הרהורים אחדים אודות העלאת שאלות

שיחה עם מריון וולטר

Some Reflections on Problem Posing

A Conversation with Marion Walter

מאת: Juliet A. "Jill" Baxter

הופיע ב: Teaching Children Mathematics , Vol. 12 No. 3, Oct. 2005, pp. 122-128

תרגום: ברכה סגליס

כל מצב בו מריון וולטר נוגעת הופך להיות מרחב מאתגר, עליז ומלא עד גדותיו בבעיות מעניינות. לאחרונה, מריון הציעה לי בנדיבותה את אוסף כתבי העת המתמטיים שלה, עבור הסטודנטים בקורס המתודיקה להוראת מתמטיקה בביה״ס היסודי. לאחר שהתגברנו על הבעיות הלוגיסטיות של העברת הקופסאות במרחב הקמפוס עד למשרד שלי, מריון שלחה לי את ההודעה האלקטרונית הבאה:

העלאת שאלות

בכמה דרכים שונות ניתן לערום את 6 הקופסאות של כתבי העת? באיזו דרך נדרש שטח רצפה הכי קטן? באיזה גובה תהיה הערימה? אם עורמים את הקופסאות בשתי ערימות, כמה יהיו בכל ערימה? באיזה גובה? מה יהיה שטח הרצפה? מהו הסידור הנוח ביותר עבור ביה"ס לחינוך? אם מאחסנים אותם בשני מקומות, בכמה דרכים שונות ניתן לפצל אותם? קופסה אחת במקום הראשון ו- 5 קופסאות במקום השני; 2 קופסאות במקום הראשון ו- 4 במקום השני; וכך הלאה. ניתן, כמובן, להעלות שאלות רבות נוספות.

בפעם הבאה שבה דיברנו, מריון הסבירה: ״את רואה, העלאת שאלות הופכת להיות טבע שני אחרי שעושים זאת במשך זמן מה. אני נוטה להסתכל על העולם דרך משקפיים הצבועים ב- 'העלאת שאלות'. תלמידים יכולים גם כן לתפוס גישה זו!״ לין אינגליש מציינת: ״העלאת בעיות - כמו השותף שלה, פתרון בעיות - הינה חלק בסיסי של למידה ועשייה מתמטית. היא כרוכה ביצירת בעיות חדשות מתוך הבעיות הישנות, כמו גם בניסוח מחדש של בעיות נתונות״ (English 2004, p. 187).

מריון וולטר היא בעלת שם עולמי בחינוך מתמטי שלימדה ילדים צעירים, תלמידי חטיבת הביניים והחטיבה העליונה, סטודנטים לתואר אקדמי ומורים. הרוחב והעומק של עבודתה מרשימים. היא כתבה מאמרים רבים (אחדים מופיעים ברשימת הביבליוגרפיה של מאמר זה) והעבירה מספר רב של סדנאות והצגות בארצות הברית ובארצות אחרות. כיום היא פרופסור אמריטוס במחלקה למתמטיקה של אוניברסיטת אורגון, שבה לימדה מתמטיקה למורי ביה״ס היסודי, החטיבה והתיכון. ביחד עם סטפן בראון, היא פרסמה שני ספרים על העלאת שאלות (Brown and Walter 1983/2005; 1993) וחיברה ספרים אחדים העוסקים בסימטריה, עבור ילדים. מריון היא גם המחברת של הפרסום המקורי של ה- NCTM ב- 1970: ***קופסאות, ריבועים ודברים אחרים***, אשר ה- NCTM פרסם מחדש ב- 1995.

מאז שהחלה לעבוד על העלאת שאלות עם סטפן בראון בשנות ה- 60, היא המשיכה לחקור את טבעה של העלאת שאלות ואת הקשר שלה לפתרון בעיות. שני מחברים אלה התבוננו מקרוב על האופן שבו לומדים להעלות שאלות. מכיוון שתכננתי לשלב יותר את הנושא של העלאת שאלות, בקורסי המתודיקה למורי ביה"ס היסודי, פניתי למריון. בהמשך המאמר אני מביאה ציטוטים משיחה שהיתה לי עם מריון בנושא העלאת שאלות, המתמקדת גם ביתרונות של העלאת שאלות וגם בשיטות לעידוד העלאת שאלות.

ג'יל: האם ילדים צעירים מפיקים תועלת מהעלאת שאלות, או שהעלאת שאלות היא רק עבור תלמידים שיש להם בסיס טוב בפרוצדורות, מושגים וחשיבה מתמטית?

מריון: תלמידים, במיוחד הצעירים הם מטבעם סקרנים, והעלאת שאלות מעודדת את הסקרנות שלהם. ניתן לערב אפילו תלמידים צעירים בהעלאת שאלות. היופי שבדבר הוא שאפילו מצבים פשוטים, או מה שאנו מכנים, נקודות פתיחה, יכולים להוביל לשאלות מסקרנות. לדוגמה, כאן (ראו **איור 1**) יש תמונה שעשויה להופיע בכל ספר לימוד. השאלה המתבקשת היא בדרך כלל "כמה הם 5 + 3?" עם זאת, ניתן להשתמש בתמונה זו כאמצעי לעורר העלאת שאלות אצל ילדים צעירים.

איור 1: תרשים הכיסאות

כאשר שאלתי ילדים בגיל 6 אילו שאלות הם יכולים לשאול על תמונה זו, הם הגיבו במגוון מרשים של שאלות. לדוגמה, ילדים שונים שאלו את השאלות הבאות:

- כמה רגליים? (הם יכולים להחליט אם להתייחס ל- 2 או ל- 4 רגליים לכל כיסא)
- כמה אורחים ישבו על הכיסאות?
- אם כל האנשים יבואו ולכולם יהיו תינוקות, כמה הם יהיו?
- מדוע יש רווח?
- כמה כסאות ניתן להכניס ברווח?
- האם הם מספרי 4 הפוכים?
- אם יבואו ששה ילדים, כמה כסאות ישארו ריקים?

שימו לב שלא מחקנו הערות או שאלות שבמבט ראשון נראות לא רלבנטיות, משום שאי אפשר לדעת אם שאלה או הערה כזו לא תוביל לרעיון טוב או לשאלה. " האם הם מספרי 4 הפוכים?" נראה כשאלה טפשית, אך יחד עם זאת היא יכולה להוביל לדיון אודות הרעיונות הגיאומטריים של סיבוב ושיקוף. ככל שילדים לומדים יותר מתמטיקה, כך הם יכולים לעסוק בהעלאת שאלות ברמה מתוחכמת יותר. כך יכול תלמיד בתיכון לשאול, "בכמה אופנים שונים יכולים ששה ילדים לשבת על הכיסאות?"

ג'יל: כיצד לומדים להעלות שאלות?

מריון: למרות שניתן לקרוא על זה, דרך טובה ללמוד זאת היא ממישהו שיודע כבר לעסוק בזה - מישהו שישמש כמודל לנושא, כפי שמורים בסופו של דבר ישמשו כמודלים עבור תלמידיהם. לרוע המזל, לא לכל אחד יש גישה למודל כזה.

ג'יל: אני יודעת שאת וסטיב בראון עסקתם עשרות שנים בפיתוח שיטות להעלאת שאלות. אני מתארת לעצמי שאת לא יכולה לספר על כולן בשיחה קצרה, אבל האם תוכלי להציג אחת או שתיים מהן?

מריון: אתה תמיד יכול להתחיל בהעלאת שאלות על ידי התבוננות בנקודת פתיחה, לדוגמה, תרשים, תיאור מצב, משוואה, או היגד. ואז "לגרד בראש" ולאלץ את עצמך לראות אלו שאלות עולות בראש. אנו קוראים לשלב ראשון זה של העלאת שאלות בשם: "לקבל את הנתון". לדוגמה, בואו נחזור לתרשים הכיסאות כנקודת פתיחה להעלאת שאלות (**איור 1**). מורים ותלמידים בכל הגילאים אמרו על תרשים זה, בנוסף לשאלות שהועלו קודם, דברים כאלה:

- מה הבעיה?
- כמה ילדים ידרשו כדי לשחק כיסאות מוסיקליים?
- אם רק ששה ילדים יבואו, בכמה דרכים שונות ניתן לבחור את הכיסאות הריקים?
- האם ניתן לסדר את הכיסאות בדרך אחרת?
- אם עורמים אותם בערימות של שניים, כמה ערמות יהיו?

מצאנו שאם מייצרים רשימות כאלה של שאלות ממגוון של נקודות פתיחה שונות, מתחילים למצוא שאלות אחדות המופיעות שוב ושוב. אפילו אם היינו מכינים רשימה רק של השאלות שהיו שימושיות במיוחד, היינו מקבלים רשימה ארוכה.

ג'יל: האם תוכלי לתת דוגמאות אחדות?

מריון: הנה כמה מהשאלות "השימושיות" המועדפות עלי:

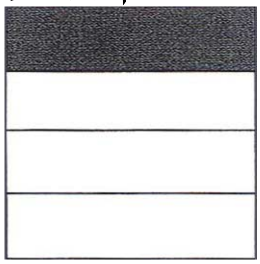
- כמה?
- האם אפשר לעשות זאת בדרך אחרת?
- האם זה תמיד נכון?
- האם יש תבנית?
- איך אפשר לדעת אם מצאנו את כולם?
- האם יש ערך גדול (או קטן) ביותר?
- האם ניתן להוכיח זאת?
- האם ניתן להסתכל על זה באופן גיאומטרי?

חלק מהשאלות יכולות להטיל אור על חומר שנלמד ונחקר, בעוד ששאלות אחרות עשויות להרחיב את הנושא. כל אחד או כל כיתה יכולים, במהלך תקופת זמן, להכין את הרשימה שלהם של שאלות שימושיות. כמובן שרשימות כאלה תהיינה שונות זו מזו ואף אחת מהן לא תסתיים. זכרו, הרשימה אינה יצוקה מבטון, צריך להשתמש בשאלות אלה בגמישות.

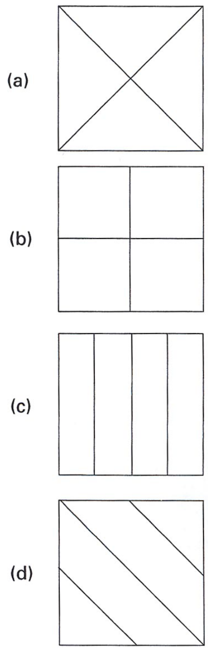
ג'יל: אז את אומרת שחשוב לשים לב להשתמש בשאלות אלה מתוך מחשבה. אתה לא תרצה להוציא את הרשימה ולעבור בעקשנות על כל שאלה. אתה צריך לקחת בחשבון את הקונטקסט של הבעיה. מה שאת מכנה: הנתון, או נקודת הפתיחה.

מריון: כן, ואם את מדגימה לתלמידים כיצד לשאול שאלות, הם יקבלו מהר מאוד עידוד ויפתחו יכולת לייצר שאלות בעצמם. כדי להמחיש זאת, אני אשתמש בנקודת פתיחה שונה ובאחת מהשאלות החביבות עלי מתוך רשימת השאלות השימושיות: האם אפשר לעשות זאת בדרך אחרת? חשבי על ריבוע שחולק לארבעה חלקים שווים (**איור 2**). השאלה המופיעה על פי רוב בספרי הלימוד היא: "איזה חלק מהריבוע צבוע?" אבל, אם נשאל כעת: "האם אפשר לעשות זאת בדרך אחרת?" אנו עשויים לקבל את התגובות הבאות (**איור 3**).

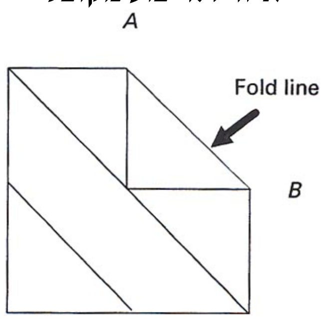
איור 2: איזה חלק מהריבוע צבוע?



איור 3: תגובות אפשריות ל- "האם אפשר לעשות זאת בדרך אחרת?"



איור 4:ריבוע מקופל



ג'יל: מה עם (d)? הרי ברור שזה לא נכון. כיצד מורה אמורה לטפל בתגובה כזו?

מריון: זוהי למעשה בעיה נהדרת. זהו בדיוק סוג המצבים שעשויים להתרחש. הייתי מבקשת מתלמידים צעירים להשתמש בקיפולי נייר כדי לבדוק האם המשולש העליון, שנוצר דרך נקודות האמצע A ו- B, הוא רבע של הריבוע השלם (**איור 4**). אם לא, איזה חלק מהריבוע השלם הוא המשולש? זוהי דוגמה יפה כיצד תשובה שגויה כזו יכולה להוביל לחקירה מעניינת.

ג'יל: מה את מציעה לעשות אחרי "לקבל את הנתון"? האם ניתן להשתמש בשיטות נוספות כדי לעודד העלאת יותר שאלות?

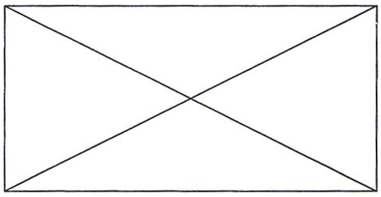
מריון: הרשי לי לדון בקצרה בשיטה שאנו מכנים "ומה אם לא?". בגישה זו אנו לא מקבלים את מה שנתון כמו שהוא. אנו מתחילים בהכנת רשימה של חלק ממאפייני הנתון, או נקודת הפתיחה. בדוגמה הקודמת, נקודת הפתיחה היתה ריבוע המחולק לארבעה חלקים ואחד החלקים צבוע (**איור 2**). רשימת מאפיינים לצורה זו יכולה לכלול: א) זה ריבוע, ב) יש ארבעה מלבנים קטנים, ג) אחד המלבנים צבוע, ד) המלבן

הראשון צבוע, ה) המלבנים חופפים, ו) לכל ארבעת החלקים אותה צורה, ז)זה נראה כמו דגל, ו- ח) החלק הצבוע הוא אדום. רשימה זו יכולה להיות אינסופית, וכל אחד יכול ליצור רשימה שונה! ג׳יל, האם את יכולה להוסיף עוד אחד?

ג׳יל: מה דעתך על, הריבוע מחולק לארבעה חלקים?

מריון: נהדר. עלי להוסיף שהמאפיינים אינם צריכים להיות בלתי תלויים. כעת, רשימה כזו של מאפיינים כשלעצמה אינה מייצרת שאלות חדשות. בגישת ה- ״ומה אם לא?״, אנו מתחילים כעת בבחירת אחד המאפיינים ושינויו. בואי ניקח את המאפיין ״זה ריבוע״. מה אם הצורה לא היתה ריבוע? מה אם הצורה היתה מלבן (עדיין עם ארבעה חלקים)? אילו שאלות נוכל אז לשאול? נוכל לשאול אחת מהשאלות הישנות: האם תוכלו להראות רבעים בצורה אחרת? אם תלמידים מציירים, בין היתר, את המלבן מחולק על ידי אלכסונים (ראו **איור 5**), אזי ציור זה יכול להוביל לשאלה חדשה: איך אפשר להיות בטוחים שלארבעת המשולשים יש שטח שווה? שימו לב שמשולשים אלה, בעלי שטחים שווים, אינם חופפים. לפיכך, תוצר זה יכול להוביל לדיון מועיל בנושא האם צורות בעלות שטחים שווים הן תמיד חופפות. באופן זה, ילדים מקבלים הזדמנות לפתח הבנה מתמטית. אם נבחר את המאפיין שלך, ניתן לשאול: ״ומה אם הריבוע לא היה מחולק לארבעה חלקים שווים?״ נוכל לשאול: ״ומה אם הריבוע היה מחולק לששה חלקים שווים?״

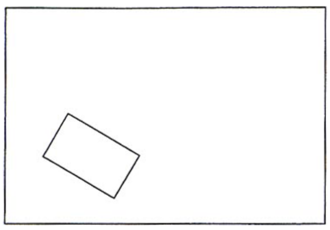
איור 5: מלבן המחולק על פי האלכסונים



ג׳יל: כאשר את מדברת על העלאת שאלות נראה שאת מגיעה מהר מאוד לפתרון בעיות. עושה רושם ששתי הפעילויות קשורות מאוד זו לזו.

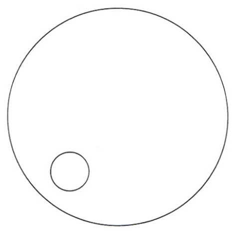
מריון: בהחלט. שמעתי ברדיו בעיה נהדרת שממחישה כיצד העלאת שאלות ופתרון בעיות עובדים ביחד, במיוחד כאשר משתמשים בגישת ה- ״ומה אם לא?״. לקליק וקלאק, הידועים גם כ- Tom and Ray Magliozzi, יש בתוכנית הרדיו שלהם *Car Talk* חידה שבועית. באחד השבועות הם שאלו את החידה הבאה: שני ילדים אפו עוגה מלבנית גדולה ותכננו לחלק אותה לשני חלקים שווים בעזרת חיתוך אחד בלבד. בזמן שהעוגה הצטננה, אביהם נכנס וחתך חתיכה מלבנית קטנה מתוך העוגה. האב מיהר, אז הוא חתך את החתיכה באיזשהו מקום בתוך העוגה, לאו דווקא בקו ישר עם הקצה (ראו **איור 6**). כיצד יכולים כעת הילדים לחלק את יתרת העוגה באופן שווה בעזרת חיתוך אחד בלבד?

איור 6: עוגה מלבנית שחסרה בה חתיכה מלבנית



הפתרון לבעיה זו אינו בהכרח ברור באופן מיידי. פויה, המתמטיקאי בעל הפרסום העולמי שעיצב את נושא פתרון הבעיות באמצעות ארבעת הצעדים ההיוריסטיים האלגנטיים שלו, היה אומר לנו לנסות לחשוב על בעיה פשוטה יותר או על בעיה קשורה. מאפיין חשוב של בעיה זו הוא הצורה של העוגה והצורה של החתיכה שנלקחה מהעוגה. שניהם מלבנים. אז תהיתי לעצמי, "ואם הם לא היו מלבנים? ואם כל אחד מהם היה עיגול?" אם חותכים עיגול קטן מתוך עיגול גדול (ראו **איור 7**), רואים יותר בקלות כיצד ניתן לחלק את העוגה העגולה לשני חלקים שווים בעזרת חיתוך אחד העובר דרך מרכזי העיגול הקטן והעיגול הגדול. נחזור כעת לעוגה המלבנית שלנו ונמצא את המרכז של כל מלבן. נעשה חיתוך דרך שני מרכזים אלה ונקבל עוגה המחולקת לשני חלקים שווים. ואכן שלחתי הצעה זו בהודעה אלקטרונית לקליק וקלאק כדי שהם יוכלו להציע למאזינים רמז לפתרון הבעיה. [הערה: ניתן לקרוא תעתיק מלא של הפתרון לבעיה באתר http://www.cartalk.com/content/puzzler/transcripts/200351/answer.html].

איור 7: עוגה עגולה שחסרה בה חתיכה עגולה



ג'יל: אז אחרי שמחליטים על מאפיין, ובוחרים אלטרנטיבה עבורו, שואלים שאלה?

מריון: כאשר בוחרים כל אלטרנטיבה שהיא ל- "ומה אם לא?" אפשר לא רק לנסות להשתמש בשאלות הישנות שכבר העליתם, אלא יצוצו גם שאלות חדשות.

ג'יל: הדוגמאות שלך ממחישות בברור כיצד העלאת שאלות יכולה להוביל את הילדים לחקירה ולהבנה טובה יותר של רעיונות מתמטיים חשובים. האם את רואה יתרונות נוספים בהעלאת שאלות?

מריון: ובכן, העסקת תלמידים מכל הגילאים והרמות בהעלאת שאלות היא בעלת ערך מסיבות אחדות, בנוסף לסיבה רבת העצמה שתלמידים יכולים לחזק את התובנה וההבנה שלהם לתוכן מתמטי. תלמידים רבים סובלים מחרדה או מרתיעה ממתמטיקה, במיוחד הם עלולים להתייאש אם הם לא מגיעים לתשובה "הנכונה". כאשר תלמידים מעלים שאלות, החרדה שלהם פוחתת משום שהדגש איננו על קבלת התשובה "הנכונה". בנוסף, תלמידים נעשים מעורבים יותר ומוכנים לעבוד קשה יותר בניסיון לפתור בעיות שהם בעצמם העלו, במקום לפתור רק בעיות מספר הלימוד. כמו כן, סוג ורמת השאלות שתלמידים מעלים יכול לעיתים ללמד את המורה משהו על רמת ההבנה והביטחון של התלמיד. במובן זה, העלאת שאלות יכולה לשמש ככלי לא פורמלי להערכה.

ג'יל: ציינת כמה תועלות של העלאת שאלות באופן כללי. מה לגבי תלמידים שצריכים להשקיע מאמץ בלימוד המתמטיקה? כיצד יכולה העלאת שאלות להביא לתלמידים כאלה תועלת?

מריון: לעיתים קרובות משבחים רק את אלה שטובים בפתרון בעיות. לא כל מי שטוב בפתרון בעיות טוב גם בהעלאת שאלות, ולהיפך. על ידי מתן הערכה להעלאת שאלות, אנו יוצרים הזדמנויות לתלמידים רבים יותר, ולקבוצה מגוונת יותר של תלמידים, להבריק במתמטיקה.

ג'יל: אם אנו מעודדים תלמידים להתבונן טוב יותר בסיטואציה ולהעלות שאלות שמעניינות אותם, אנו מזמינים לדיון מגוון רחב יותר של רעיונות מתמטיים.
מריון: כן, וכך יותר ילדים יהיו עסוקים בחשיבה מתמטית ותהיה להם הזדמנות להשיג לא רק הערכה עצמית גבוהה יותר, אלא גם מעמד גבוה יותר בעיני המורה שלהם וחבריהם לכיתה.

ג'יל: זה מרגש לחשוב על חקירות מתמטיות היכולות להעסיק תלמידים שאינם חושבים על עצמם כמתמטיקאים, אבל תחושת הבטן שלי היא ששילוב העלאת שאלות בהוראת המתמטיקה היא אתגר לא קל. מהם כמה מן הקשיים בהם מורים עלולים להיתקל כאשר הם מעסיקים תלמידים בהעלאת שאלות?
מריון: זה יהיה נהדר אם מורים רבים יותר יתחילו להרגיש נוח כאשר תלמידים שואלים שאלות שלא התלמידים, לא המורים ואולי אף לא אחד, יכולים לענות עליהם. תגובה מכריעה מבחינת המורה היא: "אני לא יודע. בואו ננסה לגלות" כאשר הוא מכיר בחשיבות השאלה.

ג'יל: מה לגבי אתגר נוסף שבו נתקלים המורים?
מריון: מורים צריכים גם להסכים לעשות סטיות מן המסלול כדי לרדוף אחרי שאלות מעניינות של תלמידים. זה קשה מאוד, כמעט בלתי אפשרי, בראיון קצר כזה, לספר לך על כל היתרונות והאתגרים. על כל פנים, הייתי מעודדת את המורים להתחיל בהעלאת שאלות במנות קטנות.

סיכום

שיחה קצרה מדי זו עם מריון וולטר זורקת אור על הפוטנציאל שבהעלאת שאלות ומציגה שיטות להעסקת תלמידים בהעלאת שאלות. מריון מדגישה שתלמידים עובדים קשה יותר על בעיות שהם עצמם מעלים.
פתרון בעיה שתלמיד העלה מוסיפה מידה לא מבוטלת של גורם המוטיבציה. לתלמידים עשויה להיות פחות חרדה אם מציאת התשובה הנכונה איננה המוקד הבלעדי של השיעור. למשל, הם לומדים שיש להם מרחב פעולה להיות יצירתיים בנוגע לאופן שבו הם מציגים או ניגשים לבעיה. חשוב מכל, תלמידים שטובים בפתרון בעיות אינם בהכרח טובים בהעלאת שאלות. על פי רוב אנו מתגמלים ומשבחים את אלה שפותרים בעיות מהר. על ידי מתן הערכה להעלאת שאלות, אנו יוצרים הזדמנויות לתלמידים רבים יותר להצטיין, במיוחד לכאלה שצריכים להתאמץ במתמטיקה.
העלאת שאלות מעסיקה את התלמידים בעשייה מתמטית, שהיא אחת ההמלצות החזקות בסטנדרטים של ה- NCTM (2000). הם צריכים להתבונן מקרוב בסיטואציות, עצמים ונתונים כדי להעלות שאלות.
התלמידים גם לוקחים אחריות למתמטיקה הנדונה בכיתה. במקום שספר הלימוד או המורה יהיו המקור הבלעדי לבעיות, התלמידים לוקחים חלק ביצירה ופיתוח שאלות בעלות עניין ובעלות ערך מתמטי. סביבה כזו הופכת בוודאי את המתמטיקה למרתקת יותר, אך יש לה גם השפעה מכרעת על הנטייה המתמטית של התלמיד (National Research Council 2001). הם תופסים את עצמם כמתמטיקאים חושבים יעילים ובעלי יכולת. הפוטנציאל לשנות את האמונות של תלמידים אודות היכולת שלהם לעשות מתמטיקה הינה אחת מהיתרונות היותר משכנעים של העלאת שאלות. מריון ועמיתה, סטפן בראון, מאמינים מאוד ש-"התייחסות עליזה למשתנים של בעיה הינה מרכיב הכרחי של מוח חוקר ושככל שלומדים מקבלים הזדמנויות רבות יותר לשנות בעיה נתונה... כך הם יבינו אותה טוב יותר" (Whitin and Cox, p.36).

ביבליוגרפיה

Brown, Stephen I., and Marion I. Walter. *The Art of Problem Posing*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1983/2005.

Brown, Stephen I., and Marion I. Walter, eds. *Problem Posing: Reflections and Applications*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.

Bush, William S., and Ann Fiala. "Problem Stories: A New Twist on Problem Posing." *Teacher* 34 (April 1986): 6-9; reprinted in *Problem Posing: Reflections and Applications*, edited by Stephen I. Brown and Marion I. Walter, pp. 167-73. Hillsdale, : Lawrence Erlbaum Associates, 1993.

English, Lyn. "Engaging Students in Problem Posing in an Inquiry-Oriented Mathematics Classroom." In *Teaching Mathematics through Problem Solving: Prekindergarten-Grade 6*, edited by Frank K. Lester and Randall I. Charles, pp. 187-98. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2004.

National Research Council. *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington DC: National Academy Press, Mathematics Learning Study Committee, 2001.

Polya, George. *How to Solve It*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1971.

Walter, Marion I. "Frame Geometry: An Example in Posing and Solving Problems." *Arithmetic Teacher* 20 (October 1980): 16-18.

_____. "Generating Problems from Almost Anything." In *Problem Posing: Reflections and Applications*, edited by Stephen I. Brown and Marion I. Walter, pp. 302-16. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.

_____. *Boxes, Squares, and Other Things: A Teacher's Guide for a Unit on Informal Geometry*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1995.

_____. "Curriculum Topics through Problem Posing." In *Talking Mathematics: Supporting Children's Voices*, edited by Rebecca B. Corwin, pp. 141-47. Portsmouth, NH: Heinemann, 1996.

Whitin, David and Robin Cox. A *Mathematical Passage: Strategies for Promoting Inquiry in Grades 4-6*. Portsmouth, NH: Heineman, 2003.