חשיבות ארגון המרחב בחשיבה גיאומטרית

The Importance of Spatial Structuring in Geometric Reasoning

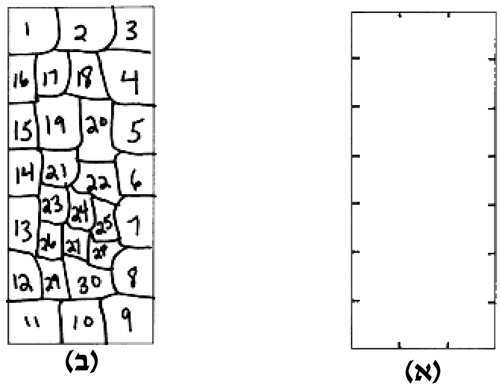
מאת: Michael T. Battista

הופיע ב: Teaching Children Mathematics , Vol. 6 No. 3, Nov. 1999, pp.170-177

תרגום: ברכה סגליס

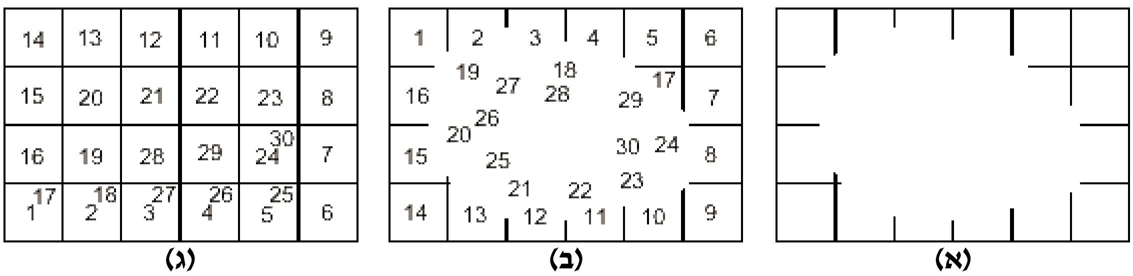
תלמידת כיתה ב׳ בשם קטי קיבלה ריבוע מפלסטיק של אינץ׳ מרובע ונאמר לה שהוא זהה בגודלו לריבועים המרכיבים את המלבן בגודל שבע על שלוש אינץ׳ המופיע ב**איור 1א**. לאחר מכן ביקשו ממנה לנבא כמה ריבועי פלסטיק כאלה נחוצים כדי לכסות את המלבן כולו. קטי ציירה ריבועים וספרה שלושים, כפי שמופיע ב**איור 1ב**.

איור 1: דוגמה 1 של העבודה של קטי



בבעיה דומה, קטי נתבקשה לנבא כמה ריבועים נחוצים כדי לכסות את המלבן המופיע ב**איור 2א**. הפעם, היא ניבאה ללא ציור. קטי הצביעה על המלבן וספרה כמו שמופיע ב**איור 2ב**, כשהיא מנבאה שיש שלושים. כדי לבדוק את תשובתה, היא הניחה בצורה נכונה עשרים וארבעה ריבועי פלסטיק בתוך המלבן, ובכל זאת ספרה כמו שמופיע ב**איור 2ג**, וקיבלה שלושים. כאשר היא ספרה שוב את הריבועים, היא קיבלה בתחילה עשרים וארבעה, ולאחר מכן, עשרים ושבעה.

איור 2: דוגמה 2 של העבודה של קטי



ברור מכך, שקטי לא השתמשה בארגון של טורים ושורות כדי למקם ריבועים במערכים מלבניים אלה. כמבוגרים מלומדים, אנו "רואים" מיד כיצד הריבועים המכסים מלבנים אלה מסודרים בטורים ושורות. קטי, לעומת זאת, לא בנתה עדיין באופן מנטלי ארגון כזה. עבור קטי, הארגון של טורים ושורות לא היה קיים.

למרות שהקושי של קטי נראה אולי יוצא דופן, אין זה כך. כאשר נתתי את הבעיה שבאיור 1א לתלמידים שמעל הממוצע בכיתות ב - ה, למספר מפתיע מהם היו קשיים דומים. רק 19% של תלמידי כיתה ב, 31% של תלמידי כיתה ג, 54% של תלמידי כיתה ד, ו- 78% של תלמידי כיתה ה, הצליחו לנבא נכון. ממצאים אלה מביאים אותנו להתפכחות, בהינתן שעבור תלמידים רבים בכיתות אלה, ההוראה המסורתית נוהגת להשתמש במערכים מלבניים כאחד המודלים **להצגת** משמעות הכפל ומניחה שתלמידים רואים מערכים כאלה כקבוצות של טורים ושורות שקולים.

ארגון המרחב

קטי ותלמידים אחרים שגו בבעיה זו בגלל ארגון המרחב הלקוי שלהם. **ארגון המרחב** הינו הפעולה המנטלית של יצירת ארגון או צורה עבור עצם או קבוצת עצמים. היא קובעת את טבעו של העצם, צורתו, או הרכבו, באמצעות זיהוי המרכיבים המרחביים שלו, קישור וצירוף מרכיבים אלה, וקביעת יחסי גומלין בין המרכיבים לבין העצם. תלמידים אלה לא בנו עדיין ארגון של טורים ושורות אשר מאפשר למקם כראוי את הריבועים בתוך המלבנים.

הוראת גיאומטריה כך שתלמידים ילמדו אותה מתוך משמעות דורשת הבנה כיצד תלמידים בונים את הידע שלהם בנושאים גיאומטריים שונים. היא דורשת שימוש בהבנה זו כדי לבחור משימות הוראה מתאימות, לתמוך בלמידה של התלמידים ולבצע הערכה שלה. ארגון המרחב הוא תהליך מכריע בבניית הידע הגיאומטרי של התלמידים. מאמרים קודמים תיארו טיפול באופן שבו תלמידים בונים אוספים תלת-מימדיים של עצמים, כמו מערכים של קוביות בתוך קופסאות מלבניות [תיבות] (Battista 1998; Battista and Clements 1998). מאמר זה מתאר כיצד לטפל באופן שבו תלמידים בונים מערכים מלבניים של ריבועים ואזורים דו-מימדיים אחרים. מאמר זה מתאר גם פעילויות המקשרות את ארגון המרחב להתפתחות של חשיבה כפלית.

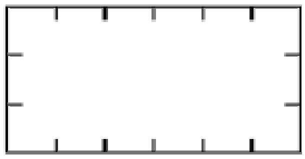
רמות תחכום בארגון המרחב של תלמידים

תלמידים מפגינים מגוון רחב של תחכום באופן שבו הם משתמשים בארגון המרחב כדי לנבא את מספר הריבועים המכסים את המלבנים (Battista et al. in press). מסלולי הספירה של קטי שוטטו כל כך שהיא לא היתה מסוגלת לנהל מעקב מאין התחילו ולאן הם צריכים להגיע. ארגון המסלולים שלה נתן תשומת לב כל כך מעטה למיקום של הריבועים בתוך המסגרת הדו-מימדית, שהיא הלכה לאיבוד.

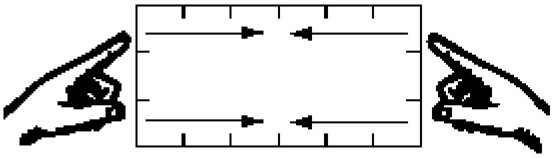
רמת תחכום קצת יותר גבוהה של ארגון הוצגה על ידי ביל כאשר נתבקש לנבא את מספר הריבועים המכסים את המלבן המופיע ב**איור 3א**.

קודם אני סופר את החלק התחתון, ויש 6 [כשהוא מזיז את ידיו כלפי פנים, כפי שמראה **איור 3ב**]. אז החלק העליון והחלק בתחתון יהיו שווים לשתים עשרה. ושני אלה [כשהוא מצביע על הריבועים האמצעיים בצד ימין ובצד שמאל] יהיו ארבע עשרה. [כשהוא משתמש באצבעות כדי לאמוד את המיקום של ריבועים יחידים] הייתי אומר אולי שנים עשר באמצע; שנים עשר ועוד שנים עשר שווה עשרים וארבע. אז הייתי אומר עשרים וארבע.

איור 3: העבודה של ביל



(א)



(ב)

שלא כמו קטי, ביל ארגן ריבועים בקבוצות הממוקמות במפורש בתוך מסגרת התייחסות דו-מימדית. יחד עם זאת, מכיוון שביל לא היה מסוגל ליישם ארגון זה מעבר לכל המלבן, הוא לא הצליח למקם נכון ריבועים באיזור האמצעי שלו.

ברמה הבאה הגבוהה יותר נמצא ג'ו, אשר הראו לו שחמישה ריבועים מתאימים מעבר לחלק העליון של המלבן ושבעה ריבועים מתאימים כלפי מטה באמצע המלבן. לאחר מכן הריבועים הוסרו.

ג'ו: חמש, עשר, חמש עשרה,..., ארבעים וחמש [כשהוא נע מעבר לשורות בתוך המלבן].

מורה: איך קיבלת את זה?

ג'ו: ניסיתי לנחש איפה היו החלקים התחתונים של הריבועים. [ג'ו מניח שבעה ריבועים בטור הימני כלפי מטה, ואז במהירות מצביע על כל אחד מהם ומיד מסיק שלושים וחמש]. חמש, עשר, חמש עשרה,..., שלושים וחמש; חמש פעמים שבע. אני בטוח.

ג'ו ארגן את המערך בשורות. יחד עם זאת, הוא חזר על השורות של חמש בצורה שגויה בשעה שאמד באופן חזותי כיצד השורות כיסו את המלבן. הוא היה זקוק לטור ממשי של ריבועים כדי לחזור על שבע השורות של חמישה ריבועים בצורה נכונה.

ברמה הגבוהה ביותר של תחכום נמצאים תלמידים אשר עשו הפשטה של מבנה הטורים והשורות של המערך במידה המאפשרת להם למנות שורות של ריבועים על ידי שימוש באצבעות, ספירה בדילוגים, או נייר ועיפרון. הם אינם זקוקים לריבועים ממשיים או לציורים כדי למנות את הריבועים. רמה זו מוצגת על ידי פול בבעיה זהה לזו שניתנה לג'ו.

פול: אמרת שבעה כלפי מעלה, נכון? חמישה מצד לצד [כשהוא מצביע וסופר אחד אחד מעבר לשורה העליונה]. חמש מצד לצד, שבע כלפי מטה [הפוגה]; שבע למטה, חמש מצד לצד [כשהוא מסמן מעבר לשלוש השורות הראשונות של המלבן]; חמש, עשר, חמש עשרה. [כשהוא סופר שבע אצבעות] חמש, עשר, חמש עשרה, עשרים, עשרים וחמש, שלושים, שלושים וחמש; שלושים וחמש.

מורה: איך ידעת לעצור בשלושים וחמש?

פול: משום שכאשר הרמתי את האצבע האחרונה, ידעתי שזה שבע.

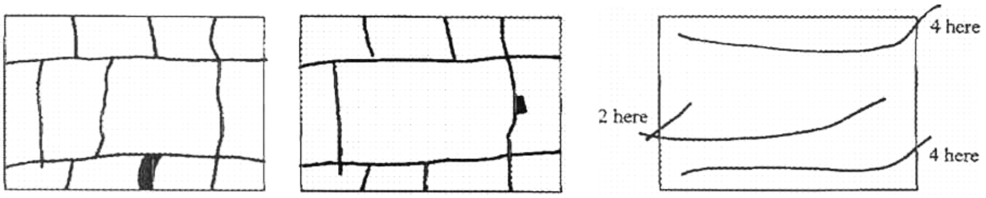
מורה: מה זה אמר לך? למה שבע?

פול: יש רק שבע למטה שמה [מצביע במאונך כלפי מטה באמצע המלבן].

קואורדינציה כמפתח לארגון של טורים ושורות

כפי שראינו, יצירת ארגון נכון של מערכים דו-מימדיים של ריבועים, הינה קשה למדי עבור תלמידים רבים. הדוגמאות הבאות ממחישות כיצד שני תלמידי כיתה ב פתרו את קשיי הארגון שלהם ויצרו ארגון של טורים ושורות. הילדה הראשונה, איימי, מנבאה כמה ריבועים יכסו את המלבן של ארבע על שלוש, לאחר שהראו לה רק שארבעה ריבועים מתאימים מעבר לחלק העליון ושלושה בצד ימין כלפי מטה.

איור 4: העבודה של איימי



(ג) (ב) (א)

איימי: [מצביעה כפי שרואים ב**איור 4א**] יש ארבעה כאן [שורה עליונה] וארבעה כאן [שורה תחתונה] ועוד שניים כאן [אחד בצד שמאל ואחד בצד ימין], וזה שווה לעשר. [מצביעה על מה שאמור להיות שני הריבועים הפנימיים] אבל אני לא בטוחה אם שניים באמצע או אחד באמצע, בגלל הגודל שלהם.

איימי: [אחרי שציירה ריבועים בהיקף אבל השאירה את המרכז ריק; ראה **איור 4ב**] אני חושבת שיש שניים באמצע או אחד באמצע. [איימי מציירת את הקטע האנכי האמצעי בשורה השנייה כמו ב**איור 4ג**].

מורה: אז כמה יש לך שם כעת?

איימי: אז שנים עשר או אחד עשר. אני חושבת שיש שניים באמצע או אחד באמצע [מניעה את ידה מעבר לשורה השנייה]. שיניתי עכשיו את דעתי, אני חושבת שיש ארבע באמצע [מצביעה על השורה השנייה של הציור שלה] .... זה הולך להיות שניים באמצע משום שאם יש פה רק שלושה [מניעה את ידה לעבר הטור הימני] ורק שלושה כאן [מניעה את ידה לעבר הטור השמאלי], אז אם הולכים מצד לצד זה יהיה ארבע [מניעה את ידה מעבר לשורה השנייה]; שנים עשר.

מורה: מדוע את חושבת כעת שזה שנים עשר?

איימי: משום שיש ארבעה למעלה [מניעה את ידה לעבר השורה הראשונה], אז אם נלך מצד לצד כאן למטה [מניעה את ידה לעבר השורה השנייה], זה יהיה אותו דבר כמו ללכת מצד לצד פה [מניעה את ידה לעבר השורה העליונה], אז יש כנראה שניים באמצע. ביחד הם ארבעה [מצביעה על ארבעה הריבועים שבשורה האמצעית].

בהתחלה, איימי תפסה את קבוצת הריבועים שכיסו את המלבן כקבוצה של מרכיבים מנותקים - עליון, תחתון, צדדים, ומרכז חסר צורה. היא היתה מסוגלת לראות את מרכז המלבן כשני ריבועים, וכך את השורה האמצעית כארבעה, רק כאשר חשבה על שני הריבועים החיצוניים שבשורה האמצעית (**איור 4ב**) לא כריבועים נפרדים אלא כחברי הקבוצה של הטורים הימני ושמאלי. בשעה שהיא עשתה קואורדינציה של טורים אלה עם ריבועים בשורה העליונה, היא היתה מסוגלת לדמיין טור עבור כל אחד מהריבועים שבשורה העליונה. **פעולת קואורדינציה** זו אפשרה לאיימי להסיק על השקילות של השורות הראשונה והשנייה, כי היא גרמה לסידור אנכי של הריבועים שבשורות כך שנוצרה התאמה חד-חד-ערכית ביניהם. פעולת הקואורדינציה אפשרה על כן לאיימי לתת למלבן ארגון של טורים ושורות.

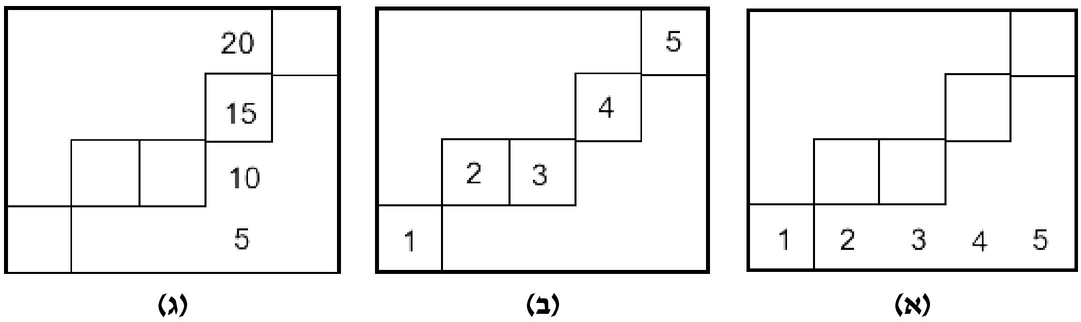
החשיבות של פעולות קואורדינציה אלו מומחשת גם על ידי פאול.

פאול: [סופר ריבועים בשורה התחתונה כמו ב**איור 5א**] אחד, שניים, שלושה, ארבעה, חמישה, משום שאחד, שניים, שלושה, ארבעה, חמישה [מצביע על הריבועים שצוירו מראש כמו ב**איור 5ב**]. משום שכאשר אתה הולך למעלה, זה עדיין חמש. פשוט מורידים אותם למטה כדי לעשות שורה אחת [מניע את ידו לכיוון השורה התחתונה]. מורידים את כל הריבועים שנמצאים למעלה, מורידים אותם למטה. זה יהיה אותו דבר כמו שורה ישרה אחת.

מורה: האם תוכל לנבא כמה יש בסך הכל?

פאול: חמש, עשר, חמש עשרה, עשרים [מצביע בזה אחר זה על השורות כמו ב**איור 5ג**].

איור 5: העבודה של פאול



פאול הסיק שהשורה התחתונה הכילה חמישה ריבועים משום שהיה מסוגל לראות כיצד חמישה הריבועים שצוירו מראש יכולים "לרדת למטה" לשורה התחתונה. בשעה שפאול דמיין את הריבועים נעים באופן אנכי כדי להתמקם במצב המאוזן שלהם, ארגנה פעולת קואורדינציה זו את המערך לשני הכיוונים הניצבים של מאוזן ומאונך. זה אפשר לו לראות לא רק שהחמישה הריבועים היו בכל שורה ושורה, אלא גם שהשורות, אם עורמים אותן במאונך, יכולות לכסות את כל המלבן.

ארגון וחשיבה כפלית

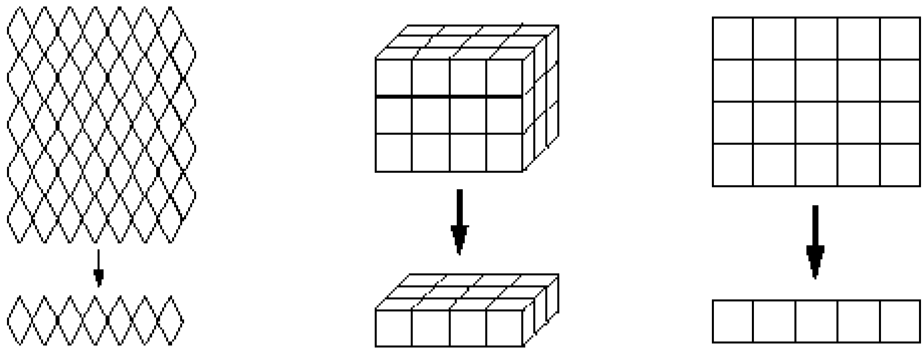
בשעה שתלמידים יעבדו על בעיות המלבן, הם יציגו לא רק דרכים רבות של ארגון המרחב אלא גם מגוון רחב של פעולות במספרים. למשל, תלמידים יספרו ריבועים אחד אחד, בדילוגים, בערבוב של ספירת אחד אחד ודילוגים, ישתמשו בחיבור חוזר וישתמשו בעובדות כפל ידועות.

בנוסף, תהיינה לתלמידים הזדמנויות רבות ליצור **יחידות מורכבות** (composite units) ולחזור עליהן שוב ושוב, מושג חיוני לחשיבה כפלית מוקדמת (Killion ans Steffe 1989). 'יחידה מורכבת' נוצרת כאשר תלמיד לוקח קבוצה של עצמים יחידים ומתייחס אליהם מבחינה מרחבית או מספרית כאל יחידה. לדוגמה, פאול לקח קבוצה של חמישה ריבועים המופיעים בשורה של מלבן ארבע על חמש, כיחידה מורכבת, וספר חמש, עשר, חמש עשרה, עשרים בשעה שדמיין את המלבן מתמלא בארבע חזרות של השורה.

כפי שניתן לראות **באיור 6א-ו**, יצירת יחידות מורכבות יכול לעזור לתלמידים לפשט ולראות את ההגיון שבעצמים, לא רק בגיאומטריה אלא גם במגוון של מצבים מספריים. בנוסף, כפי שמוצע בדוגמאות שבאיור זה, במצבים רבים, תלמידים צריכים לקשר באופן מפורש הרכבים מרחביים, כמו שורה של ריבועים, עם הרכבים מספריים, כמו מספר הריבועים בשורה.

ההוראה הנעשית בבית הספר היסודי חשובה לכלל לימוד המתמטיקה של תלמידים, משום שהיא עוזרת להם לפתח את היכולת לבנות ולפעול עם הרכבים מרחביים ומספריים. אנו חייבים להציע לתלמידים הזדמנויות רבות ליצור ולספור הרכבים גם כשהם עוסקים בחומרים מוחשיים וגם כשאין המחשה והם צריכים לטפל בהרכבים אך ורק בדמיונם. (לפעילויות נוספות ראה אצל Akers et al.[1997]).

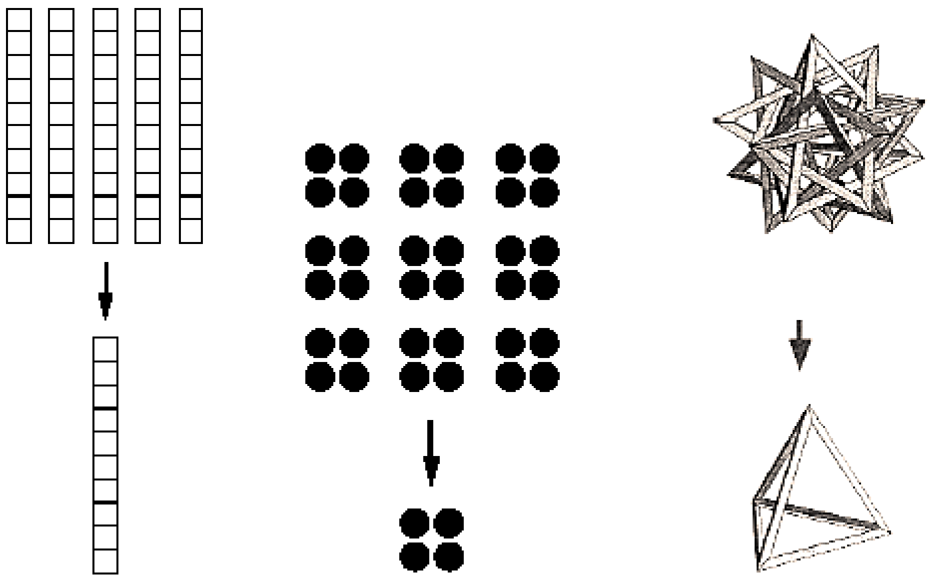
איור 6: עצמים וההרכבים מהם ניתן להרכיב אותם



שטח: 4 הרכבי שורות של 5
(א)

נפח: 3 הרכבי שכבות של 12
(ב)

ספירה: 9 הרכבי שורות של 7 מעוינים
(ג)



ארגון המרחב: 5 הרכבים של פירמידות משולשות
(ד)

כפל: 9 הרכבים של 4
(ד)

ערך המקום: 50, 40, 30, 20, 10 5 הרכבים של 10
(ו)

פעילויות הוראה עם מלבנים

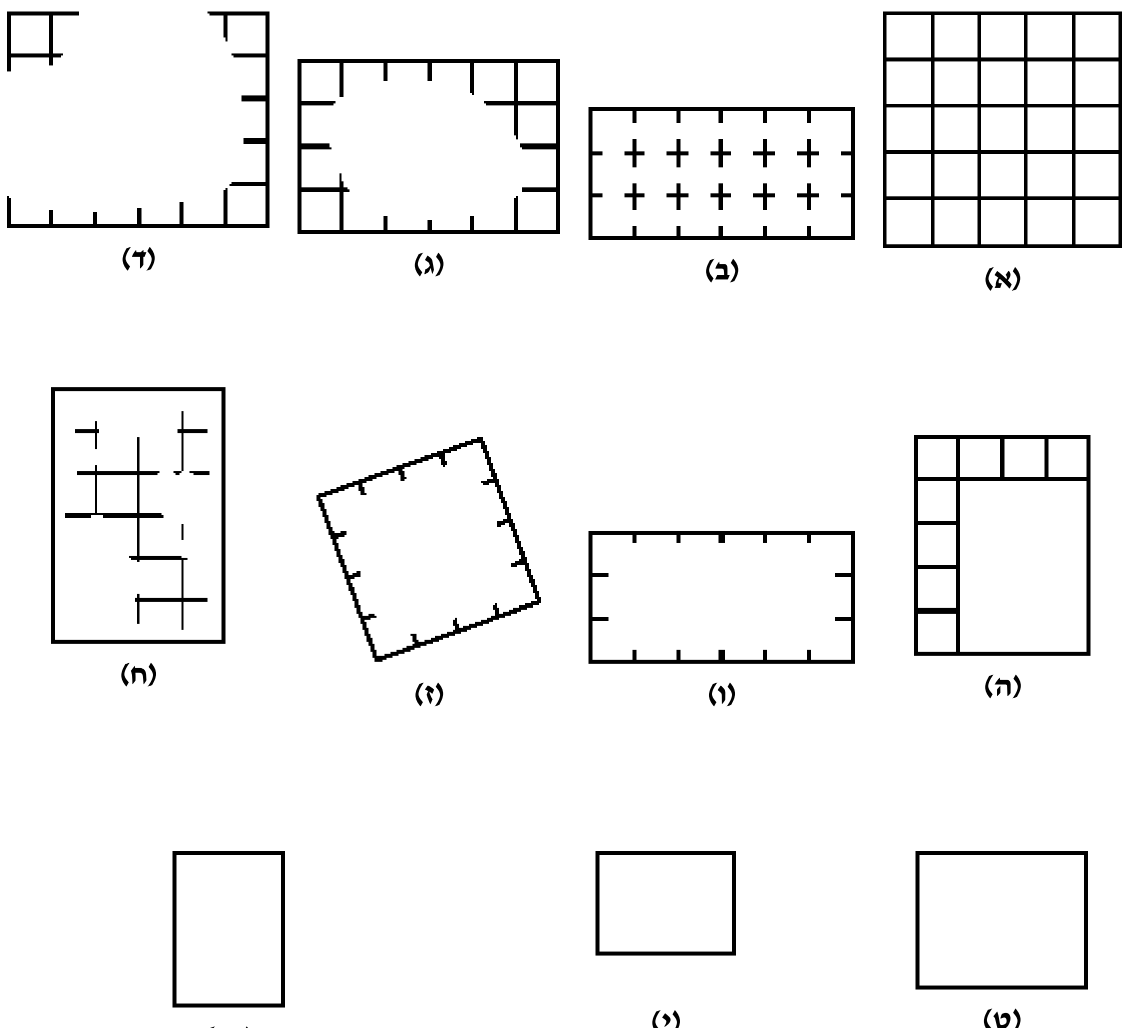
כדי לבנות כיאות את ארגון המרחב למערכים דו-מימדיים של ריבועים, תלמידים צריכים לקבל הזדמנויות רבות לארגן מערכים כאלה ולעשות רפלקציה על מידת ההלימות של הארגון שלהם. דרך יעילה להציג הזדמנויות כאלה היא להשתמש בבעיות הדומות לאלה שהוצגו קודם. למשל, לכל אחד מן המלבנים המופיעים ב**איור 7** יש מימדים באינצ׳ים. כאשר אתם מציגים לתלמידים מלבן, הראו להם כיצד ניתן להניח עליו ריבוע פלסטיק אחד של אינץ׳ מרובע. תלמידים ינבאו תחילה כמה ריבועים יכסו את המלבן ואחרי כן יבדקו את הניבוי שלהם בעזרת ריבועי הפלסטיק.

כואריאציה לפעילות זו, לאחר שהתלמידים עשו את הניבוי הראשון שלהם, בקשו מהם לצייר כיצד לדעתם הריבועים יכסו את המלבן, לנבא שוב, ואז לבדוק את הניבויים שלהם בעזרת ריבועי הפלסטיק. תלמידים רבים יהיו מסוגלים לנבא נכון אחרי שיציירו ריבועים על המלבן, אבל הארגון שלהם לא יהיה

חזק דיו כדי לנבא נכון בפעם הראשונה.

התחילו עם מלבנים שנותנים את המידע הגרפי הרב ביותר לגבי מיקום הריבועים, לאחר מכן בהדרגה עברו למלבנים שיש בהם פחות מידע; המלבנים **באיור 7** מסודרים באופן גס לפי מידת הקושי. תנו לתלמידים מספר בעיות מכל סוג של ייצוג גרפי כדי שתהיה להם הזדמנות לפתח ארגון הולם לסוג זה לפני שהם עוברים לבעיות קשות יותר.

איור 7: משימות מלבנים



(י) הראו לתלמידים שארבעה ריבועים מתאימים בחלק העליון מצד לצד (אחרי זה הסירו את הריבועים) ושלושה ריבועים מתאימים באמצע מלמעלה למטה (אחרי זה הסירו את הריבועים)

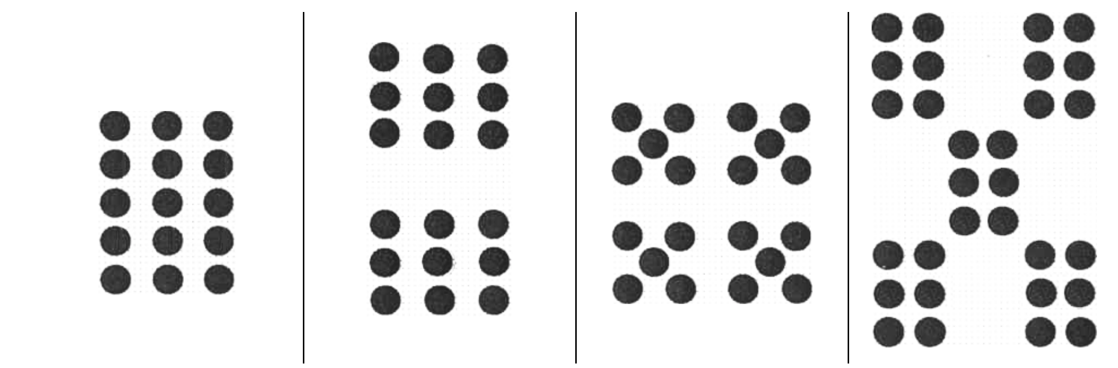
(יא) הראו לתלמידים שחמישה ריבועים מתאימים בחלק העליון מצד לצד (אחרי זה הסירו את הריבועים) ושבעה ריבועים מתאימים באמצע מלמעלה למטה (אחרי זה הסירו את הריבועים)

פעילויות המקשרות בין מרכיבים מרחביים ומספריים

בנוסף לספירת מערכים מלבניים, פעילויות רבות אחרות מעסיקות תלמידים בארגון המרחב וביצירת הרכבים מספריים. דוגמאות לכך הן ספירת עצמים במערכים לא רגילים (**איור 6ג**), כמו גם מציאת מספר הקוביות במבנים מלבניים (**איור 6ב**) ובבדידי כוח עשר (**איור 6ו**).

דבר שימושי נוסף הוא בעיות עם תמונות הברקה. למשל, הגדילו את הדגם של קבוצות ארבע המופיע **באיור 6ה** והכינו ממנו שקף. אמרו לתלמידים שאתם עומדים להראות להם בהברקה למשך שלוש שניות אוסף של נקודות והם צריכים לחשב כמה נקודות יש. הציגו את השקף בעזרת מטול שקפים למשך שלוש שניות ולאחר מכן כבו את המטול. תנו לילדים מספר דקות לעבוד על הבעיה בעבודה עצמית. הבריקו את הדגם למשך שלוש שניות נוספות ותנו לתלמידים עוד מספר דקות לחשוב על הבעיה. לבסוף, הדליקו שוב את המטול ושאלו את התלמידים כמה נקודות הם רואים. לאחר שהתלמידים הגיעו לקביעה סופית, תנו להם לדון באסטרטגיות בהן השתמשו כדי לחשב את מספר הנקודות כאשר הברקתם להם. חזרו על תהליך זה עם סידורים דומים של נקודות. השתמשו בדגמי נקודות, כמו אלה המופיעים **באיור 8**, כאשר אתם מתאימים אותם כפי שנדרש לרמה של התלמידים שלכם.

איור 8: דפוסי נקודות



פעילויות עם צורות הפלא

פעילויות עם צורות הפלא, כמו אלה המופיעות **באיור 9**, יכולות להיות יעילות במיוחד בקידום החשיבה של תלמידים אודות מרכיבים מרחביים ומספריים. כדי לפתור בעיות אלה, תלמידים צריכים לארגן כראוי את צורת הפלא הגדולה יותר כהרכב של צורות הפלא הקטנות יותר, ובאותו זמן, לארגן את הצורה הגדולה כהרכב של צורות הפלא הגדולות.

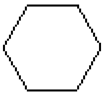
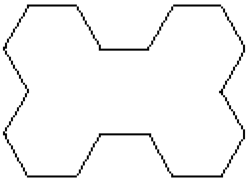
כמו במלבנים, יתגלה מגוון רחב של רמות תחכום בחשיבה של התלמידים. אחרי שקטי קבעה בעזרת צורות הפלא שניתן לשים חמישה משושים על הצורה ש**באיור 10א**, ושניתן לשים שלושה מעוינים כחולים על המשושה, היא עשתה מספר ניבויים לגבי כמה מעוינים ניתן לשים על הצורה, כשבכל פעם היא מנסה לדמיין היכן המעוינים הבודדים ממוקמים על ידי הצבעה, כפי שמופיע **באיור 10ב**. נראה היה שהיא מתעלמת מהקביעה שכבר עשתה, ששלושה מעוינים מתאימים למשושה וחמישה משושים מתאימים לצורה.

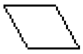
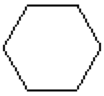
ביל, לעומת זאת, ניבא נכון :

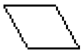
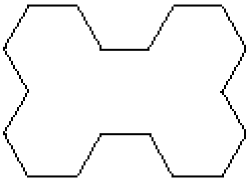
מכיוון שלקחתי שלושה לכסות אחד מאלה [מניח שני מעוינים על המיקום של המשושה השמאלי העליון], זה יהיה שלוש [מצביע על שני המשושים השמאליים ביותר שבצורה], שש [ראה **איור 10ג**]; [מצביע על המרכז] זה יהיה שלוש, תשע; [מצביע על הצד הימני העליון] שתים עשרה; [מצביע על החלק הימני התחתון] חמש עשרה.

איור 9: פעילויות עם צורות הפלא במטרה לראות ולספור יחידות מורכבות

יש להציג את הצורות במידות שתאפשרנה להתאים בדיוק את צורות הפלא לצורות התואמות.

כמה משושים כאלה  נדרשים כדי לכסות צורה זו  ? נבאו, ואחרי זה בדקו עם צורות הפלא.

כמה מעוינים כאלה  נדרשים כדי לכסות את המשושה  ? נבאו, ואחרי זה בדקו עם צורות הפלא.

כמה מעוינים כאלה  נדרשים כדי לכסות צורה זו  ? נבאו, ואחרי זה בדקו עם צורות הפלא.

בבעיה דומה (**איור 10ד**), קבוצה של תלמידי כיתה ב הראו אפילו תחכום רב יותר.

מורה: כעת כשאתם יודעים שיש לו ארבעה משושים, כמה טרפזים יש לו?

דון: שמונה, בגלל שאני יודע ששני טרפזים עושים משושה, אז הכפלתי את המספר ב- 2.

מורה: מה בקשר למשולשים ירוקים?

קארה: עשרים וארבע.

מורה: למה?

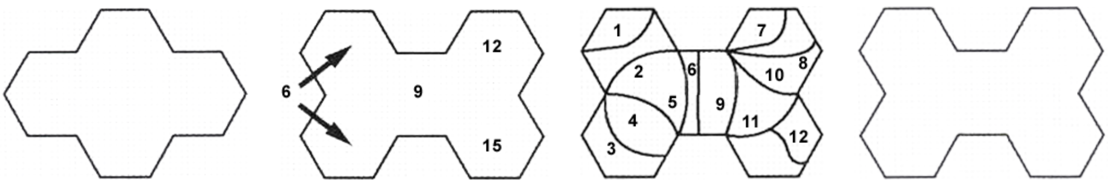
קארה: משום ששישה משולשים ירוקים עושים משושה צהוב; שש ושש הם שתים עשרה, ושתים עשרה הם עשרים וארבע.

לטישה: אני חיברתי שמונה שלשות בגלל שיש שמונה טרפזים, ושלושה משולשים עושים טרפז.

מורה: מה בקשר לכחולים?

ג'ד: שלושה כחולים עושים משושה, ושלוש פעמים ארבע זה שתים עשרה.

איור 10: עבודתם של קטי, ביל ודון עם צורות הפלא



(א) (ב) (ג) (ד)

אנו יכולים לעזור לתלמידים כמו קטי לפתח חשיבה מתוחכמת יותר בכך שניתן להם תמיכה ויזואלית-מוחשית נוספת. לדוגמה, בבעיה המופיעה **באיור 10א**, אחרי שקטי עשתה את הניבוי השגוי שלה, יכולנו לבקש ממנה להניח את צורות הפלא המשושות על הצורה הגדולה, ולאחר מכן לנבא. אם עדיין היה לה קושי, יכולנו לבקש ממנה להניח שלושה מעוינים כחולים על משושה אחד ולנבא שוב. בכל מקרה, אנו מנסים לעזור לקטי ליצור במוחה את הארגון המרחבי הנכון. אבל אנחנו צריכים לתת לה מספיק חומר תפיסתי שיתמוך בתהליכי הארגון שלה.

מסקנה

גיאומטריה מורכבת מדרכים לארגון המרחב ומניתוח התוצאות של ארגון זה. אנו מארגנים את המרחב כאשר אנו מסדרים אותו במערכים או במערכות צירים [קואורדינטות]. אנו מארגנים את המרחב כאשר אנו ממשיגים אותו במונחים של קווים, זוויות, מצולעים, ופאונים. אנו מארגנים את המרחב כאשר אנו עושים טרנספורמציות של הזזה,שיקוף סיבוב והגדלה. מיקוד על האופן שבו תלמידים מארגנים סביבות מרחביות מציע לנו פרספקטיבה חדשה ורבת עוצמה לפיתוח ארגון משמעותי של הרעיונות הגיאומטריים והמרחביים שלהם. הצעד הראשון בשימוש פרספקטיבה זו הוא ההכרה שתלמידים צריכים לארגן מה שעבורם הוא עולם לא מאורגן. הצעד השני הוא להבין כיצד תלמידים בונים באופן אישי את הארגונים הגיאומטריים השונים הנחוצים לתפקוד מתאים ומשכיל בתרבות שלנו.

ביבליוגרפיה

Akers, Joan, Michael T. Battista, Anne Goodrow, Douglas H. Clements, and Julie Sarama. *Shapes, Halves, and Symmetry.* Palo Alto, Calif.:Dale Seymour Publications, 1997.

Battista Michael T. "How Many Blocks?" *Mathematics Teaching in the Middle School* 3 (March-April 1998): 401 - 11.

Battista Michael T., and Douglas H. Clements. "Finding the Number of Cubes in Rectangular Cube Buildings". *Teaching Children Mathematics* 4 (January 1998): 258-64.

Battista Michael T., Douglas H. Clements, Judy Arnoff, Kathryn Battista, and Caroline Borrow. "Students' Spatial Structuring and Enumeration of 2D Arrays od Squares." *Journal for Research in Mathematics Education,* in press.

Killion, Kurt, and Leslie P. Steffe. "Children's Multiplication." *Arithmetic Teacher* 37 (September 1989):34-36.