تعديل أسئلتنا بغية تقييم تفكير الطلاب

Modifying Our Questions to Assess Students' Thinking

بقلم: Michaele F. Chappell and Denisse R. Thompson
نُشر في: Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 4 No. 7, April 1999, pp. 470-474
ترجمة: كميل ظاهر

أحد أهداف التقييم المختلفة هو رصد تقدم الطلاب نحو التعلم والتحصيل (NCTM 1995, Webb 1992). وتؤدي مواد التقييمات الخطية المعروضة على شكل أسئلة مفتوحة إلى أن يدرك المعلمون مدى فهم الطلاب للمفاهيم الرياضية الكامنة وراء هذه الأسئلة. ويدّعي Chi, Lane and Jakabcsin (1996) أن هذه الأنواع من المواد هي ثرية وتوفر معلومات، وتُدخل "الاتصال الرياضي إلى التقييمات" (ص. 138). ولا يساعد مثل هذا الاتصال على تقييم الرياضيات التي يعرفها الطلاب فحسب، بل أنه يساعد على تقييم فهمهم للرياضيات أيضًا (NCTM 1989,1995).

فكّر في بعض المفاهيم المتعلقة بتدريس الكسور العشرية. بعض المواد التي قد تستخدمها من أجل تقييم فهم طلابك للكسور العشرية تظهر في **الشكل 1**. ما هي المعلومات التي يمكنك الحصول عليها حول تعلم الطلاب، عند تحليل إجابات الطلاب على هذه المواد؟ كيف يمكن لهذه المعلومات أن تؤثر على مواصلة تدريسنا للكسور العشرية؟

تأمُّل:
ما هي النماذج المتنوعة التي تستخدمها عند تدريسك مفاهيم الكسور العشرية؟

إن القصد هو توضيح كيف يمكن للمواد المفتوحة (الأسئلة المفتوحة) أن توفر للمعلمين معرفة يمكن إرساء قرارات التعليم عليها. نحن نعتمد على بحث تم إجراؤه في موقع تطوير مهني حيث تم تقديم عدد من المواد المفتوحة، بما في ذلك المواد المعروضة في **الشكل 1**، على طلاب من الصف السادس، السابع والثامن من أجل تقييم معرفتهم بالكسور العادية، الكسور العشرية، النسب المئوية والهندسة. قمنا بتدريج المواد بشكل شمولي على مقياس من صفر إلى أربعة باستخدام إجراءات متنوعة (Charles, Lester, and O'Daffer 1987; Malone et al. 1980; Thompson and Senk 1993). ويشير التدريجان 3 و 4 إلى النجاح. ويمكن الإطلاع على تحليل للنتائج في مقالة Chappell and Thompson (1994).

الكشف عن معرفة الطلاب ...

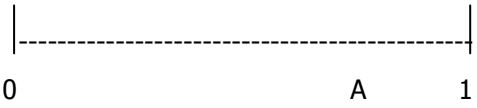
يمكن أن توفر التعديلات الطفيفة على الأسئلة المطروحة على الطلاب تبصرات حول فهم الطلاب للعمليات الحسابية والعمليات التي تشكل جزءًا هامًا من منهاج صفوف المرحلة المتوسطة. يمكن لجميع المواد الموجودة في **الشكل 1** ، باستثناء المادة 1، أن تستبدل، بسهولة، المواد التقليدية في

1
Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved. NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

الاختبارات، الأمر الذي يجعل المواد الروتينية غير روتينية بشكل أكبر ويحث الطلاب على الإجابة على مستوى مفهومي أعلى (Rachlin 1998). في الأقسام التالية، سنقوم بإبراز إجابات الطلاب على أربع من هذه المواد، وسنناقش ماذا يمكن لهذه الإجابات أن تخبرنا عن فهم الطلاب الرياضي.

الشكل 1: أسئلة يمكنها أن تكشف النقاب عن فهم الطلاب الرياضي

1) قم بحساب 4.3×5.2
2) قم برسم رسم بيّن 0.7، واشرح كيف يمكنك أن تعرف ما إذا كان رسمك يعرض الكسر العشري هذا.
3) أ. أعط كسرًا عشريًا يمكنه أن يلائم بالتقريب قيمة النقطةA.



ب. لماذا أعطيت أ هذه القيمة؟

4) أ. هل 0.3 و 0.30 يمثلان نفس الكمية؟
ب. قم بتوضيح إجابتك؟

5) قسمت جوانيتا 70 بعدد مجهول وحصلت على 2.63 كجواب على ذلك.
أ. هل العدد المجهول أكبر من 70 أم أصغر من 70؟
ب. كيف يمكنك أن تعرف ذلك؟
6) أ. بدون إجراء عملية القسمة، قدّر في أي من التمارين التالية تحصل على النتيجة الأصغر.

$4.9 : 0.003$

$4.9 : 0.03$

$4.9 : 0.3$

$4.9 : 3$

ب. اشرح طريقة تفكيرك.

7) أكتب مسألة كلامية يكون الجواب عليها 2.34×5.68.

تأمل:
إلى أي مدى قمت بإعطاء طلابك مواد مثل المواد المعروضة في **الشكل 1**؟ ماذا تعلمت من تفكيرهم؟ كيف أثرت هذه المعلومات على طريقة تعليمك؟

حول الحس العددي (إدراك العدد) (number sense)

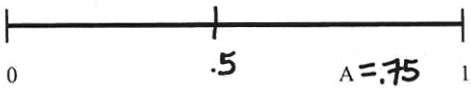
ماذا يمكننا أن نتعلم عن الحس العددي عند الطلاب ؟ تتعامل المادتان 2 و 3 في **الشكل 1** مع التمثيلات البصرية للكسور العشرية. ويجب على الطلاب، في المادة 3، اعتبار القطعة المستقيمة بأنها تمثل وحدة

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

واحدة ثم إجراء نوع من التقسيم على القطعة من أجل تحديد القيمة بالنسبة للنقطة. يظهر عدد من إجابات الطلاب على المادة 3 في **الشكل 2.**

الشكل 2: مجموعة من الإجابات على السؤال 3

I. أ. أعط كسرًا عشريًا يمكنه أن يلائم بالتقريب قيمة النقطةA.



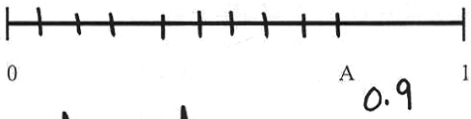
الصف السابع

ب. لماذا أعطيتمA هذه القيمة؟

IT WAS ABOUT HALF WAY BETWEEN MY .5 MARK ∴ 1. AND 3/4 /.75 THE WAY BETWEEN 0∴1.

كان ذلك نصف المسافة تقريبًا بين علامة 0.5 الخاصة بي وبين الـ 1 وكان هذا 3/4. 0.75 المسافة بين 0 وبين 1.

II. أ. أعط كسرًا عشريًا يمكنه أن يلائم بالتقريب قيمة النقطةA.

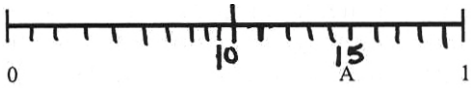


الصف السابع

خمّنت I guessed

ب. لماذا أعطيت لـ A هذه القيمة؟

III. أ. أعط كسرًا عشريًا يمكنه أن يلائم بالتقريب قيمة النقطةA.



الصف السابع'

ب. لماذا أعطيت لـ Aهذه القيمة؟

Because when I divided 01 into 20 = parts
A=17

لأنه عندما قسمت القطعة إلى 20 قطعة، A=17

تضع الإجابة I النقطة A في حوالي 0.75. ويأخذ الطالب بالحسبان محور الأعداد بأكمله قبل أن يختار مكان النقطة A في المكان 3/4 ويقسم القطعة إلى نصفين ومرة أخرى إلى نصفين، ويضع النقطة A على 0.75. وتقترح هذه الإجابة أن هذا الطالب يفهم كيفية تحديد قيمة الكسر العشري على القطعة. يحاول الطالبان، في الإجابتين II و III، تقسيم القطعة بشكل غير ناجح. يقسم الطالب القطعة، في الإجابة II، إلى أقسام متساوية، ولكن وصولاً إلى النقطة A فقط، ويفشل في تقسيم القطعة من النقطة A إلى 1. في الإجابة III، يحاول الطالب أن يقسم القطعة إلى 20 قسمًا متساويًا. وعلى الرغم من تعليم العلامة النقطة 15 على القطعة في موقع أصغر من النقطة A، إلا أنه يعطي الإجابة بأنها 17. ويقترح الترقيم، في هذا المثال، أن الطالب يعتبر كل قسم وحدة واحدة بدلاً من اعتباره جزء من الوحدة. لو أدرك الطالب أن النقطة A هي 15/20 من المسافة إلى 1، كان من الممكن أن تكون الإجابة ملائمة. أجاب ما يقارب الـ % 48 من المجموعة البالغ عددها 67 طالبًا من طلاب الصف السادس، السابع والثامن المشاركين في هذه الدراسة على المادة 3 بشكل صحيح. وكما تبيّن إجابات الأمثلة، تكشف التفسيرات

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

عن مدى إظهار الطلاب للحس العددي المتعلق بالتمثيل البصري للكسور العشرية. ويمكن للمعلمين تصميم طريقة تدريس تلبي احتياجات الطلاب في الصف عن طريق استخدام هذه المعلومات.

تأمل:
إذا أخذنا بالاعتبار الإجابات في الشكل 2، ما هي الاستراتيجيات التعليمية التي ستستخدمها لمساعدة الطلاب على التغلب على صعوباتهم؟

... بالنسبة للعلاقات بين الأعداد

إن التعرف على العلاقات بين الأعداد، مثل المادة 4 في **الشكل 1**، هي مقدرة يحتاج الطلاب الاحتفاظ بها حتى سن الرشد. الجزء (أ) من السؤال هي مادة نموذجية يستخدمها العديد من معلمي المدارس في الصفوف المتوسطة. أما الجزء (ب) فهو مكوّن أساسي من السؤال من ناحية أنه يضيف تبصرًا إلى تفكير الطلاب – تبصر يمكن استخدامه، في النهاية، لإعلام المعلمين واقتراح طرق لتغيير طريقة التدريس.

الشكل 3: مجموعة من الإجابات على السؤال 4

I. أ. هل 0.3 و 0.30 يمثلان نفس الكمية؟

الصف السادس — no! — لا

ب. فسّر جوابك.

because .3 is three and .30 means thirty so they can't be same amount. — بسبب كون 0.3 تساوي ثلاثة و- 0.30 تساوي 30، لذلك لا يمكن أن تكون لهما نفس الكمية.

II. أ. هل 0.3 و 0.30 يمثلان نفس الكمية ؟ — نعم

ب. فسّر جوابك. — الصف الثامن

Zeros put on a decimal like 0.3 or .30 don't matter.
Zeros put on a decimal like .03 do matter.

III. أ. هل 0.3 و 0.30 يمثلان نفس الكمية ؟ — عند إضافة أصفار للكسور العشرية مثل 0.3 أو 0.30 فإن هذا لا يغير شيئًا. وعند إضافة أصفار للكسر العشري مثل 0.03 فإن هذا يحدث تغييرًا.

الصف السادس — Yes — نعم

ب. فسّر جوابك.

.3 = .30 because saying .3 instead of .30 is just reducing it.
$\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ the first one is reduced.

0.3 = 0.30 لأن أن نقول 0.3 بدلاً من 0.30 هذا يعني اختزاله فقط
30/100 = 3/10 الكسر الأول مختزل.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved. NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

تشير الإجابة I إلى فهم أساسي مغلوط للقيمة المنزلية في الكسور العشرية. وعلى الرغم من أن الإجابة "لا" في الجزء (أ) تنبه المعلم إلى الافتقار إلى الفهم، إلا أن التفسير يزود المعلم بدلائل حول طبيعة عدم الفهم لدى الطالب. ويبدو أن الطالب يطبق مفاهيم الأعداد الصحيحة، ويولي القليل من الاهتمام بالنقطة العشرية أو لا يوليها اهتمامًا بتاتًا.

تتناول الإجابة II فكرة إضافة أصفار للكسور العشرية، ولكن لا يمكن التأكد مما يفهمه الطالب عمليًا حول عملية إضافة الأصفار. ومقابل ذلك، تربط الإجابة III الكسور العشرية بتمثيلات الأعداد النسبية الأخرى. إن هذا الأمر هو الواضح من ناحية مفهومية، ويشير إلى كيفية تفسير الطلاب للتكافؤ عن طريق استخدام أفكار الكسور العادية.
أجاب ما يقارب64% من طلاب الصفوف المتوسطة في هذه الدراسة على المادة 4 بشكل صحيح. وتتيح التفسيرات للمعلمين أن يفكروا بتدريسهم في الصفوف، لا سيما كيفية فهم الطلاب التدريس حول تطوير علاقات الأعداد.

... حول الحس بالعمليات (operation sense)

تتعلق المادتان 5 و 6 من **الشكل 1** بالعمليات على الأعداد، إلا أنه تم تعديلهما من أجل إثارة فهم الطلاب المفهومي للإجراءات بدلاً من مجرد فهم العمليات الحسابية. على سبيل المثال، تتطلب المادة 5 بأن يربط الطلاب بين المقسوم عليه، المقسوم وحاصل القسمة. بالإضافة إلى ذلك، ومن أجل مقارنة كبر هذه الأجزاء النسبية بالمسألة، يجب على الطلاب استخدام الحس العددي، والاستنتاج من كبر قيمة المقسوم عليه وحاصل القسمة قيمةالمقسوم. ويتضمن **الشكل 5** مجموعة من الإجابات على المادة 5.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

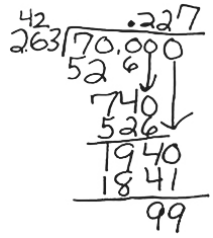
الشكل 4: مجموعة إجابات على السؤال 5

I. أ. هل العدد المجهول أكبر من 70 أم أصغر من 70؟

الصف السادس smaller أصغر

ب. كيف عرفت ذلك؟

مجرد إجراء القسمة just divide



II. أ. هل العدد المجهول أكبر من 70 أم أصغر من 70؟

الصف السابع smaller أصغر

ب. كيف عرفت ذلك؟

if the number was bigger then the answer would be a negative number.

لو كان العدد أكبر لكان الجواب عددًا سالبًا!

III. أ. هل العدد المجهول أكبر من 70 أم أصغر من 70؟

الصف السابع smaller أصغر

ب. كيف عرفت ذلك؟

It would have to be smaller to go inside of 70 at least 2 times.

يجب أن يكون أصغر كي يدخل في الـ 70 على الأقل مرتين.

تكشف الإجابة I عن فهم للعلاقة بين المقسوم عيه، المقسوم وحاصل القسمة. قام الطالب بتفسير المسألة بشكل صحيح وأدرك أنه يمكن تحديد المقسوم "الغامض" عن طريق قسمة المقسوم، 70، على حاصل القسمة، 2.63. وللأسف، يكمل هذا الطالب عملية القسمة بشكل خاطئ. ويبين هذا المثال بأن طلب إعطاء جواب "أكبر" أو "أصغر" فقط لن يقدم الكثير من المعلومات للمعلم ليستطيع تعديل طريقة التعليم. يتم الحصول على معلومات مفيدة عندما يفسر الطلاب كيف وصلوا إلى الجواب على القسم (أ).

تحدد الإجابة II العدد الغامض بشكل صحيح بأنه "أصغر." ولكن، يبدو أن الطالب يخلط بين العدد الموجب أصغر من 1 وبين العدد السلبي. ويحتاج المعلم التفسير في II بغية أن يحضر درس متابعة يرغم الطالب على مواجهة سوء فهمه.

توفر الإجابة III تبصرًا إضافيًا حول إحساس الطلاب بالعمليات الحسابية. يتخذ الطالب قرارًا استنادًا إلى حاصل القسمة وإلى حقيقة كون حاصل القسمة أكبر من 1 بدلاً من اختيار مقسوم محدد يؤدي إلى نتيجة تلائم جزء من العدد الصحيح من حاصل القسمة ثم الوصول إلى نتيجة.

تبيّن الإجابات الثلاث المعروضة في **الشكل 4** تبصرات حول معرفة الطلاب التي لن يتم الحصول عليها ما إذا طلب المعلم من الطلاب إجراء عملية القسمة بشكل مباشر. وجدنا عند تحليل المعطيات أن 74 % من الطلاب في هذه الدراسة يمكنهم القيام بتمرين قسمة يتعلق بالمهارة ولكن لم ينجح منهم سوى

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

% 27 في المادة 5 و 22% في المادة 6. وعلى الرغم من أن الطلاب يحتاجون أحيانًا إلى أن يعرضوا قدرتهم على تنفيذ إجراء ما، إلا أنهم يحتاجون، بوضوح، إلى فرص للتفكير حول الإجراء من وجهة نظر أكثر مفهومية.

... حول الحس التطبيقي (application sense)

نحوّل انتباهنا الآن إلى المادة 7 من **الشكل 1**. عادة ما ينهي الطلاب العمليات الحسابية ويحلون المسائل الكلامية التي يعرضها المعلم أو الموجودة في الكتب التعليمية، ولكنهم نادرًا ما يقومون بإعداد المسائل الكلامية الخاصة بهم لعملية حسابية معينة. إذا كان الطلاب غير قادرين على وصف حالة قد تكون فيها حاجة لعملية حسابية معينة، ماذا يعني هذا الافتقار بالنسبة لفهمهم للمفهوم الكامن وراء تلك العملية الحسابية؟ على الرغم من أن 61% من مجموعة الطلاب هذه نجحت في إجراء ضرب النسب المئوية التي توفر السياق لهذه المسألة، إلا أنه لم يكن بمقدور سوى 33% منهم كتابة مسألة كلامية. يتضمن **الشكل 5** بعض إجابات الطلاب.

تأمل:
في أي تواتر تطلبون من طلابكم كتابة مسائل كلامية للإجراءات الحسابية؟

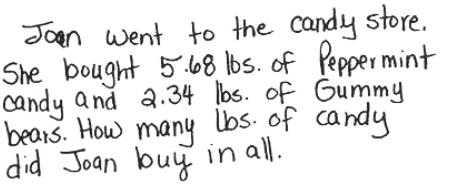
تشير الإجابة I إلى القليل من الفهم حول أنواع الأوضاع التي يمكنها أن تؤدي إلى ضرب الكسور العشرية. وقد قام الطالب بكتابة مسألة جيدة جدًا حول جمع الكسور العشرية. هل أخطأ الطالب في قراءة علامة العملية؟ هل الطالب قادر على التمييز بين وضع الضرب وبين وضع الجمع؟

تتضمن الإجابة II وضع ضرب معقول يشمل كسورًا عشرية. ويتطلب التطبيق في الإجابة II بعضًا من التفسير من جانب القارئ؛ يمكن أن نفرض أن الطالب قصد وحدة "الدولار" بالنسبة لـ 2.34، ووحدة الباوند بالنسبة لـ 5.68. وليس من الواضح ما إذا كانت كلمة "كم" تشير إلى الثمن أو إلى الوزن. وبالرغم من ذلك، فإن المساعدة التي يحتاجها هذا الطالب ليتطور من ناحية رياضية قد تكون مختلفة جدًا عن المساعدة التي يحتاجها الطالب الذي قدم الإجابة I.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

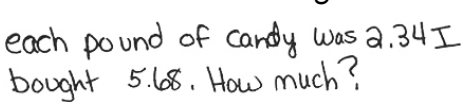
الشكل 5: مجموعة إجابات على السؤال 7

I. الصف السادس



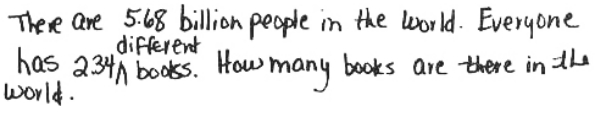
ذهبت جوان إلى الدكان.، واشترت 5.68 باوند من سكاكر النعناع و 2.39 باوند من سكاكر المطاط! كم باوند من السكاكر اشترت جوان؟

II. الصف السادس



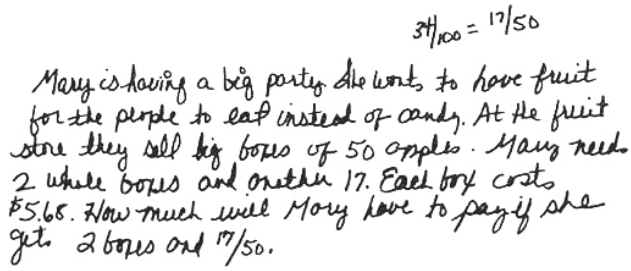
كل باوند من السكاكر كان 2.34. أنا اشتريت 5.68. كم؟

III. الصف الثامن



هنالك 5.68 مليار شخص في العالم. لكل واحد يوجد 2.34 كتب مختلفة. ما هو عدد الكتب الموجودة في العالم؟

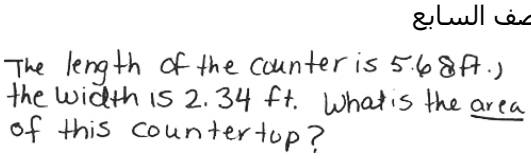
IV. الصف الثامن



17/50 = 34/100

ماري تقيم حفلة كبيرة، وهي تريد أن تكون في الحفلة فاكهة. يباع في دكان الفواكه صناديق تحتوي على 50 تفاحة. ماري تريد صندوقين كا ملين و- 17 أخرى. ثمن كل صندوق 5.68 دولار. كم يتوجب على ماري أن تدفع ثمن الصندوقين و- 17/50؟

V. الصف السابع



طول المنضدة هو 5.68 قدم. العرض هو 2.34 قدم. ما هي مساحة المنضدة؟

تثير الإجابتان III و IV قضية تتعلق بسياقات الكسور العشرية نادرًا ما تتم إثارتها عندما لا يتعامل الطلاب سوى مع مسائل المعلم أو مسائل الكتب التعليمية. يجري التطبيق في الإجابة III الضرب بشكل ملائم. وعادة ما يتم عرض عدد الكتب كعدد صحيح؛ إن القول بأن "لكل شخص يوجد 2.34 كتاب مختلف" هو أمر إشكالي. ومن المرجح أن الطالب يستخدم لغة عادة ما يسمعها في سياق إحصائي يصف المعدلات. ويبدو، للوهلة الأولى، أن استخدام 5.68 مع الناس هو أمر غير ملائم، إلا أن "5.68 مليار شخص" هو اختصار رياضي مقبول لعرض عدد صحيح كبير جدًا.

يوفر التطبيق في الإجابة IV طريقة مثيرة للاهتمام للتعامل مع الحقيقة بأن هنالك حاجة لأكثر من صندوقين، ولكن أقل من ثلاثة صناديق. يذكر هذا الطالب عدد الأغراض – خمسون تفاحة – في الوحدة – الصندوق – ثم يخلق الكسر العادي من الوحدة التي يحتاجها. لقد عرض الطالب توجهًا فريدًا من نوعه بالنسبة لاستخدام الكسور العشرية في وضع عادة ما يوصف بأعداد صحيحة عندما وصف 2.34 بأنها "صندوقان بالإضافة إلى 17 [17/50]."

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

التطبيق في الإجابة V هو بمثابة مثال آخر لسياق ملائم. إن المساحة في الإجابة V هي تطبيق جيد، على الرغم من أنه لا يتم، عادة، قياس المنضدة بأجزاء من مئة من القدم.

توفر جميع الإجابات على المادة 7 للمعلمين معلومات هامة حول فهم الطلاب لاستخدامات الحياة الواقعية لضرب الكسور العشرية. ونظرًا لكون الطلاب معتادين على فكرة الكسور العشرية مع النقود، فإنهم يستخدمونها بشكل أكبر من الكسور العادية؛ على الرغم من ذلك، لا تزال كتابة مسائل كلامية ملائمة تشكل تحديًا. من الممكن أن تؤدي السياقات التي يختارها الطلاب إلى نقاشات ثرية في الصف حول مفاهيم استخدامات الكسور العشرية في الحياة الواقعية.

تأمل:
كيف كنتم ستغيرون كل مادة في الشكل 1 بغية الحصول على مفاهيم متشابهة بالنسبة للكسور العادية، النسب المئوية، الهندسة والتفكير الجبري؟

ملاحظات ختامية

لقد وصفنا كيف يمكن استخدام المهام من أجل الحصول على منظور واسع النطاق لمعرفة الطلاب بالكسور العشرية؛ يمكن إعداد مواد مشابهة من أجل تقييم فهم الطلاب للكسور العادية، النسب المئوية، التفكير الجبري والهندسة. وتقتضي مثل تلك المواد أن يعبر الطلاب عن فهمهم الرياضي من خلال إعطاء تفسيرات، رسم رسومات أو كتابة مسائل. وتتعدى هذه المواد نطاق المواد النموذجية المستندة إلى المهارة التي عادة ما تسيطر على اختبارات الصف، وهي تتطلب من الطالب أن يفكر في المفاهيم بشكل أعمق، والربط بين الإجراءات (Smith and Stein 1998). عندما نقوم بتعديل الأسئلة التي نطرحها على الطلاب،فإن تقييمات تفكير الطلاب تؤدي إلى صقل ممارساتنا التعليمية، وتشير إلى الطلاب بأننا نقيّم قدرتهم على التعبير عن الرياضيات.

المراجع

Cai, Jinfa, Suzanne Lane, and Mary S. Jakabcsin. "The Role of Open-Ended Tasks and Holistic Scoring Rubrics: Assessing Students' Mathematical Reasoning and Communication." In *Communication in Mathematics: K-12 and Beyond*, 1996 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), edited by Portia Elliot and Margaret j. Kenney, 137-45. Reston, Va.: NCTM, 1996.

Chappell, Michaele F., and Denisse R. Thompson. "Mathematics Instruction and Assessment in the Middle Grades: Bridging the Gap." Paper presented at the annual meeting of the Research Council for Diagnostic and Prescriptive Mathematics, Fort Worth, Texas, February 1994.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

Charles, Randall, Frank Lester, and Phares O'Daffer. *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1987.

Malone, John A., Graham A. Douglas, Barry V. Kissane, and Roland S. Mortlock. "Measuring Problem-Solving Ability." In *Problem Solving in School Mathematics*, 1980 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), edited by Stephen Krulik and Robert E. Reys, 204-15. Reston, Va.: NCTM, 1980.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, Va.: NCTM, 1989.

_____. *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 1995.

Rachlin, Sid. "Learning to See the Wind." *Mathematics Teaching in the Middle School* 3 (May 1998): 470-73.

Smith, Margaret Schwan, and Mary Kay Stein. "Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice." *Mathematics Teaching in the Middle School* 3 (February 1998): 344-50.

Thompson, Denisse R., and Sharon L. Senk. "Assessing Reasoning and Proof in High School." In *Assessment in the Mathematics Classroom*, 1993 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), edited by Norman Webb and Arthur Coxford, 167-76. Reston, Va.: NCTM, 1993.

Webb, Norman L. "Assessment of Students' Knowledge of Mathematics: Steps Toward a Theory." In *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, edited by Douglas A. Grouws, 661-83. New York: Macmillan Publishing Co., and Reston, Va.:National Council of Teachers of Mathematics, 1992.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 1999
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation