

# المناشير والأهرام: بناء النماذج ثلاثية الأبعاد من أجل تطوير الفهم

## Prisms and Pyramids:

### Constructing Three-Dimensional Models to Build Understanding

بقلم: Beverly A. Koester

نُشر في: Teaching Children Mathematics , Vol. 9 No. 8, April 2003, pp. 436-442

ترجمة: كميل ظاهر



Photograph by Kathryn D. McPherson, all rights reserved

تعالج معايير NCTM (Principles and Standards for School Mathematics, 2000) دراسة الأشكال ثنائية الأبعاد وثلاثية الأبعاد. عادة ما تحظى الهندسة المستوية، في الصفوف الابتدائية، على المزيد من التشديد مما تحصل عليه الهندسة المجسمة (ثلاثية الأبعاد). يستكشف الطلاب، في العديد من الصفوف، بشكل فعال الأشكال ثنائية الأبعاد من خلال استخدام تنوع ثري من المواد، بما فيها أحاجي التنغرام، لوحات المسامير (geoboard)، والأشكال الهندسية العجيبة. ولكن، لا ينتشر استخدام المواد والدروس بغية استكشاف الأشكال ثلاثية الأبعاد بشكل كبير.

يصف هذا المقال الكيفية التي يمكن بها للطلاب من الصف الثالث حتى الصف الخامس استكشاف الأشكال ثلاثية الأبعاد بشكل فعال عن طريق استخدام مواد بسيطة ورخيصة: الورق وقش الشراب. يتناول هذا المقال، في البداية، المبادئ الأساسية الكامنة وراء تدريس الهندسة، ثم يعرض مجموعة من التجارب التي تتمحور حول خواص المناشير والأهرام والعلاقة بين الأشكال المختلفة.

### نموذج فان هيلي للتفكير الهندسي

أرشدني نموذج فان هيلي للتفكير الهندسي في انتقاء الخيارات التدريسية بالنسبة لطلاب الصف الرابع (Van Hiele 1999). طور بيير وديانا هيلي، استناداً إلى خبراتهما كمدرسين في المدارس الهولندية الرسمية، النظرية القائلة بأن الطلاب يتقدمون من خلال مستويات التطور الواضحة المعالم التالية في تفكيرهم الهندسي:

**المستوى البصري.** يحكم الطلاب على الأشكال من خلال منظرها. وقد يقول الطفل، "إنه مستطيل لأنه يظهر مثل الصندوق".

**المستوى الوصفي:** يحلل الطلاب الأشكال بالاعتماد على الخواص والميزات. ويكون

الطلاب قادرون على التعميم بالنسبة لأشكال معينة، لكنهم لا يستطيعون التعميم بالنسبة لكيفية اختلاف الخواص المتنوعة لشكل ما أو كيفية اختلاف أنواع العلاقة بين الأشكال المختلفة.

**المستوى الاستنتاجي غير الرسمي.** يمكن للطلاب في هذا المستوى تعميم علاقات الخواص المتداخلة الموجودة في نفس الشكل وبين الأشكال المختلفة، ويمكنهم فهم وتطوير التعريفات المجردة، ويمكنهم تصنيف الأشكال في نظام تسلسلي بشكل له معنى. تدعي نظرية فان هيلي أن تطور التفكير الهندسي يعتمد إلى حد أكبر على التعليم مما يعتمد على العمر. وأقترح الزوجان هيلي مراحل تعليمية متتالية من أجل مساعدة الطلاب الانتقال من أحد المستويات إلى المستوى الذي يليه. ويجب على التدريس أن يتضمن سلسلة من الفعاليات التي تبدأ بـ"اللعب" والاستكشاف، بناء المفاهيم واللغة ذات الصلة تدريجياً، والانتها بفعاليات تلخيصية تساعد الطلاب على دمج الأفكار الجديدة بمعرفتهم السابقة.

### خلفية الطلاب

قبل البدء في تعلم الهندسة المجسمة، كان طلابي قد استكشفوا المواضيع في الهندسة المستوية عن طريق تنوع من الفعاليات التي تتطلب مشاركة فعالة. وأدركت أن معظم الطلاب يستطيعون تحليل الأجزاء المكونة للأشكال ثنائية الأبعاد، بموجب مستوى التفكير الوصفي الخاص بفان هيلي. وكان بعض الطلاب يتقدمون نحو مستوى التفكير الاستنتاجي غير الرسمي الذي يقوم الطلاب فيه بترتيب الخواص بشكل منطقي.

وجدت من خلال التقييم غير الرسمي أن العديد من الطلاب لا يزالون يفكرون بالأشكال ثلاثية الأبعاد على المستوى البصري. ولم يشكل هذا الأمر مفاجأة لي لأن الطلاب عادة ما يفكرون بالمفاهيم المختلفة على مستويات مختلفة، بالاستناد إلى تجاربهم الخاصة بهم. وعلى الرغم من أن العديد من الطلاب كانوا على علم بالأسماء الرياضية للأشكال ثلاثية الأبعاد (مثل المكعب، الكرة، الاسطوانة والمخروط)، إلا أنهم لم يطوروا لغة تصف خواص هذه الأشكال (مثل شكل الأوجه أو عدد الأضلاع). ولم يكن لدى الطلاب ما يكفي من التجربة لإجراء تعميم حول أنواع الأشكال. على سبيل المثال، وضّحت لأحدى الطالبات أن المكعب هو عبارة عن نوع خاص من المنشير. وأجابت الطالبة، "أعرف أن هذا هو مكعب. وإذا كان هذا الشكل مكعباً، كيف يمكنه أن يكون منشوراً أيضاً؟ لقد اعتقدت أن للمنشور مثلثان في طرفيه." كان بعض الطلاب على علم بالمصطلحين المنشور والهرم، لكنهما ربطا هذين المصطلحين بأمثلة معينة من الأشكال بدلاً من ربطهما بعائلة كاملة من الأشكال

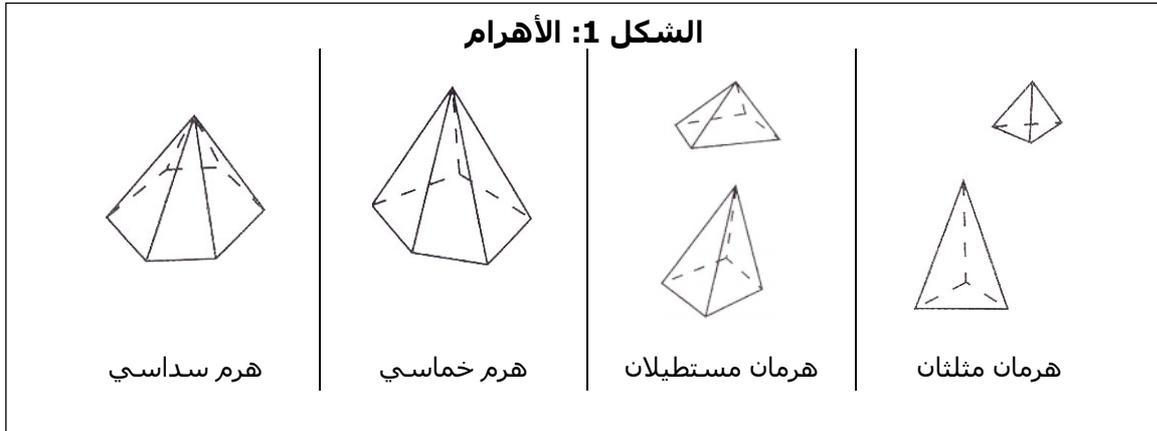
(الشكلان 1 و 2).

## معايير الهندسة الخاصة بـ NCTM

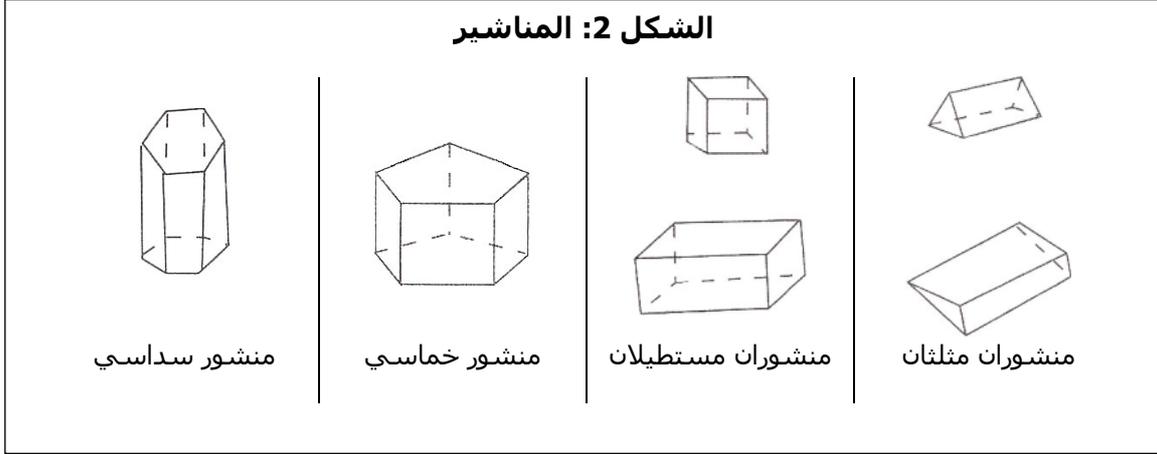
أردت أن أساعد طلابي في الانتقال من المستوى البصري إلى مستويات أعلى من التفكير حول الأشكال ثلاثية الأبعاد. أدركت أن الطلاب سيحتاجون إلى تجربة مع العديد من الأمثلة المختلفة من المناشير والأهرام بغية القيام بتعميم الميزات المشتركة لمجموعات الأشكال هذه. أردت إعداد فعاليات يمكنها أن تُشغل الطلاب في البناء والرسم، بالإضافة إلى التفكير والتحدث عن الخواص والعلاقات الهندسية.

وتماشياً مع نظرية فان هيلبي، تؤيد معايير NCTM توجهاً فعالاً في التعلم، مع إمكانية الوصول إلى تشكيلة من المواد الملموسة. وتصف معايير الهندسة الخاصة بـ NCTM للصف الثالث حتى الصف الخامس التوقعات العينية من تعلم الطلاب (2000NCTM). تمحورت، في تطوير فعاليات لطلابي، بشكل أساسي حول التوقعات التالية:  
في الصف الثالث حتى الصف الخامس، يجب على جميع الطلاب -

- التعرف على ميزات الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد، مقارنتها وتحليلها، وتطوير ثروة لغوية لوصف تلك الميزات (المستوى الوصفي)؛
- تصنيف الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد وفقاً لخواصها، وتطوير تعريفات مجموعات الأشكال مثل المثلثات والأهرام (المستوى الاستنتاجي غير الرسمي)؛
- استكشاف التطابق والتشابه؛
- بناء ورسم الأشكال الهندسية.



## الشكل 2: المناشير



## النموذج الأول الخاص بنا:

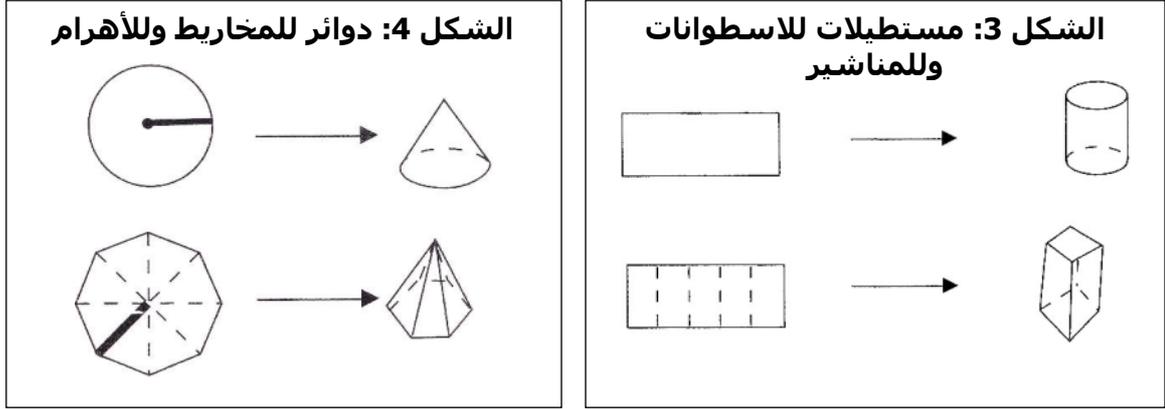
### ثني الورق من أجل إنتاج وجوه (سطوح) الأشكال ثلاثية الأبعاد

#### مستطيلات للاسطوانات والمناشير

ماذا يحدث إذا قمتم بلفّ قطعة ورق مستطيلة؟ إنكم تحصلون على "وجه مقوّس" من الإسطوانة. الآن، لنفرض أنكم تقومون بثني المستطيل أولاً على امتداد سلسلة من الخطوط المتوازية، ثم تقومون بمطابقة قسمًا واحدًا أو المزيد من الأقسام. يمكنكم، في هذه الطريقة، تشكيل الوجوه الجانبية للمنشور (الشكل 3). على الرغم من أن هذا النموذج لا يتضمن قاعدتي المنشور، إلا أنه من السهل تصور الوجهين الناقصين. قمت بتنظيم طلابي في مجموعات مكونة من أربعة طلاب وأعطيت كل مجموعة تشكيلة من المستطيلات الورقية ذات الأبعاد المختلفة، مقصات، وشريط لاصق، وطلبت من كل مجموعة أن تبني نموذجًا واحدًا، عل الأقل، من المنشور المثلث، المنشور المستطيل، المنشور الخماسي والمنشور السداسي، وتباحثنا، عندها، كيف تتم تسمية المنشور وفقًا لشكل قاعدته.

#### الدوائر للمخاريط والأهرام

مثلما يمكن ربط الاسطوانات بالمناشير، كذلك يمكن ربط المخاريط بالأهرام. يقوم الطلاب بقص دائرة، بالقص على امتداد نصف قطر الدائرة، ثم إنتاج المخروط. ثم يقوم الطلاب بقص مثمان منتظمة عادية. يمكن للطلاب، عن طريق مطابقة عدد مختلف من الأجزاء، الحصول على أهرام عادية ذات قواعد مختلفة: مثلث، مستطيل، شكل خماسي، شكل سداسي، وسباعي (الشكل 4). يواصل بعض التلاميذ هذا الاستكشاف عن طريق البدء بمربعات ومسدسات بدلاً من المثمان.



### وصف المناشير والأهرام: البداية

بعد أن قام الطلاب ببناء النماذج الورقية، وضعت ورقتين كبيرتين تحملان العنوانين "خواص المناشير" و "خواص الأهرام." وكان الهدف من ذلك أن يبدأ الطلاب بملاحظة ومقارنة الميزات المشتركة لجميع المناشير وجميع الأهرام، بالاعتماد على النماذج التي قاموا ببنائها. وفي الوقت الذي قام فيه الطلاب بتسجيل ملاحظاتهم، قمت بإدراج المصطلحات - وجه (سطح)، ضلع، رأس، مستوى - من أجل مساعدتهم في وصف الخواص بشكل دقيق أكثر. كذلك قمنا بمراجعة المصطلحات التي تعلمها الطلاب خلال دراستهم للأشكال ثنائية الأبعاد، مثل المضلع، الموازي والعامودي. ما يلي هو حوار نموذجي مع الطلاب:

الطالب 1: المنشور هو مثل الإسطوانة، إلا أنه يوجد للرأس وللقاعدة أشكال مختلفة بدلاً من أن تكونان على شكل دائرة.

المعلمة: يسمّى الوجهان الأخيران من الاسطوانة أو من المنشور قاعدتين. ماذا يمكنك القول عن قواعد جميع المناشير التي بنيتها؟ ما المشترك بين هذه الأشكال؟

الطالب 1: يوجد لجميعها أضلاع مستقيمة. جميعها مضلعات.

الطالب 2: يوجد للقاعدتين نفس الكبر والشكل.

المعلمة: إذًا، يمكنك القول أن قاعدتي المنشور متطابقتان.

الطالب 3: هنالك شيء آخر: الاسطوانة مقوسة ما بين القاعدتين. ويوجد للمنشور مستطيلات تصل القاعدتين ببعضهما.

المعلمة: هل هذا صحيح بالنسبة لجميع المناشير؟ تعنوا في النماذج الورقية. هل هذه الوجوه الخارجية [مشيرة إليها] جميعها مستطيلات؟ [يجيب الطلاب، "نعم."] سنقوم غدًا ببناء نماذج جديدة عن طريق استخدام القش والوصلات. ويمكنكم أن تروا أن بناء منشور ذي وجوه ليست من المستطيلات هو أمر ممكن.

## نموذجنا الثاني: وصل القش من أجل تكوين أضلاع للأشكال ثلاثية الأبعاد

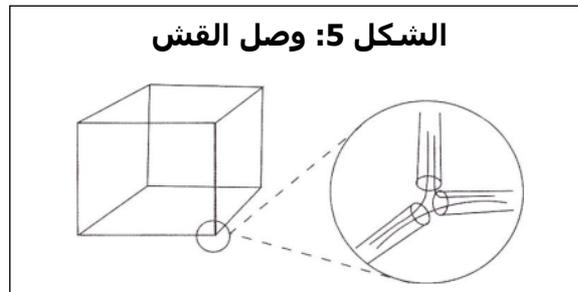
عرضت على الطلاب في اليوم التالي نموذج منشور مستطيل قمت ببنائه عن طريق وصل قش الشراب البلاستيكي عن طريق الوصلات، وطلبت منهم أن يقارنوا هذا النموذج مع نموذج منشور ورقي. يبين النموذج الورقي وجوه المنشور، بينما يبين نموذج القش أضلاع المنشور. حسب التعريف، يتضمن المنشور جميع الأضلاع وكذلك جميع النقاط الموجودة داخل القسم الداخلي من كل سطح تشكل الأضلاع.

### المواد والتحضير

قمنا باستخدام ألف قشة ذات قطر صغير، وهي كمية كافية لعمل الصف بأكمله. طلبت من الطلاب إجراء قياس للقش وقصه بثلاثة أطوال - ثلاث بوصات (إنشات)، خمس بوصات وسبع بوصات. ويمكن أن يستخدم الطلاب أنواع مختلفة من الأطوال من أجل بناء تنوعًا أكبر من الأشكال مما هو الحال لدى استخدام طول واحد فقط. أما بالنسبة للوصلات، فقد استخدمنا علبة تحتوي على ألفين من الأسلاك المغطاة بالبلاستيك، طول السلك الواحد منها أربع بوصات وتستخدم عادة في ربط الأكياس البلاستيكية. وتمكنت من شراء هذه الأسلاك من البقال المحلي بسعر رخيص. كذلك يمكن استخدام الأسلاك المعدة لتنظيف الغلايين إلا أنها أغلى من الأسلاك الأخرى. يمكن إعادة استعمال كل من الأسلاك والقش مرة أخرى. أدرك طلابي أنهم سيكونون قادرين على صنع عدد من الأشكال ثلاثية الأبعاد وأنهم سيحتاجون عندها إلى تفكيكها من أجل القيام باستكشاف مسائل جديدة.

### عملية الاستكشاف

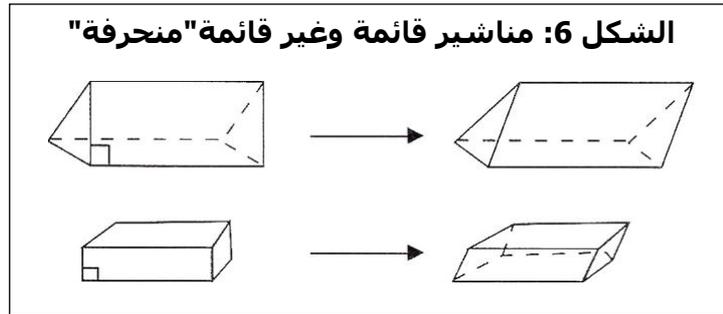
كان الطلاب تواقين للبدء في البناء. أعطيتهم في البداية الوقت الكافي لاستكشاف المواد الجديدة بحرية، محتفظة بذهني بقول فان هيلي بأن "الهندسة تبدأ باللعب." قام الطلاب ببناء نماذج من البنى الحقيقية، بما فيها أهرام الجيزة العظيمة، معدات لملاعب الأطفال ومنازل ذات سطوح مختلفة. وفي الوقت الذي بنى فيه الطلاب هذه الأشكال، قمت بالإصغاء لأسئلتهم وملاحظاتهم المختلفة، مثل "ما هو عدد القش الذي سأحتاجه؟ هل يجب أن يكون جميعها ذات نفس الطول؟ أنظر: يجب أن أربط أربع قشات معًا في رأس الهرم."



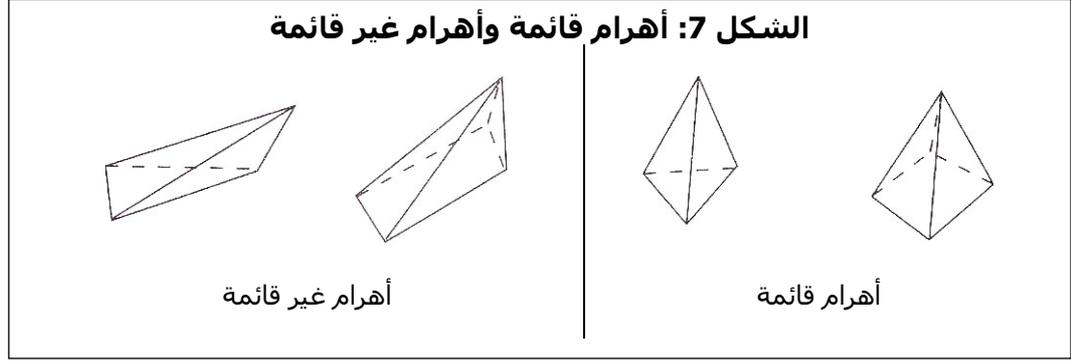
لم يواجه معظم الطلاب سوى القليل من المشاكل في فهم كيفية وصل ثلاث قشاش أو أكثر في نقطة واحدة. ويبين (الشكل 5) إحدى الطرق للقيام بذلك. إذا كنت تستخدم قشاش ذات قطر أكبر، يمكنكم ثني حوالي البوصة الواحد من كل وصيلة من الوصائل لتكون نقطة الوصل أقوى.

### المناشير غير القائمة "المنحرفة" والأهرام غير القائمة

قام جون ببناء منشور مثلث، ثم قام بالضغط عليه بشكل خفيف محاولاً الوجهين المستطيلين إلى متوازي أضلاع بدون الزوايا القائمة. "أنظري"، قال جون بانفعال. "لقد ضغطت على المنشور. هل يوجد اسم لهذا الشكل؟ هل لا يزال هذا الشكل منشوراً؟" كنت قد توقعته ظهور هذه الفرصة من أجل مساعدة الطلاب في تعميق فهمهم للمناشير. لقد أجرينا نقاشاً في الصف حول الفروق بين المنشور ذي الزاوية القائمة، والتي تكون فيه الوجوه الخارجية موجودة بشكل متعامد مع القاعدة، وبين المنشور "المنحرف". قام بعض الطلاب باختبار "الضغط" على أنواع أخرى من المناشير دافعين هذه المناشير في اتجاه واحد أو أكثر (الشكل 6).



كذلك سمحت القشاش والوصائل للطلاب بتعميق فهمهم للأهرام. قام الطلاب، من خلال استخدامهم النماذج الورقية، ببناء أهرام قائمة، حيث تكون القاعدة مصلحاً منتظماً وتكون فيه الأضلاع متساوية والزوايا متساوية، وتكون قمة الهرم فوق مركز القاعدة مباشرة. وكان بمقدور الطلاب بناء تشكيلة أكبر من الأهرام من خلال استخدام القش (الشكل 7). كذلك قام الطلاب باختبار متانة الأهرام ووجدوا أن هذه الأشكال ثابتة ولا يمكن تحويلها أو "ضغطها" مثل المناشير.



### البحث المبني وحل المسائل

بعد فترة من الاستكشاف الحرّ، قمت بعرض المسألة التالية على الطلاب ليتباحثوا بها في مجموعات صغيرة: ما هو عدد المناشير المستطيلة التي يمكنك أن تبنيها باستخدام قش ذي طولين مختلفين: 3 بوصات و 7 بوصات؟

باشر الطلاب، في إحدى المجموعات، العمل مباشرة على بناء مكعبين مع الأبعاد  $3 \times 3 \times 3$  بوصات و  $7 \times 7 \times 7$  بوصات. قمت بإدخال المصطلح "مشابه"، الذي يعني نفس الشكل لكن الكبر يختلف. كانت ميل تعمل على بناء منشور آخر ذو أبعاد  $3 \times 3 \times 7$  بوصة، عندما سألت، "ما القصد من كلمة "مختلف"؟ هل سيكون هذا المنشور مختلفًا إذا قمت بإدارته ليصبح أطول؟" ثم قمنا عندها بمراجعة المصطلح "متطابق"، الذي كان الطلاب قد تعرفوا عليه من قبل لدى دراسة الهندسة المستوية. بعد التأمل قليلاً، قالت سارة بيث، "حسنًا، سيكون لدينا مربعًا كبيرًا في القاعدة، مع أضلاع قصيرة خارجة منه. وسيكون هذا مختلفًا." ثم عكفت على بناء الحل  $7 \times 7 \times 3$ .

شجعت التلاميذ على تدوين حلولهم عن طريق استخدام الرسم، الكلمات، والأعداد. كان بعض الطلاب مهتم جدًا في رسم تمثيلات ثنائية الأبعاد للنماذج ثلاثية الأبعاد وأمضوا الكثير من الوقت في التدريب على هذه المهارة. وقمت بالإصغاء للطلاب الذين يتمتعون بمهارة الرسم وهم يقدمون النصائح لزملائهم، مثل "قم برسم الوجه الأقرب أولاً. ثم برسم الخطوط المتجهة نحو الخلف."

أثناء الوقت المخصص للمهام الاختيارية، كان عدد من الطلاب مهتمًا باستكشاف المسائل التالية:

- ما هو عدد المناشير المستطيلة المختلفة التي يمكنك بناءها باستخدام قشات ذات ثلاث أطوال مختلفة: 3 بوصات، 5 بوصات و 7 بوصات؟ (هنالك 10 إمكانيات).
- ما هو عدد الأهرام المستطيلة التي يمكنك بناءها باستخدام قشات ذات طولين مختلفين: 5 بوصات و 7 بوصات؟ (تفاجأ الطلاب عندما وجدوا 9 ترتيبات من القش،

بما في ذلك الأهرام القائمة وغير القائمة. أثارت هذه المسألة نقاشاً مفعماً بالحيوية حول التطابق والتماثل.)

### عدّ الوجوه، الأضلاع والرؤوس: الربط بين الهندسة والجبر

ما هو عدد وجوه المكعب؟" كان طلابي مقتنعين أن عدد وجوه المكعب هو ستة. وكانوا قد بدأوا باستخدام المصطلحات وجه، رأس و ضلع في وصف الأشكال. وأردت أنا الآن أن يبدأوا في التفكير حول الصلة بين مبنى الشكل وبين عدد وجوهه، رؤوسه وأضلاعه. وسألت الطلاب، "ما هو عدد وجوه المنشور؟" سررت عندما أجاب الطلاب "يعتمد ذلك على نوع المنشور."

لقد عرفت أن القيام بعدّ وجوه، رؤوس وأضلاع شكل ثلاثي الأبعاد من شأنه أن يوفر فرصة ثرية لاستكشاف أنماط جبرية. وتنص **المبادئ والمعايير** على أنه "يجب أن تتوفر للطلاب فرصة تطبيق الأفكار والعلاقات الهندسية في مجالات أخرى من الرياضيات ... عادة ما يعمل طلاب الصفوف 3-5، في الجبر، مع الأنماط الجبرية من أجل استكشاف الأنماط والوظائف" (NCTM 2000 ، ص. 169).

عرضت على الطلاب جداول لتساعدهم على تسجيل معلوماتهم (**الشكل 8**). وفي الوقت الذي قام فيه الطلاب بالعد وتسجيل الأعداد، عبّر الكثيرون منهم عن انفعالهم عندما راقبوا ظهور أنماط معينة. وكان الطلاب قادرين، بمساعدة بعض الأسئلة الموجهة، على الربط بين الأنماط العددية وبين البنية الهندسية للمناشير بالشكل التالي:

الطالب 1: عدد رؤوس المنشور هو زوجي.

المعلمة: هل هذا منطقي؟ لماذا يكون عدد رؤوس المنشور زوجي؟

الطالب 2: حسناً، بالنسبة للمنشور المثلث، هنالك ثلاث نقاط على القاعدة في الأسفل وثلاث نقاط أخرى في الأعلى. وهذا هو الضعف، أي عدد زوجي.

المعلمة: هل هذا صحيح بالنسبة لأي منشور؟ ماذا لو كان للمنشور خمسة أضلاع في القاعدة؟

الطالب 1: سيكون عندها خمس نقاط على القاعدة في الأسفل وخمس نقاط في الأعلى. إنه مضاعف دائماً.

طلبت من الطلاب أن يتخيلوا منشوراً له خمس أضلاع في قاعدته، وذلك من أجل مساعدتهم على تعميم العلاقة بين عدد أضلاع القاعدة وعدد الوجوه، الرؤوس والأضلاع. وقلت لهم، "حاولوا أن تتصوروا منشوراً ذا عشرة أضلاع في مخيلتكم، بدون بناء نموذج. ماذا يمكنكم القول عن عدد الوجوه، الرؤوس والأضلاع؟" أجاب العديد من الطلاب على هذا

السؤال بشكل صحيح، إما عن طريق تخيل المنشور، أو عن طريق تحليل الأنماط العددية، أو من خلال كلتا الطريقتين.

### الشكل 8: الأنماط في المناشير

اسم الشكل	عدد أضلاع القاعدة	عدد الوجوه	عدد الرؤوس	عدد الأضلاع
منشور مثلث	3	(5)	(6)	(9)
منشور مستطيل	4	(6)	(8)	(12)
منشور خماسي	5	(7)	(10)	(15)
منشور سداسي	6	(8)	(12)	(18)
منشور عدد أضلاع قاعدته n	n	(n + 2)	(n × 2)	(n × 3)

عرضت على مجموعة من الطلاب المهتمين فكرة استخدام المتغير n الذي يمثل عدد أضلاع القاعدة في منشور ما. وتمكن الطلاب من الوصول إلى الدوال التالية:

الوجوه =  $n + 2$ ، الرؤوس =  $n \times 2$ ، مجموع الأضلاع =  $n \times 3$ .

وعلى نحو مشابه، قمنا بعدّ الوجوه، الرؤوس والأضلاع في الأهرام المختلفة وقمنا بتحليل الأنماط. في أعقاب التجربة مع المناشير، تمكن العديد من الطلاب تحليل الأنماط وتعميمها بالنسبة للأهرام بشكل مستقل؛ على سبيل المثال، استخدام المتغير n ليمثل عدد أضلاع قاعدة الهرم:

$$\text{الوجوه} = n + 1, \text{ الرؤوس} = n + 1, \text{ عدد الأضلاع} = n \times 2.$$

### وصف المناشير والأهرام، المتابعة

واصل الطلاب خلال الأسبوع في إضافة المعطيات إلى القائمتين اللتين تحملا العنوانين "خواص المناشير" و "خواص الأهرام". وحاول بعض الطلاب تطوير تعريفات عن طريق استخدام الحد الأدنى من الحقائق، وهي ممارسة تميّز مستوى التفكير الاستنتاجي الرسمي. على سبيل المثال، قرأ نوح من دفتره: "المنشور هو شكل مطوّل تشكل أضلاعه مستطيلات لشكل آخر، وهي مماثلة للشكل الأولي الذي أصبح طويلاً." وتناولنا تعريف نوح خلال النقاش في الصف. واقترح أحد الطلاب استبدال كلمة "مستطيلات" بكلمة "متوازيات الأضلاع" لكي يشمل التعريف المناشير غير القائمة "المنحرفة". ومع انتهاء الأسبوع، عرضت على الطلاب بعض تعاريف الكتب الدراسية بالنسبة للمنشور والهرم. وقد أثار التعريف التالي اهتمام الطلاب: "المنشور هو شكل ثلاثي الأبعاد التي يكون لشكل المقاطع التي يتم قصها بشكل مواز للسطح في الطرف نفس شكل طرفي الشكل." وأدرك

الطلاب أن هذا التعريف يضمن أيضًا الاسطوانات، لذلك قمنا بإضافة عبارة توضح أن الوجوه في أطراف الشكل هما مضلعان.

بالإضافة إلى مشاركة الصف بأكمله ونقاشات المجموعات الصغيرة، احتفظ الطلاب بدفاتر شخصية دونوا فيها الأوصاف، الرسوم وحلول المسائل. ولاحظت، خلال الأسبوع، انتقال الطلاب إلى مستويات مختلفة من التفكير الهندسي. في بداية الأسبوع، كتبت كليز في دفترها: "المنشور هو عبارة عن شكل تمّ تمديده. الهرم هو عبارة عن شكل له قمة محددة." وكانت كليز تصف المظهر الشامل لهذه الأشكال والتفكير على المستوى البصري. بعد القيام ببناء النماذج من القش والمشاركة في النقاشات في الصف، أضافت كليز إلى وصفها: "للمنشور أضلاع متوازية وقاعدتان متوازيتان. ويوجد في الهرم مثلثات على الجوانب تلتقي في القمة وتكون الرأس." وتستخدم كليز الآن مصطلحات دقيقة بشكل أكبر من أجل وصف الخواص العينية للأشكال، الأمر الذي يُظهر مستوى التفكير الوصفي. بعد البحث عن أنماط في عدد وجوه، رؤوس وأضلاع المنشور، كتبت كليز هذا التعميم: "بالنسبة للمنشور، عدد الوجوه هو أكبر باثنين من عدد أضلاع القاعدة لأنه يوجد لديك وجه لكل ضلع ثم نضيف القاعدتين. أما بالنسبة للهرم، فإن عدد الوجوه هو أكبر من عدد أضلاع القاعدة بواحد."

لاحظت عند قراءة ما دونه الطلاب في الدفاتر، كيف أنهم أدخلوا منطقيًا شخصيًا في أفكارنا بطرحها ومناقشتها في الصف. على سبيل المثال، كتبت لورا في دفترها ما يلي بعد نقاش في الصف دار حول التمييز بين القاعدة ووجه جانبي: "يوجد للأهرام دائمًا رأس في القمة، بغض النظر عن عدد الوجوه. تكون القاعدة دائمًا شكلًا آخر غير المثلث، إلا إذا كان الهرم هرمًا مثلثًا، ويمكن في تلك الحالة أن يكون كل واحد من وجوه الهرم قاعدة. يوجد للمناشير، دائمًا، قاعدتان. إذا كان المنشور منشورًا مستطيلًا، فإنه من غير المهم أي جهة هي القاعدة لأن جميع الوجوه هي مستطيلات."

## الخلاصة

"متى يمكننا أن نبني مرة أخرى؟" مع انتهاء الأسبوع، أصبح جميع طلابي بنائي نماذج ناجحين وكانوا متحمسين لمواصلة الاستكشاف عن طريق القش والوصلات. وقد أتاحت هذه المواد البسيطة للطلاب بناء المعرفة حول الأشكال ثلاثية الأبعاد بطريقة فعالة. وفي الوقت الذي قام الطلاب به في البناء فقد كانوا منهمكين في بالتحدث عن نماذجهم، وهكذا فقد تعلموا واستخدموا المصطلحات الجديدة في سياق مفيد. وبدلاً من مجرد استظهار (الحفظ غيبًا) التعريفات، كان الطلاب يطورون طرقًا دقيقة لوصف الأشكال وتصنيفها استنادًا إلى ملاحظاتهم وتجاربهم.

## المراجع

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 2000.
- Van Hiele, Pierre M. " Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play". *Teaching Children Mathematics*,5 (February 1999): 310-16.