أن حساب الكسور قد لا يكون الهدف الأساسي، يجب أن يكون الطلاب قادرين على النظر إلى مسائل الحساب وفهم ماذا تعني. وبالرغم من أنه يمكن إجراء حساب الكسور بواسطة بعض الآلات الحاسبة، يجب أن يكون بمقدور الطلاب تقدير الجواب عن طريق استخدام معرفتهم بلغة رموز العملية. وبما أن عملية الضرب هي كناية عن إنشاء مجموعات من الأشياء أو العثور على أجزاء من الأشياء، ينبغي فهم ضرب الكسور من خلال هذا المنظور. ولأن هذه العملية لا تتعلق بحذف الأعداد في البسط والمقام، فإنني أعتبر **الاختزال** كلمة "بذيئة" في دروسي.
يتطلب فهم ضرب الكسور فهمًا مبدئيًا جيدًا لمعنى الكسر ومعرفة بالكسور المتكافئة. ويحتاج الطلاب إلى فهم لغة عملية الضرب. عندما يريد الطالب إيجاد، مثلاً، نصف واحد من مجموعة تتكون من 12، فمن الأسهل القول نصف **الـ** 12. إن إيجاد نصف **واحد** من 12 يعني تقسيم الـ 12 إلى مجموعتين متساويتين ثم القيام بعدّ مجموعة **واحدة**. وبنفس الطريقة، إيجاد ثلث واحد من 12 يعني تقسيم الـ 12 إلى ثلاث مجموعات والقيام بعدّ مجموعة واحدة، وإيجاد ربع واحد من الـ 12 يعني تقسيم الـ 12 إلى أربع مجموعات، وهكذا دواليك.
ينبغي على الطلاب أن يكونوا قادرين على الاستنتاج. وبما أن 12 = 12 × 1 ، 2 × 12 هو ضعف جواب 1 × 12. وبطريقة مماثلة، بما أن ثلث واحد من الـ 12 هو 4، ثلثا الـ 12 يجب أن يكونا ضعف جواب ثلث الـ 12، أي 2 × 4، أو 8. إذا طُلب منا إيجاد 20 × 3/4 ، أي ثلاثة أرباع العشرين، نجد أولاً ربع العشرين، ويكون الجواب على ثلاثة أرباع العشرين ثلاثة أضعاف الكمية التي يساويها ربع العشرين. وبما أن ربع العشرين هو 5، ثلاثة أرباع العشرين هي 5 × 3، أو 15.
إن من شأن مراجعة إيجاد الأجزاء من الأعداد الكاملة أن يساعد في التحضير لعملية الضرب عندما يكون العددان من الكسور. إن عرض هذه المسائل شفهيًا في البداية هو أمر هام. ويساعد هذا التوجه على التخلص من الإلهاء البصري الذي يحث الطلاب على عمل شيء ما بالأعداد. وعند

إعطاء المسألة "جد نصفًا واحدًا من أربعة أثلاث،" يجد الطلاب أن التفكير بالمسألة على أنها تقسيم أربعة "أشياء" إلى مجموعتين متساويتين هو أمر سهل القيام به. إن نصف **أربعة** أشياء هو **شيئان.** وعلى نحو مماثل، بما أن نصف الثمانية هو أربعة، فإن نصف ثمانية أعشار هو أربعة أعشار. ومن الممكن رؤية هذا المبدأ بوضوح عن طريق استخدام وسائل الإيضاح، مثل لويحات الألوان (**الشكل 1**). أطلب من الطلاب أن يبنوا مستطيلاً من اللويحات تكون ثمانية أعشاره من اللون الأحمر. ولإيجاد 1/2 × 10/8، أطلب من الطلاب أن يضعوا نصف عدد اللويحات الحمراء على راحة يدهم ثم القيام بعهدّها، أو أربعة أعشار. وقد تكون إجابة الطلاب الذين لم يفهموا هذا المبدأ "أربعة أخماس." ويمكن للصور على ورق الرسم البياني توضيح هذا المبدا أيضًا **(الشكل 2).**

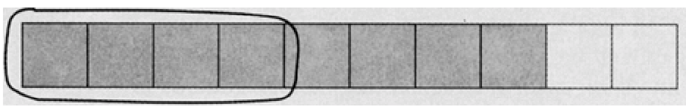
الشكل 1: توضيح 1/2 × 8/10



الشكل 2: استخدام ورق الرسم البياني لتوضيح ضرب الكسور

قم بتظليل 8/10 من المستطيل.

أحط نصف الأجزاء المظللة بدائرة لتوضيح 8/10 × 1/2.



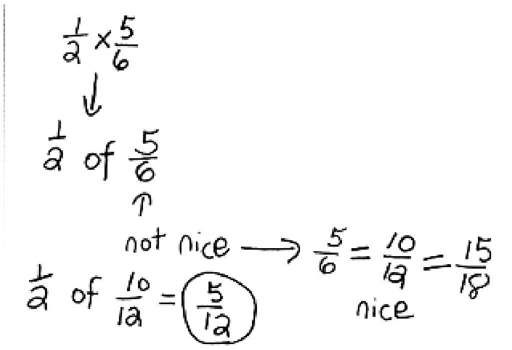
عادة ما يسأل طالب واحد على الأقل "ماذا يحدث عندما تكون المسألة 1/2 الـ 5/6 أو 1/2 الـ 3/5؟" بما أن نصف الخمسة هو إثنان ونصف، فإن نصف خمسة أسداس هو إثنان ونصف السدس، وهذا أمر ليس من السهل التعبير عنه كتابيًا. ولدى قيام الطلاب بإنشاء قوائم تبين الأعداد التي

يكون العمل معها "لطيفًا"، فإنهم سرعان ما يدركون أن الأعداد التي يسهل العمل بها هي الأعداد الزوجية **(الشكل 3)**. المسألتان 1/2 الـ 5/6 و 1/2 الـ 3/5 هما مسألتان "غير لطيفتين،" ولكن 1/2 الـ 10/12 و 1/2 الـ 6/10 هما مسألتان "لطيفتان." ومن الممكن أن يسجل الطلاب العملية لمثل هذا النوع من المسائل **(الشكل 4)**. ويفهم الطلاب ذوو المعرفة الراسخة بالكسور المتكافئة أنه يمكن استبدال كسر متكافئ بكسر متكافئ آخر. وبسبب ذلك، أقترح أنه يجب حذف كلمة **إختزال** من معجم المصطلحات التدريسية الخاص بنا.

الشكل 3: تصنيف الكسور كـ"لطيفة" و"غير لطيفة" أن نأخذ نصفها (ننصفها).

" غير لطيف" أن نأخذ نصفه	" لطيف" أن نأخذ نصفه
5/6	10/12
3/5	2/3
1/4	6/10
7/8	8/9

الشكل 4: عملية تفكير الطالب لتصنيف الكسور



الكسور المتكافئة

يُقال للطلاب منذ الصفوف المبكرة "لا تنسوا أن تختزلوا!" و"يجب على جوابكم أن يكون بصيغة مختزلة ليكون مقبولاً." إن تعليم الطلاب القيام "باختزال" الكسور دائمًا يعطيهم رؤية محدودة للتكافؤ. فهم يتعلمون طريقة واحدة فقط – قسمة البسط والمقام على نفس العدد – للحصول على كسر متكافئ آخر، وحتى عندها لا يؤمن الطلاب حقًا أن الكسور متساوية. وعندما نناقش مسألة مثل 1/8 + 3/8، فإنهم يجيبون بسرعة أن 4/8 هو جواب غير صحيح. فكروا في الحوار التالي:

المعلم: لماذا؟

التلميذ: قال معلمنا السنة الماضية أنه يجب الاختزال.

المعلم: ماذا تقصد، الاختزال؟

الطالب: يجب علي أن أجعل الأعداد أصغر.

المعلم: هل تقصد أن النصف هو أصغر من أربعة أثمان؟

الطالب: بالطبع. الواحد أصغر من الأربعة والإثنان أصغر من الثمانية.

ويتبع هذا التوجه من الأسئلة، عادة، مثال البيتسا:

اشترت جين وبراندي بيتسا كبيرة من مخبز للبيتسا. أكلت جين 1/2 حصتها. قم بتظليل ما أكلته جين. وأكلت براندي 4/8 حصتها. قم بتظليل ما أكلته براندي. من أكل كمية أكبر من البيتسا؟
يكاد هذا التوجه الا يغير شيئًا من فهم الطلاب الخاطئ بأن "الاختزال" يعني جعل الجواب أصغر. وفي النهاية، فإنهم يعرفون أنه يجب علينا اختزال النفايات السامة، اختزال كمية الدهون التي نتناولها، واختزال عجز الميزانية. لا تعطي الكلمة نفسها الطلاب فكرة خاطئة فحسب، بل يعطي، أيضًا، إجراء "الاختزال" الطلاب الانطباع أنه يوجد طريقة واحدة فقط للتعبير عن الجواب الصحيح.
نحن بحاجة لتغيير التشديد على الصيغة "الأفضل" للجواب إلى الفهم على أنه يمكن كتابة الجواب بالعديد من الطرق المختلفة. نحن بحاجة لأن ندع الطلاب يجيبون بعدد من الطرق المتكافئة المختلفة وأن يختاروا الصيغة الأفضل من ناحية منطقية بالنسبة لمسألة معينة. ولكي نشجع الطلاب على إعطاء إجابات متعددة بدلاً من إجابة واحدة "مختزلة"، يمكننا أن نطلب منهم خمسة إجابات متكافئة.

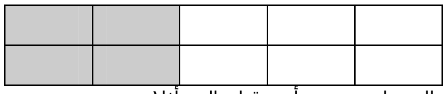
من أجل حلّ المسألة 3/8 × 1/2، يمكن للطلاب الذين يفهمون، فعلاً، مفهوم التكافؤ الاعتماد على معرفتهم ليكتبوا المسألة كـ 6/16 × 1/2، وهي صيغة "لطيفة" للتعامل معها. وعلى الرغم من أنها قد لا تكون أسرع طريقة لضرب الكسور، فإن هذا التوجه لا يساعد الطلاب على فهم المسألة فحسب، بل يعطيهم إستراتيجيات الرياضيات الذهنية أيضًا.
لنفرض أن المسالة هي 2/5 × 1/3. بما أن العدد 2 هو عدد غير "لطيف" للقسمة إلى أثلاث، قد يتعلم الطلاب إدراج الكسور المتكافئة مع الكسر 2/5، مثل 6/15 = 4/10 = 2/5 ...، إما عن طريق الذاكرة أو التفكير بتأنٍ أو جدول الضرب. وبعد مراجعة القائمة، يستطيع الطلاب البحث عن الصيغة المتكافئة التي سيكون "لطيف" قسمتها إلى أثلاث وملاحظة أن 6/15 تفي بالغرض. إن تقسيم 6/15 إلى ثلاثة أقسام متساوية يعني أنه سيكون في كل مجموعة 2/15:
2/15=1/3 × 6/15= 1/3 × 2/5 وتستطيع الصورة أن تساعد في توضيح هذا المفهوم أيضًا (**الشكل 5**). وبعد ذلك تأتي بشكل طبيعي مسائل مثل 1/4 1 × 1/3 (**الشكل 6**).

الشكل 5: توضيح 1/3 الـ 2/5 على ورق الرسم البياني

$\frac{2}{5}$

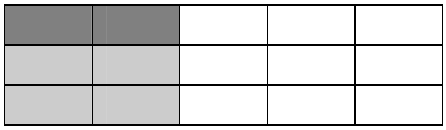
ليس من السهل تقسيم قطعتين إلى أثلاث.

$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$



ليس من السهل تقسيم أربع قطع إلى أثلاث.

$\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$



من السهل تقسيم هذه الصورة إلى أثلاث. ويشمل كل ثلث 2/15، وهكذا

$\frac{1}{3}$ الـ $\frac{6}{15}$ يساوي $\frac{2}{15}$

الشكل 6: تحويل $1\frac{1}{4}$ "غير اللطيف" إلى "لطيف" $\frac{15}{12}$

$\frac{1}{3}\times 1\frac{1}{4}$

not nice to take $\frac{1}{3}$ of $\rightarrow 1\frac{1}{4}=\frac{5}{4}=\frac{10}{8}=\frac{15}{12}$ nice

$\frac{1}{3}\times 1\frac{1}{4}=\frac{1}{3}\times\frac{15}{12}=\frac{1}{3}$ of $\frac{15}{12}=\frac{5}{12}$

من أجل إيجاد 2/3 أي عدد، فإن المبدأ القائل بأن الثلثين هما ضعفا الثلث هو مبدأ مفيد. وبما أن 1/3 الـ 15/12 هو 5/12، فإن 2/3 سيكونان ضعف تلك الكمية، أو 10/12. وبشكل مشابه يمكننا $\frac{3}{4}\times\frac{8}{10}$ وَ $\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}$.

$\frac{3}{4}\times\frac{8}{10}$ يعني $\frac{3}{4}$ الـ $\frac{8}{10}$.

جدوا أولاً $\frac{1}{4}$ الـ $\frac{8}{10}$. $\frac{1}{4}$ الـ $\frac{8}{10}$ يساوي $\frac{2}{10}$.

$\frac{3}{4}$ الـ $\frac{8}{10}$ سيكون 3 أضعاف $\frac{2}{10}$، أو $\frac{6}{10}$

$\frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$ يعني $\frac{2}{3}$ الـ $\frac{5}{6}$.

جدوا أولاً $\frac{1}{3}$ الـ $\frac{5}{6}$. إذ أن $\frac{5}{6}$ هو "غير لطيف"، إعيدوا كتابة العدد مرة ثانية: $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18}$

"لطيف"

وعندها $\frac{1}{3}$ الـ $\frac{15}{18}$ يساوي $\frac{5}{18}$, و $\frac{2}{3}$ الـ $\frac{5}{6}$ سيكون ضعفا $\frac{5}{18}$.

ضعفا $\frac{5}{18} = \frac{10}{18}$

يمكن إعادة كتابة المسألة $\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3}$ بالشكل التالي: $\frac{1}{2} \times \frac{7}{3}$ أو تحويلها بسرعة إلى $2\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

باستخدام قانون التبديل في الضرب.

ويمكن تطبيق نفس العملية على مسألة مثل 1/3 2 × 1/2.

$$2\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{3} \times \frac{1}{2}$$

جدوا أولاً $\frac{1}{3}$ الـ $\frac{1}{2}$. إذ أن $\frac{1}{2}$ هو "غير لطيف"، أعيدوا كتابة العدد مرة ثانية: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

وعندها $\frac{1}{3}$ الـ $\frac{3}{6}$ يساوي $\frac{1}{6}$, و $\frac{7}{3}$ الـ $\frac{3}{6}$ سيكون 7 أضعاف $\frac{1}{6}$ وهي $\frac{7}{6}$.

يمكن كتابة المسألة بطريقة بديلة: $\frac{7}{3} \times \frac{1}{2}$

بما أن $\frac{7}{3}$ هو "غير لطيف"، أكتبوا العدد مرة ثانية، ثم $\frac{1}{2}$ من $\frac{14}{6}$ يساوي $\frac{7}{6}$.

عندما أعرض ضرب الكسور، فأنا أعلّم من أجل المعنى وليس من أجل الراحة. ويتعلم طلاب المستوى الإصلاحي التفكير بالأعداد التي يستخدمونها وبما تطلبه منهم العملية فعله. وبدلاً من الاقتراح عليهم أن "يختزلوا"، أضع نصب عيني، دائمًا، هدف العمل مع اعداد "لطيفة" من خلال (أ) استخدام معرفتنا في حساب نصف عدد ما، ثلث عدد ما، ربع عدد ما، وهكذا دواليك؛ (ب) كوننا قادرين على إدراج الكسور المتكافئة؛ (ج) إعادة كتابة المسائل "غير المرتبة" وتحويلها إلى مسائل

"لطيفة" عن طريق استخدام قانون التبديل في الضرب؛ و (د) استخدام المبدأ القائل بأنه إذا كان سدس عدد ما هي كمية معينة، فإن خمسة أسداس ذلك العدد هي خمسة أضعاف تلك القيمة.

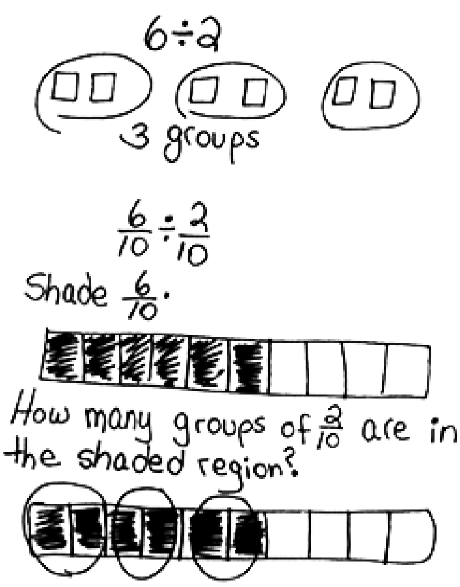
قسمة الكسور

عبارة ثالثة من الكلام البذيء هي القلب والضرب. عندما يبدأ المعلمون في قلب الأعداد، يبدأ الطلاب التفكير بأن للسحر دخل في الرياضيات وأن اللذين يعرفون السر هم وحدهم قادرون على القيام بذلك. ويمكن عرض قسمة الكسور بشكل مفهومي عن طريق استخدام معرفة الطلاب بمعنى القسمة. بما أن 2 ÷ 6 تعني "ما هو عدد المجموعات المكونة من 2 في 6؟ وبنفس الطريقة 2/10 ÷ 6/10 تعني "ما هو عدد المجموعات المكونة من عُشرَين الموجودة في ستة أعشار؟ أو كم عشراً يوجد في الستة أعشار؟" إن استخدام لويحات ملونة لبناء مستطيل ستة أعشاره باللون الأحمر ثم القيام بعدّ المجموعات المكونة من عّشرَين (لويحتين) من شأنه أن يساعد الطلاب على تخيّل هذا المفهوم أيضًا. كذلك يمكن أن يرسم الطلاب صورًا توضح المسألة (**الشكل 7**). ونحن نعتمد على معرفة الطالب بالكسور المتكافئة في قسمة الكسور، كما هو الحال بالنسبة لضرب الكسور. وتؤدي معرفة أنه يمكن تحويل 1/8 ÷ 3/4 إلى 1/8 ÷ 6/8 إلى الحصول على مسألة "لطيفة" للعمل على حلها.

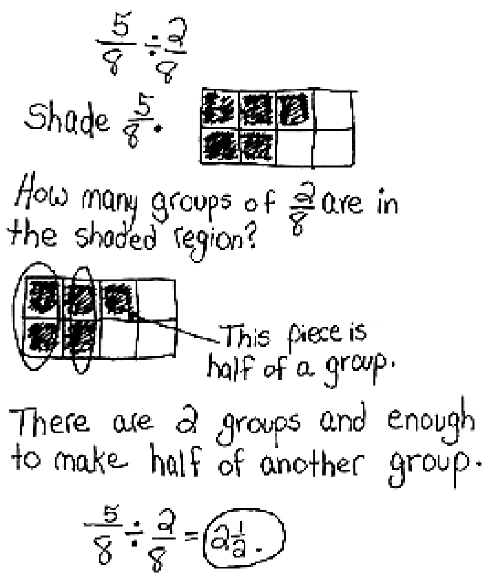
تعرض المسائل مثل 2/8 ÷ 5/8 و 5/12 ÷ 7/12 على الطلاب مفهوم خلق جزء من المجموعة. ما هو عدد المجموعات المكونة من 2/8 الموجودة في 5/8؟ (أنظر **الصورة 8**.) يمكننا خلق مجموعتين ويبقى لدينا ما يكفي لنصف مجموعة أخرى. ما هو عدد المجموعات المكونة من 5/12 الموجودة في 7/12؟ يمكننا خلق مجموعة واحدة وخمسة أخماس من المجموعة الأخرى. ويمكن للطالب أن يسجل عمله للمسألة 1/4 ÷ 1/3 1 كما هو مبين في **الصورة 9.**

عندما يفسر الطلاب مسائل مثل 2/3 ÷ 1/3 و 5/8 ÷ 3/8 كـ "ما هو عدد كسور الثلثين الموجودة في 1/3؟" و "ما هو عدد كسور خمسة أثمان الموجودة في ثلاثة أثمان؟" ومن الواضح أن يصبح الجواب"لا يوجد حتى كسر واحد". (أنظر **الشكل 10.**) وقد يدوّن الطلاب تفكيرهم بالمسألة 2 1/2 ÷ 1/4 كما يبين **الشكل 11.**

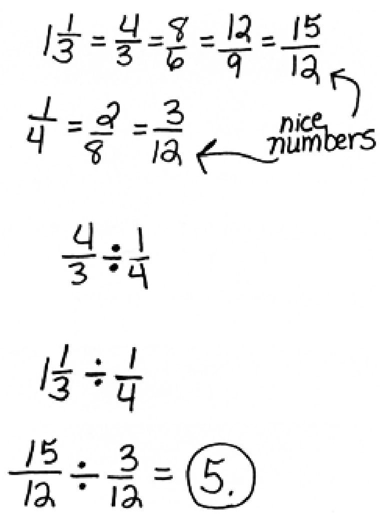
الصورة 7: الطالب يوضح 6/10÷2/10



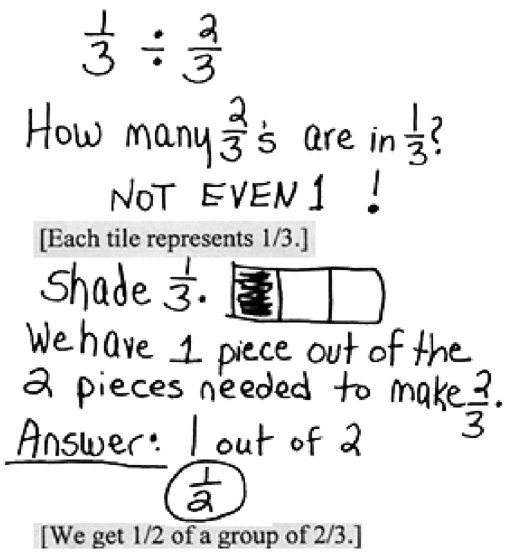
الصورة 8: الطالب يوضح 5/8÷2/8



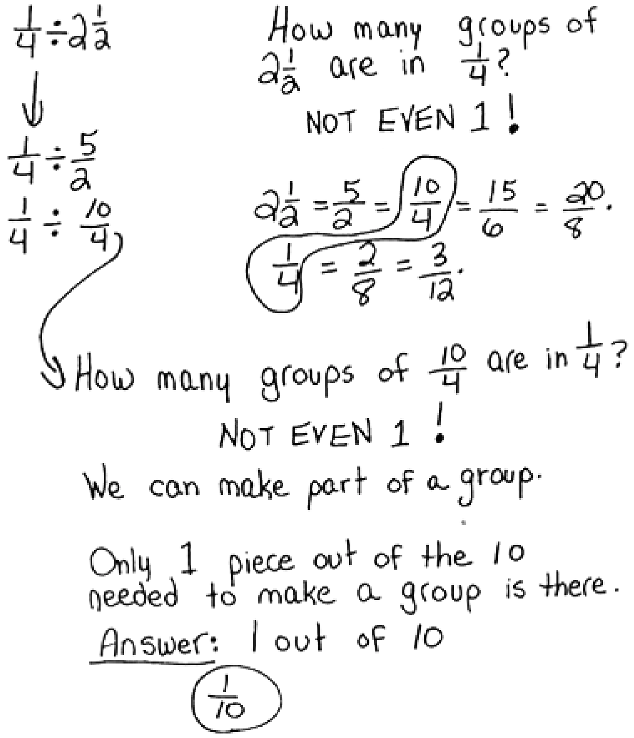
الشكل 9: تفسير أحد التلاميذ للمسألة 1 1/3:1/4



الشكل 10: طالب يوضح 2/3 ÷ 1/3



الصورة 11: طريقة تفكير طالب بالمسألة 2 1/2 ÷ 1/4
1/4 : 2 1/2



[We get 1/10 of a group of 10/4.]

[يوجد قطعة واحدة فقط من بين 10نحتاجها لخلق مجموعة . الجواب هو:

1 من 10، نحن نحصل على 1/10 من مجموعة 4/10

الاستنتاج

يجب على المعلمين التساؤل لماذا يعلّمون الطلاب الاختصار والاختزال والضرب بالمقلوب. وعادة ما يشعر المعلمون أنهم يساعدون الطلاب من خلال إعطائهم طريق مختصرة. وقد يكون لديهم يوم واحد في برنامجهم مخصص لعرض ضرب الكسور أو أنهم يشعرون بضغط المعلمين في الصف التالي.

قد يعتقد القارئ أن عرض ضرب الكسور كما تم طرحه في هذا المقال هو أمر في غاية التعقيد؛ ولكن، طلابي يجدونه سهلاً جدًا. على الرغم من أن تعليم الطريق المختصرة قد يبدو أسهل، بيد أن تعليم الإجراءات بدون أسس مفاهيمية هو أمر ضار للطلاب على المدى البعيد. وبالرغم من أن أدائهم في الامتحانات الفصلية قد يكون مدهشًا، ولكن بعد مضي ثلاثة أشهر قد لا يتذكرون أي طريق مختصرة تلائم أي مسألة.

يبدأ العديد من الطلاب رؤية أنماط بأنفسهم عندما يتعلمون ضرب الكسور وقسمتها، وسرعان ما يجدون الطرق المختصرة الخاصة بهم. وستكون لديهم، دائمًا، إستراتيجية ما للاعتماد عليها في حال لم يتذكروا الطريق المختصرة، وذلك بعد أن تعلموا المعنى أولاً. وبطريقة مماثلة، عندما يتم

تشجيع الطلاب على رؤية العلاقات بين الكسور المتكافئة والكسور العشرية، فإنهم يطورون أنماط تفكير تتيح لهم استخدام الصيغة المعينة من العدد التي تلائم المسألة من ناحية منطقية بشكل أفضل.

ستستمر التعابير **الاختصار والاختزال والضرب بالمقلوب** في كونها "كلام بذيء" حتى أصبح مقتنعة بأنه يوجد لدى طلابي فهمًا مبدئيًا راسخًا لمبادئ ضرب الكسور وقسمتها. ولا تبرر سهولة شطب الأرقام عند الاختصار وإجراءات الاختزال حرمان الطلاب من فرصة التفكير بالمسألة بشكل منطقي وتطوير استراتيجيات سريعة خاصة بهم. ونحن كمعلمين، يجب علينا التفكير مليًا في تأثيرات تعليم الطرق المختصرة على أنها الطريقة الأولى والوحيدة التي يواجه الطالب من خلالها المفاهيم.

البيبلوغرافيا

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 1989.