مساعدة الأولاد على فهم النسب

Helping Children Understand Ratios

بقلم: Ana Helvia Quintero

نُشر في: Arithmetic Teacher, Vol. 34 No. 9, May 1987, pp. 17-21

ترجمة: كميل ظاهر

إن درجة الحرارة، السرعة، التسارع والكثافة ما هي إلا بعض الأمثلة على مفاهيم علمية تعبّر عن نسبة ما. ومن الصعب على التلاميذ فهم هذه المواضيع لأنهم لا يفهمون المفهوم الرياضي للنسبة.

أظهرت العديد من الدراسات أنه من الصعب على الأولاد فهم مفهوم النسبة (على سبيل المثال: Behr et al. 1983; Karplus, Pulos, and Stage 1983; Lovell and Butterworth 1966; Lunzer and Pumfrey 1966). ومع ذلك، فإننا نجد القليل من الفعاليات في معظم مناهج المدارس التي تعمل على تطوير هذا المفهوم. يصف هذا المقال مستويات مختلفة من الصعوبات التي يواجهها التلاميذ أثناء العمل على النسب، ويقترح سلسلة من الفعاليات التي تهدف إلى مساعدة الأولاد على تطوير هذا المفهوم.

المستوى 1

النسبة هي علاقة بين كميتين. في البداية، عادة ما يركز التلاميذ على أحد مركبات النسبة فقط. على سبيل المثال، في الدراسات التي أجريتها، طُلب من التلاميذ بين الأجيال 9 حتى 16 عامًا التنبؤ بألوان المزيج التي سيتم الحصول عليها نتيجة لخلط نسب مختلفة من السكر الأبيض والسكر البني. وتنبأت مجموعة من الأولاد، عادة الأولاد الأصغر سنًا، بأن المزيج الذي يحتوي على كمية أكبر من السكر الأبيض سيكون لونه أفتح من المزيج الذي يحتوي على كمية أقل من السكر الأبيض. وهكذا، فقد تنبئوا بأن المزيج الناتج عن خلط 6 ملاعق من السكر الأبيض مع 8 ملاعق من السكر البني سيكون لونه أفتح من المزيج الناتج عن خلط 4 ملاعق من السكر الأبيض مع 3 ملاعق من السكر البني لأن 6 أكبر من 4.

تركّز الأولاد في هذه الدراسات على كمية السكر الأبيض فقط، وهي مركب واحد من مركبات النسبة، بدون الأخذ بالاعتبار كمية المركب الثاني، السكر البني. ويحتاج الأولاد الذين يرتكبون هذا النوع من الخطأ إلى التعلم عن المتغيرات والعلاقة بينها. وقد يفهم بعض الأولاد المتغيرات في بعض السياقات لكنهم يحتاجون إلى فهم أن النسبة تعتمد على متغيّرين.

من النادر أن يتم تدريس الفكرة القائلة بأن المتغير يعتمد على المتغيرات الأخرى بشكل رسمي في المدرسة. ومن أجل تدريس هذا المفهوم، يقترح Karplus, Pulos, and Stage (1983) فكرة عرض مسائل على الولد يعتمد حلها على الأخذ بالاعتبار متغيّرين اثنين أو أكثر. على سبيل المثال، قد يتم عرض قلمين على الأولاد في وضع يكونان فيه فوق الطاولة ثم السؤال ماذا يؤثر على طول خيالي

القلمين على الطاولة عندما يتعرض القلمان للضوء. في هذه المسألة يجب على التلاميذ الأخذ بالاعتبار طول القلم كمتغيّر.

المستوى 2

يعرف بعض الأولاد أن النسبة تعتمد على متغيّرين، ومع ذلك، فإنهم يرون العلاقة بمصطلحات الجمع. وسيقول هؤلاء الأولاد، عند مقارنة النسبة 1/3 مع النسبة 3/5، بأنهما متساويتان لأن:

$$3 - 1 = 5 - 3$$

قد يكون هذا الخطأ نتيجة للحقيقة بأن المقارنات الأولى التي يجريها الأولاد تستند إلى مبادئ الجمع – على سبيل المثال، من يوجد لديه كمية أكبر من الأقلام؟ بكم أكبر؟

يجب على التلاميذ الانتقال من طريقة المقارنة التي تعتمد على الجمع إلى الطريقة التي تعتمد على الضرب من أجل فهم النسب. ولكن، لا يحدث هذا الانتقال من خلال خطوة واحدة. وتشكل أنواع النسب المختلفة أنواعًا مختلفة من الصعوبات للأولاد.

أبسط أنواع النسب هي النسبة لكل وحدة – على سبيل المثال، 15 قطعة حلوى لكل كيس، 20 تلميذا لكل معلم. إن مقام النسبة، في النسب لكل وحدة، هو 1. تنبع الأخطاء من مصدرين عندما يتعامل الأولاد مع النسبة لكل وحدة: لا يفهم بعض الأولاد اللغة المستخدمة للتعبير عن النسبة، على سبيل المثال، الكلمة "لكل"؛ ولا يفهم آخرون المفهوم "نسبة لكل وحدة."

تساعد الفعاليات التالية على تحديد نوعي الصعوبات وتقترح طرقًا للتعامل مع كل صعوبة مع كل تلميذ وتلميذ.

المواد

1. مجموعة من المواد الملموسة، مثل البنانير، أغصان صغيرة، أوراق مالية، كؤوس بلاستيكية
2. مجموعة من البطاقات تحتوي على مسائل كلامية تتضمن نسب لكل وحدة معبّر عنها بطرق مختلفة: "في كل"، "من أجل"، "لكل." (أنظر الشكل 1.)

الإجراء

يلتقط التلميذ أحدى البطاقات، البطاقة 1 على سبيل المثال. ويسأل المعلم التلميذ، "لو كانت هذه (مشيرًا لبعض البنانير التي تمثل قطع الحلوى) قطعًا من الحلوى، وهذه هي علب، كيف ستقوم بتمثيل الوضع الموصوف في هذه البطاقة؟"

يجري تكرار هذا الإجراء حتى نصل إلى مصدر الصعوبة التي يواجهها التلميذ- أحد التعابير أو مفهوم النسبة. التلميذ الذي لا يفهم أحد التعابير سيقوم بتمثيل النسب لكل وحدة المعبّر عنها في جزء من البطاقات بشكل صحيح ولكن ليست في البطاقات الأخرى. في مثل هذه الحالة، يجب علينا أن نفسّر للتلميذ أن جميع هذه الكلمات هي كلمات متشابهة للتعبير عن نفس المفهوم. من ناحية معينة، يتعلم التلميذ معنى كلمة جديدة.

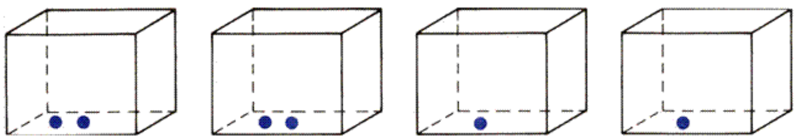
الشكل 1: مشاكل في النسب لكل وحدة

البطاقة 1	**البطاقة 2**	**البطاقة 3**
اشترت ماري 4 علب من الحلوى. وكان في كل علبة 6 قطع من الحلوى.	يوجد لدى جون 3 مجموعات من السيارات. ويوجد 5 سيارات في كل مجموعة.	اشترت كيرن تفاحًا بقيمة 4 دولارات. ثمن كل 5 تفاحات دولار واحد.

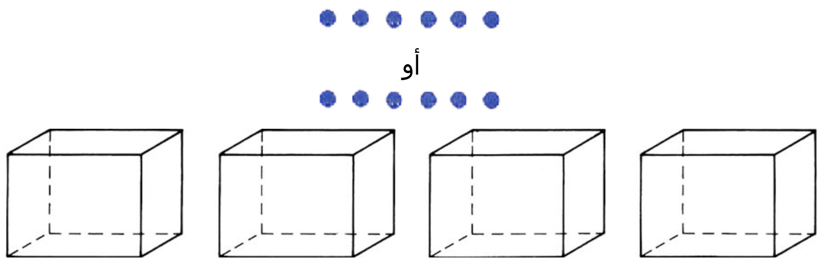
سيواجه الأولاد الذين يعانون من صعوبة في مفهوم النسبة لكل وحدة صعوبة في تمثيل المسألة بغض النظر عن كيفية التعبير عنها. في دراسة سابقة (Quintero 1980)، تم إجراء التمثيلات في الشكل 2 من مسائل مثل " اشترت ماري 4 علب من الحلوى. وكان في كل علبة 6 قطع من الحلوى".

الشكل 2: تمثيلات خاطئة لمسألة " اشترت ماري 4 علب من الحلوى. وكان في كل علبة 6 قطع من الحلوى."

أ. تمثيل يوضح العلاقة كـ "6 قطع حلوى في 4 علب"



ب. تمثيلات لكمية واحدة أو للكميتين المذكورتين في المسألة ولكن من غير تمثيل العلاقة ذاتها.

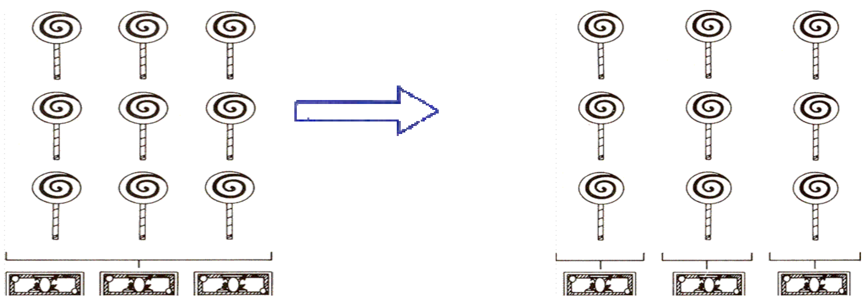


يمكن استخدام الفعاليات المستخدمة لتحديد ما إذا كان الأولاد يفهمون مفهوم النسبة لكل وحدة من أجل تدريسهم ذلك المفهوم. كذلك يستطيع المرء استخدام معرفة الأولاد في مجالات أخرى كأساس لتعليم مفهوم النسبة لكل وحدة. على سبيل المثال، الأولاد يعرفون فعالية الأخذ والعطاء (مثلاً، ثلاث قطع نقدية مقابل مجلة رسوم هزلية). كذلك من الممكن أنهم يعرفون بعض الأمثلة على المجموعات المتجانسة (مثلاً: خمسة أصابع لليد الواحدة، قدمان للشخص الواحد). يمكن تطوير هذه الأفكار بسهولة إلى مفهوم النسبة لكل وحدة.

المستوى 3

النسب ذات المقامات التي تختلف عن 1، على سبيل المثال 9 مصاصات من الحلوى لكل 3 دولارات أو 5 ملاعق من السكر الأبيض لكل 3 ملاعق من السكر البني، هي أمر مختلف بالنسبة للعديد من الأولاد. يمكن تقسيم هذه النسب إلى نسب بأعداد صحيحة ونسب بأعداد غير صحيحة. يمكن تبسيط النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة عن طريق اختزالها إلى نسبة معبر عنها بعدد صحيح لكل وحدة. يمكن اختزال نسبة 9 مصاصات من الحلوى لكل 3 دولارات إلى نسبة العدد الصحيح لكل وحدة 3 مصاصات لكل دولار واحد (أنظر الشكل 3).

الشكل 3: 9 مصاصات من الحلوى بثلاثة دولارات تعادل 3 مصاصات من الحلوى بدولار واحد.



لا يمكن اختزال النسب المعبر عنها بالأعداد غير الصحيحة، مثل 5 ملاعق من السكر الأبيض لكل 3 ملاعق من السكر البني، إلى نسب معبر عنها بالأعداد الصحيحة. إذا تم اختزال هذه النسب إلى نسبة لكل وحدة، تكون النتيجة نسبة كسر عادي أو كسر عشري لكل وحدة: في هذا المثال، النسبة 5 لـ 3 تعادل 2/3 1 من ملاعق السكر الأبيض لملعقة واحدة من السكر البني. ونظرًا لكون الأولاد يفهمون النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة قبل النسب المعبر عنها بالأعداد غير الصحيحة (Quintero and Schwartz 1982; Karplus, Pulos, and Stage 1983)، يجب البدء أولاً في تعليم النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة في منهاج المدرسة.

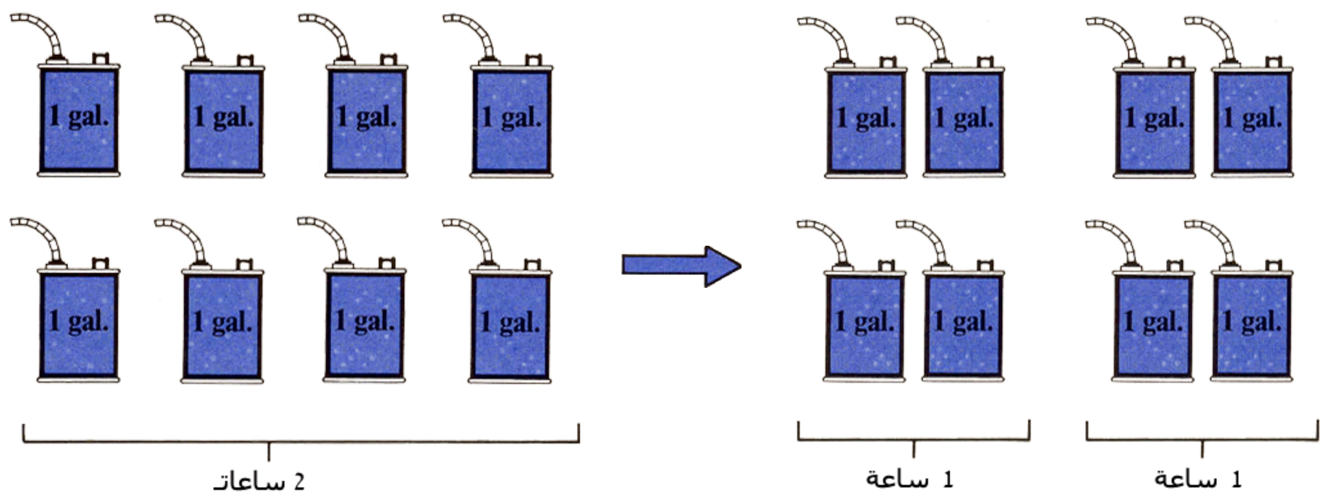
عند تدريس النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة، يجب إرشاد الأولاد ليروا النسب لكل وحدة التي تعادلها. وينبع هذا الاقتراح من مراقبة الأولاد وهم يقارنون النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة. الأولاد الذين قارنوا النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة بشكل صحيح قاموا، دائمًا، باختزالها قبل إجراء المقارنة. على سبيل المثال، إذا سُئل الأولاد أي نوع مزيج من السكر الأبيض والبني سيكون لونه

فاتحًا أكثر، المزيج الذي يحتوي على 9 ملاعق من السكر الأبيض لكل 3 ملاعق من السكر البني أو المزيج الذي يحتوي على 8 ملاعق من السكر الأبيض لكل ملعقتين من السكر البني، سيقولون، "كانت في المزيج الأول 3 ملاعق من السكر الأبيض لكل ملعقة من السكر البني، وفي المزيج الثاني 4 ملاعق لكل ملعقة واحدة من السكر البني. لذلك، فإن لون المزيج الثاني هو اللون الأفتح."

من أجل مساعدة الأولاد على رؤية تكافؤ النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة والنسب لكل وحدة، يمكن تمثيل النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة وكيفية تحويلها إلى نسب لكل وحدة بواسطة مواد ملموسة أو رسومات، كما يبين الشكل 3 ذلك. مثال آخر على ذلك، "كان في إحدى النزهات 16 ولدًا لكل شخصين بالغين. ما هو عدد الأولاد لكل شخص بالغ؟"

عندما تعبر النسب عن كميات متواصلة أو شبه متواصلة يجب تحضير تفسير منفصل للكميات. أنظر الشكل 4، على سبيل المثال.

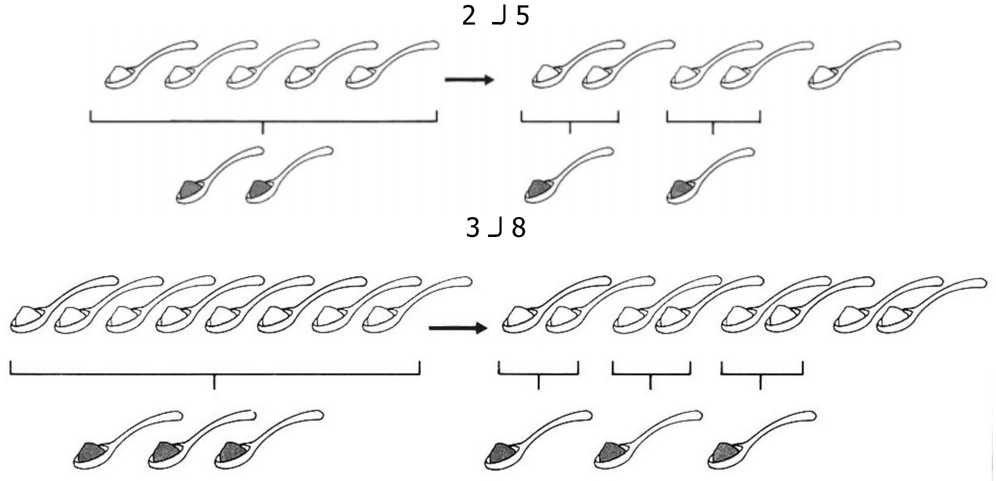
الشكل 4 : 8 غالونات من الوقود لساعتين تعادل 4 غالونات من الوقود للساعة الواحدة.



المستوى 4

عندما يفهم التلاميذ النسب المعبر عنها بالأعداد الصحيحة، يمكن إدخال النسب المعبر عنها بالأعداد غير الصحيحة. في البداية، سيستخدم العديد من التلاميذ النسب لكل وحدة معبر عنها بالأعداد الصحيحة من أجل تفسير النسب المعبر عنها بالأعداد غير الصحيحة. على سبيل المثال، عند مقارنة "5 ملاعق من السكر الأبيض لكل ملعقتين من السكر البني" مع "8 ملاعق من السكر الأبيض لكل 3 ملاعق من السكر البني,"أجرى بعض التلاميذ التمثيل المبين في الشكل 5.

الشكل 5: أخطاء في إيجاد تعابير متكافئة للنسب المعبر عنها بالأعداد غير الصحيحة



بعد إجراء مثل هذا التمثيل، ادعى التلاميذ بأن النسبة "8 إلى 3 هي ذات لون أفتح، لأنه بقي لدينا ملعقتان." كان من بين التلاميذ الذين استخدموا هذا التحليل تلاميذ من الصف السابع كانوا قد تعلموا الكسور العادية والكسور العشرية من قبل، ومع ذلك فهم لم يستخدموا أي من هذين المفهومين لحل المسألة. لم يتم تدريس هؤلاء التلاميذ تفسير معني النسب لكل وحدة، وقاموا باستخدامها بشكل تلقائي في تحليلاتهم.

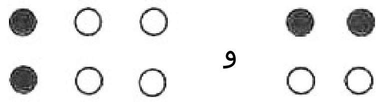
إنه من الشائع في الرياضيات أن يتجنب التلاميذ العمليات الحسابية المتعلقة بالكسور العادية والكسور العشرية. وبالرغم من ذلك، فإن تجنب التلاميذ للكسور العشرية والكسور العادية مع النسب هو أعمق من أن يكون مجرد عمليات حسابية. لا يستخدم التلاميذ الكسور العادية والكسور العشرية في المسائل التي تتضمن النسب لأنهم لا يرون العلاقة بين هذه المفاهيم. وأشارت معطيات NAEP الأخيرة (على سبيل المثال، Carpenter et Al. 1980) إلى أن معظم التلاميذ في سن 13 عامًا يرون تفسيرات مختلفة للأعداد الصحيحة بشكل منفصل، ولا يرون أي صلة بينها.

وهكذا، من أجل مساعدة التلاميذ على التعامل مع النسب المعبر عنها بأعداد غير صحيحة، يجب علينا تطوير فعاليات تربط بين التفسيرات المختلفة للأعداد الصحيحة. دعونا نناقش واحدة من هذه الفعاليات.

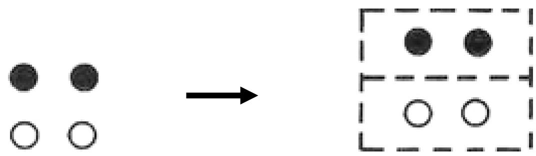
يمكن تفسير الكسور كمقارنة بين الجزء وبين الوحدة الكاملة (الصحيح)، كنسبة، كأنها تشير إلى قسمة، عملية، أو قياس. ويقترح Behr, Post, Silver and Mierkiewicz (1980) بأن القسمة، لا سيما تفسير الجزء مقابل الوحدة الكاملة، يجب أن تكون نقطة الانطلاق في تدريس الكسور. ويجب أن تستند التفسيرات الأخرى على تفسير الجزء مقابل الوحدة الكاملة، وأن تكون ذات صلة به.

على سبيل المثال، يفهم الأولاد بشكل أفضل استخدام الكسور كنموذج للنسب عندما يرون النسب كمثال على مقارنة الجزء بالوحدة الكاملة. كان هذا الأمر صحيحًا بالنسبة لابنتي. فعندما كانت في

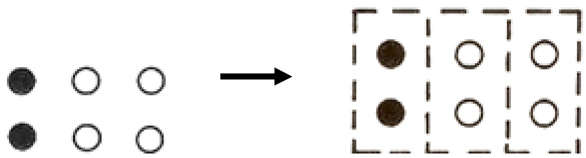
الصف الثاني، طُلب منه إيجاد الكسر المُمثل في الحالات التالية:



من أجل إجراء هذه المهمة كان يجب عليها تمثيل النسبة على صورة كسر. وواجهت خلال ذلك صعوبة حتى بيّنت لها كيفية تفسير النسبة كمقارنة بين الجزء والوحدة الكاملة. ومن أجل القيام بذلك، عرضت تلك الحالات بالطريقة التالية:

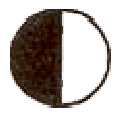


الدوائر السوداء هي نصف المجموع الكامل (الوحدة الكاملة أو الصحيح)



الدوائر السوداء هي ثلث المجموع الكامل (الوحدة الكاملة أو الصحيح)

عندما ربطت ابنتي هذه الحالة الجديدة مع تفسير الجزء-الوحدة الكاملة الخاص بكسر ما، رأت كيف يمكن استخدام نفس الرمز، على سبيل المثال 1/2، من أجل تمثيل حالتين مختلفتين:



الحالة أ: جزء من مناطق مستوية

الحالة ب: جزء من مجموعة أو من تشكيلات

الخلاصة

يجب أن تصبح المفاهيم التي من الصعب تعلمها وتدريسها أهدافًا لجهود المعلمين والباحثين الرامية إلى تطوير أساليب تدريس ناجعة. لذلك، فمن المهم التعرف على استيعاب مفاهيم (conceptualizations) التلاميذ غير الناضجة أو الخاطئة المتعلقة بهذه الأفكار والأمور التي تحول دون تطوير التلاميذ لهذه الاستيعابات إلى فهم ناضج. تحدد هذه المقالة بعضًا من العثرات في طريق تطوير مفهوم النسبة، ويطرح عددًا من الأفكار المتعلقة في كيفية التعامل مع هذه المصاعب في المدرسة.

المراجع

Behr, Merlyn J., Richard Lesh, Thomas R. Post, and Edward Silver. "Rational-Number Concepts." In *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, edited by Richard Lesh and Marsha Landau, pp. 91-126. New York: Academic Press, 1983.

Carpenter, Thomas P., Mary K. Corbitt, Henry S. Kepner, Jr., Mary M. Lindquist, and Robert E. Reys. "Solving Verbal Problems: Results and Implications from National Assessment." *Arithmetic Teacher* 28 (September 1980): 8-12.

Goodstein, Madeline P., and William W. Boelke. "A Prechemistry Course on Proportional Calculation." Columbus, Ohio: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 1980.

Herron, J. Dudley, and Grayson A. Wheatley. "A Unit Factor Method for Solving Proportion Problems." *Mathematics Teacher* 71 (January 1978): 18-21.

Karplus, Robert, Steven Pulos, and Elizabeth Stage. "Proportional Reasoning of Early Adolescents." In *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, edited by Richard Lesh and Marsha Landau, pp. 45-90. New York: Academic Press, 1983.

Lovell, K., and I.B. Butterworth. "Abilities Underlying the Understandaing of Proportionality." *Mathematics Teaching* 37 (1966): 5-9.

Lunzer, E.A. and P.D. Pumfrey. "Understanding Proportionality." *Mathematics Teaching* 34 (1966): 7-12.

Quintero, Ana H. "The Role of Semantic Understanding in Solving Multiplication Word Problems." Ph.D. diss., Massachusetts Institute of Technology, 1980.

Quintero, Ana H., and Judah L. Schwartz. 'The Development of the Concept of Ratio on Children." Working Paper 15, Division for Study and Research in Education. Cambridge, Mass.: Massachusette Institute of Technology, 1982.