

# بعض الانعكاسات حول طرح الأسئلة

محادثة مع ماريون وولتر

## Some Reflections on Problem Posing

### A Conversation with Marion Walter

بقلم: Juliet A. "Jill" Baxter

نشر في: Teaching Children Mathematics , Vol. 12 No. 3, Oct. 2005, pp. 122-128

ترجمة: ابتسام عبد الخالق

كل وضع تعالجه ماريون وولتر يصبح وضعًا ممتعًا ومثيرًا للتحدي وملئ بالمسائل المثيرة. في الآونة الأخيرة اقترحت ماريون بسخاء منح مجموعة من مجلاتها الرياضية لي ولطلابي الذين يدرسون أساليب تعليم الرياضيات للمدرسة الابتدائية. بعد أن تغلبنا على مشكلة نقل الصناديق إلى مكتبي في الحرم الجامعي، بعثت لي ماريون الرسالة الإلكترونية التالية:

### طرح أسئلة

بكم طريقة مختلفة يمكن أن نرزم 6 صناديق مملوءة بالمجلات؟ أي طريقة رزم تحتاج لأصغر مساحة ممكنة من أرض الغرفة؟ ما هو ارتفاع كل رزمة؟ إذا رزمنا الصناديق برزمتين، كم صندوقًا سيكون في كل رزمة؟ ما هو ارتفاعها؟ أي مساحة من أرض الغرفة تغطي؟ ما هو أسهل ترتيب يناسب كلية التربية؟ إذا أردتم تخزينها في مكانين بكم طريقة يمكن أن توزعونها؟ صندوق في المكان الأول و 5 صناديق في المكان الثاني، صندوقان في المكان الأول و 4 صناديق في المكان الثاني، وهكذا. من الواضح أنه يمكن أن نسأل أسئلة كثيرة أخرى. في المرة الثانية التي تحدثنا فيها، قالت ماريون: "أترين إن طرح الأسئلة يصبح طبيعة ثانية بعد أن تمارسينه لمدة ما. أنا أنظر إلى العالم من خلال نظارات ملونة لـ "طرح أسئلة". كذلك الطلاب يمكنهم تبني هذا الموقف. لاین إنكليش تصرّح " طرح الأسئلة – مثل شريك، طرح الأسئلة جزء أساسي من التعليم والعمل بالرياضيات. تتضمن خلق أسئلة جديدة من أسئلة قديمة، وكذلك إعادة نص أسئلة معطاة (English 2004, p. 187).

ماريون ولتر معروفة عالميًا في مجال الرياضيات التربوية، فقد درّست تلاميذ في المراحل الابتدائية، الإعدادية والثانوية وطلاب جامعيين ومعلمين. التوسع والتعمق في عملها يثيران الإعجاب. فقد كتبت عدة مقالات (ورد قسم منها في قائمة المصادر لهذا المقال) وعرضت عدة ورشات عمل ومحاضرات في الولايات المتحدة الأمريكية ودول أخرى. فهي بروفيسور إماريتا في كلية الرياضيات في جامعة أوريغن، حيث تدرّس الرياضيات لمعلمي مدارس الابتدائية، الإعدادية والثانوية. فقد نشرت سويةً مع ستيفن براون كتابين حول طرح الأسئلة (Brown and Walter 1993; 1983/2005) وألّفت عدة كتب للأطفال في موضوع التماثل. ماريون هي مؤلفة النشرة

الأصلية لـ NCTM - 1970 : صناديق، مربعات ومواضيع أخرى والتي أعادت الـ NCTM نشرها سنة 1995.

منذ أن بدأت العمل على طرح الأسئلة مع ستيفان براون في سنة 1960، لا تزال تبحث في طبيعة طرح الأسئلة وعلاقتها بطريقة حل المسائل. لقد درسا بنمغن طريقة تعلم طرح الأسئلة. عندما كنت أحضر لدمج طرح أسئلة أكثر، في مساق أساليب التدريس لمعلمي المدرسة الابتدائية، توجهت لماريون. فيما يلي سنطرح اقتباسات من المحادثة التي أجريناها ماريون وأنا حول موضوع طرح الأسئلة، والتي تتمحور في مميزات طرح الأسئلة وطرق لتشجيع طرح الأسئلة.

**حل:** هل بإمكان كل الأولاد الاستفادة من طرح الأسئلة، أم أن طرح الأسئلة من أجل التلاميذ الذين لهم أساس جيد في الإجراءات والمصطلحات والتفكير الرياضي؟



**ماريون:** التلاميذ الصغار لديهم حب استطلاع فطري، وطرح الأسئلة يشجع حب الاستطلاع عندهم. لذا يمكن مشاركة الأولاد الصغار في طرح الأسئلة. أجمل ما في الأمر هو أنه يمكن من حالات بسيطة أو ما نسميها نقاط البداية (افتتاحية) أن تقود إلى أسئلة مثيرة. مثلاً على ذلك (أنظر مثال 1) لدينا صورة يمكن أن تكون في كل كتاب. السؤال المطلوب عادةً هو: "كم هو  $3 + 5$ ؟" يمكن استعمال هذه الصورة كوسيلة محفزة لطرح أسئلة مع الأولاد الصغار. عندما سألت أولاداً بالسادسة من العمر، أي أسئلة يمكنهم طرحها حول هذه الصورة بشكل خاص، أجابوا بسلسلة من الأسئلة المثيرة. مثل:

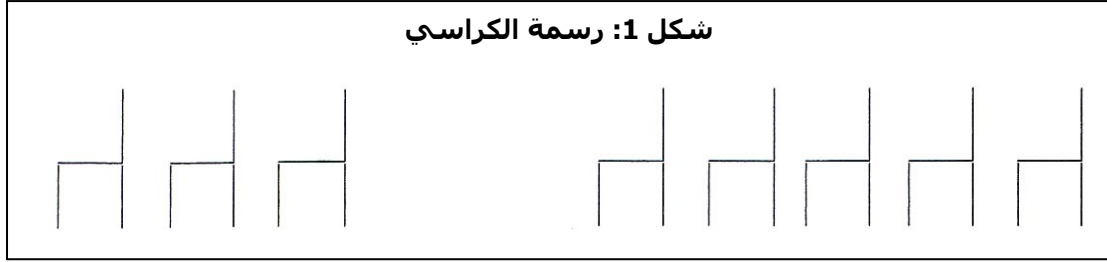
- كم رجلاً يوجد؟ (بإمكانهم أن يقرروا استعمال رجلين أو أربعة أرجل لكل كرسي).
- كم ضيقاً يمكن أن يجلس على الكراسي؟
- إذا جاء جميع الضيوف ومعهم جميعاً أولاد، كم شخصاً سيكون هناك؟
- لماذا توجد فجوة بين الكراسي؟
- كم كرسيّاً يمكن أن نضع في الفجوة؟
- هل هذه أربعاء (4) مقلوبة؟
- إذا جاء سنة أولاد كم كرسيّاً سيبقى فارغاً؟

انتبهوا إننا لم نمح ملاحظات أو أسئلة التي تبدو لأول نظرة أنها غير مناسبة، لأنه لا أحد يعرف إذا كان سؤال معين أو ملاحظة سيفود إلى فكرة أو سؤال جيد. "هل هذه أربعاء (4) مقلوبة؟" هذا سؤال يبدو سؤالاً "تافهاً"؛ ومع ذلك، يمكن أن يقود إلى نقاش حول الدوران والانعكاس في الهندسة. كلما تعلم الأولاد رياضيات أكثر، يكون بإمكانهم التعامل مع طرح أسئلة محنكة أكثر. هكذا يمكن لتلاميذ المدرسة الثانوية أن يسألوا، "بكم طريقة مختلفة يمكن لستة أولاد أن يجلسوا على الكراسي؟"

**حل:** كيف يمكن تعلم طرح الأسئلة؟

**ماريون:** بالرغم من إمكانية القراءة حول الموضوع، إلا أن الطريقة الجيدة للتعلم هي من شخص يعرف أن يتعامل بالموضوع - شخص يُستخدم كمثال ، مثلما يقوم المعلمون بدور المثال لتلاميذهم. لسؤ الحظ ليس كل شخص بإمكانه أن يكون مثلاً.

**حل:** أنا أعرف بأنكما أنت وستيف براون قضيتما عشرين السنوات بتطوير طرق لطرح الأسئلة. كما أرى أنه من الصعب عليك وصفها جميعاً في محادثة قصيرة، لكن هل يمكنك



عرض واحدة أو اثنتين منها.

**ماريون:** يمكنك دائماً البدء بطرح الأسئلة عن طريق النظر إلى نقطة البداية، على سبيل المثال: تخطيط، وصف حالة، معادلة، أو مقولة. وعندها فقط " حث دماغك" وافحص جاهداً أي أسئلة تجول برأسك. أعتدنا أن ندعو المرحلة الأولى من طرح الأسئلة بـ " قبول المعطى". مثلاً، لنرجع لرسمة الكراسي كنقطة بداية لطرح أسئلة (أنظر شكل 1). بالنسبة لهذه الرسمة، قال المعلمون والطلاب في جميع الأجيال، إلى جانب الأسئلة التي طرحت سابقاً، أسئلة كالتالي:

- ما هي المسألة؟
  - كم ولدًا يلزم للعبة الموسيقى والكراسي؟
  - إذا جاء 6 أولاد فقط، بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار الكرسي الفارغة؟
  - هل بالإمكان ترتيب الكراسي بطريقة أخرى؟
  - إذا وضعت الكراسي بأكوام وفي كل كومة كرسيان، كم كومة سيكون؟
- لقد وجدنا أنه إذا كوّنا لائحة أسئلة متنوعة لنقاط بداية مختلفة، نبدأ بإيجاد أسئلة تتكرر. حتى ولو سجّلنا لائحة لأسئلة عملية بشكل خاص، فاللائحة ستكون طويلة.

**حل:** هل بإمكانك إعطاء بعض الأمثلة؟

**ماريون:** فيما يلي بعض الأسئلة "العملية" والمفضلة عليّ:

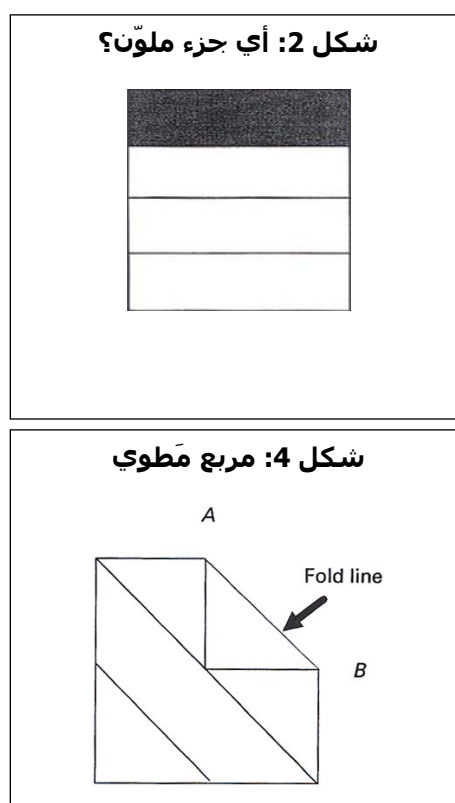
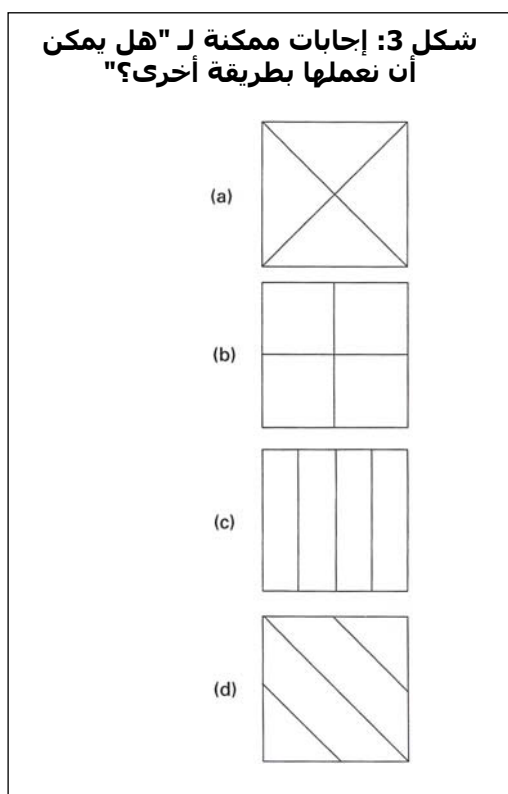
- كم؟
- هل يمكن أن تعملها بطريقة أخرى؟
- هل هذا صحيح دائماً؟
- هل يوجد نمط؟

- كيف يمكن أن نعرف إذا وجدنا الكل؟
- هل هناك أكبر (أصغر) قيمة؟
- هل يمكن أن نبرهن؟
- هل يمكنك النظر إليها بطريقة هندسية؟

بعض الأسئلة يمكنها توضيح مادة قد نعلمها التلاميذ، في حين أسئلة أخرى تساعد على التوسع في المادة. كل شخص أو كل صف يمكنه بناء لائحة أسئلة عملية خاصة به على امتداد فترة زمنية. بالطبع هذه اللوائح تكون مختلفة ولا نهائية. تذكروا إن قائمة الأسئلة تتحلى بالليونة والمرونة.

**حل:** أنت تقولين بأنه من المهم الانتباه لاستعمال هذه الأسئلة بتفكير عميق. ليس المطلوب هو "سحب" اللائحة والمرور بقوة على كل سؤال وسؤال. يجب الأخذ بعين الاعتبار سياق المسألة، والذي دعيتيه بالمعطى أو نقطة البداية.

**ماريون:** نعم، إذا أعطيتي أنت أمثلة على كيفية صياغة الأسئلة، فإن هذا سيشجّع التلاميذ على تطوير القدرة على بناء أسئلة بأنفسهم. لتمثيل ذلك، دعيني استعمل نقطة بداية مختلفة وبأحد الأسئلة المفضلة عندي من لائحة الأسئلة العملية: هل يمكن أن نعملها بطريقة أخرى؟ فكري بمربع قسّم لأربعة أقسام متساوية (أنظر شكل 2). السؤال الشائع في أغلب كتب التدريس هو "أي جزء (كسر) من المربع مظلل؟" بينما إذا سألنا "هل يمكن أن نعملها بطريقة أخرى؟" يمكن أن نحصل على الإجابات المبينة في (شكل 3).



**حل:** ماذا مع (d) ؟ من الواضح أنها إجابة غير صحيحة. كيف يمكن لمعلم أن يتعامل مع هذه الإجابة؟

**ماريون:** إنها بالفعل مسألة جيدة. هذه إحدى الحالات التي يمكن أن تحدث. كنت سأطلب من التلاميذ الصغار استعمال طي الورق لفحص إذا كان المثلث العلوي الناتج عن نقطتي الوسط  $A$  و  $B$  عبارة عن ربع المربع الكامل (أنظر شكل 4). إذا كان الجواب لا، أي كسر يمثل من المربع الكامل ؟ هذا مثال جيد لكيفية الاستفادة من إجابة خاطئة للانطلاق في البحث الممتع.

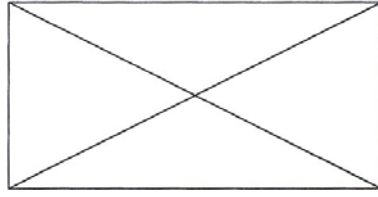
**حل:** ماذا تقترحين بعد "قبول المعطى"؟ هل يمكن استعمال طرق أخرى لتشجيع طرح أسئلة أكثر؟

**ماريون:** دعيني أناقش باختصار طريقة "ماذا- إذا- لا؟" (what – if- not). بهذا التوجه نحن لا نقبل المعطى كما هو. نبدأ بتحضير لائحة لبعض صفات المعطى، أو نقطة البداية. ففي المثال السابق، نقطة البداية كانت مربعًا مقسمًا لأربعة أقسام وقسم واحد منها ملون (أنظر شكل 2). يمكن للائحة الصفات لهذا الشكل أن تحوي (أ) هذا مربع، (ب) هناك أربعة مستطيلات صغيرة، (ج) مستطيل واحد مظلل، (د) المستطيل الأول مظلل، (هـ) المستطيلات متطابقة، (و) للأقسام الأربعة نفس الشكل، (ز) يشبه العلم، (ح) القسم الملون لونه أحمر. هذه اللائحة ممكن أن تكون لانتهائية، وكل شخص يمكنه بناء لائحة مختلفة! هل بإمكانك يا حل إضافة سؤال؟

**حل:** ما رأيك في: المربع مقسم إلى أربعة أقسام؟

**ماريون:** عظيم. يجب أن أضيف بأنه ليس من المفروض أن تكون الصفات متعلقة إحداها بالأخرى. الآن، لائحة صفات كهذه لا تكون أسئلة جديدة. حسب توجه "ماذا- إذا- لا؟"، عندها نبدأ باختبار صفة واحدة ونقوم بتغييرها. لنأخذ الصفة "هذا مربع". ماذا يحدث لو أن الشكل ليس مربعًا؟ ماذا يحدث لو أن الشكل مستطيل (ما زال مقسمًا لأربعة أقسام)؟ أي أسئلة يمكن أن نسأل بعد؟ يمكننا أن نسأل سؤالاً من الأسئلة القديمة: هل يمكن عرض الأرباع بطريقة أخرى؟ إذا كان من بين الرسومات التي رسمها التلاميذ، مستطيل مقسم بواسطة قطريه (أنظر شكل 5)، هذه الرسمة يمكن أن تقود لسؤال جديد: كيف يمكنكم أن تتأكدوا بأن للمثلثات الأربعة مساحات متساوية؟ انتبهوا، هذه مثلثات متساوية في المساحة وغير متطابقة. هذه النتيجة تؤدي إلى نقاش ناجع في موضوع هل الأشكال متساوية المساحة هي أشكال متطابقة دائمًا. هكذا، يحصل التلاميذ على فرصة لتطوير الفهم الرياضي. إذا اخترنا الصفة التي اقترحتها، يمكن أن نسأل: "ماذا إن لم يكن المربع مقسمًا لأربعة أقسام متساوية؟" يمكن أن نسأل: "ماذا إذا كان المربع مقسمًا لستة أقسام متساوية؟"

شكل 5: مستطيل مقسّم بواسطة قطريه

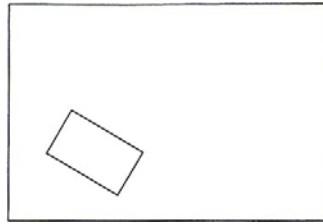


**حل:** عندما تتكلمين عن طرح الأسئلة، إنك تصلين بسرعة لحل المسائل. يبدو وكأن الفعالتين مرتبطتان جدًّا أحدهما بالأخرى.

**ماريون:** بالطبع، سمعت مسألة مثيرة في الراديو، يمكنني استعمالها لتوضيح كيف أن طرح الأسئلة وحل المسائل تعمل سوية، خاصة عند استعمال توجه "ماذا- إذا- لا؟".

Click and Clack والمعروفون بـ Tom and Ray Magliozzi، يطرحون أحجية في برنامجهم الأسبوعي عبر الراديو: *Car Talk*. في أحد الأسابيع سألوا السؤال التالي: خبز ولدان كعكة كبيرة، مستطيلة الشكل وخطوطا تقسيمها إلى قسمين متساويين بعملية قطع واحدة. بينما كانت الكعكة تبرّد، جاء أبوهما وقطع قطعة صغيرة مستطيلة من الكعكة. كان الأب على عجلة، لذلك قطع القطعة من داخل الكعكة وليس بالضرورة بمحاذاة طرف الكعكة (أنظر شكل 6)، كيف سيقسم الولدان ما تبقى من الكعكة إلى قسمين متساويين وبعملية قطع واحد؟

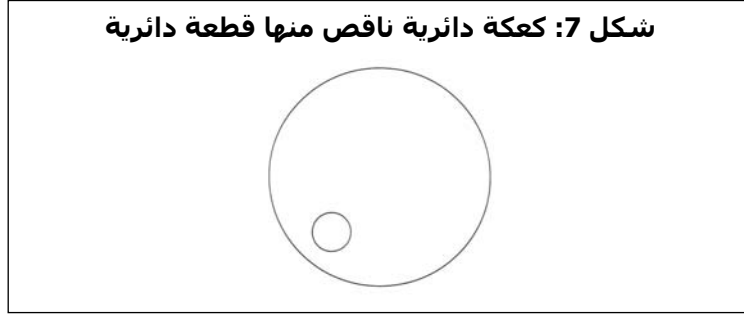
شكل 6: كعكة مستطيلة قُطع منها قطعة مستطيلة الشكل



مباشرةً، حل هذه المسألة لا يبدو واضحًا. الرياضي المعروف عالميًا بوبا (Polya) والذي شكّل أربعة مراحل لحل المسائل كان سيقترح علينا أن نجرب ونفكر بمسألة أبسط أو بمسألة لها علاقة مع المسألة المعطاة. خاصة مهمة، تميز هذه المسألة هو شكل الكعكة وشكل القطعة التي أخذت من الكعكة. كلاهما مستطيل. أتساءل: "ماذا لو لم يكونا مستطيلان؟ إذا كان كل منهما دائرة؟" إذا قطعت دائرة صغيرة من داخل دائرة كبيرة (أنظر شكل 7)، يمكنكم أن تروا بسهولة كيف سنقسم الكعكة الدائرية لقسمين متساويين بواسطة عملية قطع واحدة تمر عبر مركزي الدائرتين الصغيرة والكبيرة. دعونا الآن نرجع إلى كعكتنا المستطيلة ونجد مركز كل

من المستطيلين. بعد ذلك اقطعوا عبر هذين المركزين، وهكذا نحصل على كعكة مقسمة لقسمين متساويين. وبالفعل أرسلت بالبريد الإلكتروني هذا الاقتراح لـ Click and Clack لكي يقترحوا على مستمعي البرنامج رمزًا لحل المسألة. {ملاحظة: لقراءة الحل الكامل للمسألة يمكنكم النظر إلى الموقع:

{ <http://www.cartalk.com/content/puzzler/transcripts/200351/answer.html> }



**حل:** إذا بعد اختيار صفة معينة، واختيار بديل لها، تسألين سؤالاً؟  
**ملريون:** عندما تختارين "ماذا- إذا- لا؟" كبديل. يمكنك ليس استعمال الأسئلة القديمة التي طرحتها فقط، بينما سيخطر في بالك أسئلة جديدة.  
**حل:** أمثلك توضح جلياً كيف أن طرح الأسئلة تقود الأولاد لبحث وفهم أكثر لأفكار رياضية مهمة. هل ترين فوائد أخرى لطرح الأسئلة؟  
**ماريون:** حسناً، إن استخدام التلاميذ من جميع الأجيال والمستويات لطرح الأسئلة له قيمة كبيرة لعدة أسباب، إلى جانب السبب المهم الذي يمكّن التلاميذ من تقوية إدراكهم وفهمهم الرياضي. كثير من التلاميذ يقلقون ويفقدون حماسهم بالرياضيات، ويستسلمون، خاصة إذا لم يتمكنوا من الحصول على الجواب "الصحيح". عندما يطرح التلاميذ أسئلة، يقل قلقهم لأن التشديد لا يكون على الحصول على الجواب "الصحيح". بالإضافة إلى ذلك، يصبح التلاميذ شركاء في العملية منسجمون أكثر ومستعدون للعمل الأصعب في تجربة حل أسئلة طرحوها بأنفسهم، بدلاً من حل أسئلة من كتاب التدريس.  
كذلك، نوعية ومستوى الأسئلة التي يطرحها التلاميذ يمكن أحياناً أن تقول شيئاً للمعلم عن مستوى فهم التلميذ وثقته. بالمفهوم هذا، طرح الأسئلة يمكن أن تكون وسيلة تقييم غير رسمية.

**حل:** لقد ذكرت بعض الفوائد العامة لطرح الأسئلة. ماذا مع التلاميذ الذين يستصعبون الرياضيات؟ كيف يمكن لطريقة طرح الأسئلة تعود بالفائدة على هؤلاء التلاميذ؟  
**ماريون:** عادةً يمتدحون التلاميذ الجيدين بحل المسائل فقط. ليس كل من هو جيد بحل الأسئلة هو جيد بطرح الأسئلة، وبالعكس.  
من طريقة تقييم طرح الأسئلة، نخلق فرصاً لتلاميذ كثيرين، وتبرز مجموعة متنوعة أكثر من التلاميذ في الرياضيات.

**حل:** إذا شجعنا التلاميذ على التفكير المنطوق والتمعن بطرق غير تقليدية لطرح أسئلة تهمهم، عندها نشجع إجراء نقاش واسع ومنوع حول أفكار رياضية مختلفة.

**ماريون:** نعم، هكذا يكون عدد كبير من التلاميذ مشغول بالتفكير الرياضي وتكون لديهم الفرصة للحصول ليس فقط على تقييم ذاتي عالي، بل مكانة أعلى في نظر معلمهم وزملائهم في الصف.

**حل:** من المثير للتفكير أن بإمكان البحث الرياضي أن يشغل تلاميذ لا يفكرون بأنفسهم كرياضيين، لكن شعوري يقول لي بأن دمج طرح الأسئلة في تدريس الرياضيات هو تحدٍ ليس سهلاً. ما هي بعض الصعوبات التي يمكن أن يواجهها المعلمون عندما يشغلون تلاميذهم بطرح الأسئلة؟

**ماريون:** إنه لشيء عظيم أن يبدأ كثير من المعلمين بالشعور بالراحة عندما يسأل تلاميذهم أسئلة، لا يمكن للتلاميذ الآخرين أو المعلمين أو أي شخص الإجابة عنها. رد فعل حاسم من قبل المعلم هو: "أنا لا أعرف، لنجرب ونكتشف" هذا خلال الإشارة إلى أهمية السؤال.

**حل:** ماذا بالنسبة لتحدي آخر يواجه المعلمين؟

**ماريون:** يجب على المعلمين أن يوافقوا على تغيير المسار لكي يتعقبوا أسئلة مهمة للتلاميذ. هذا صعب جداً، حتى أنه غير ممكن، في مقابلة قصيرة كهذه، أن أحدثك عن كل الفوائد والتحديات. مع ذلك، فأنا أشجع المعلمين على البدء بطرح الأسئلة بجرعات صغيرة.

## الخلاصة

لقد أبرزت هذه المحادثة القصيرة مع ماريون وولتر الجهد الكامن في طريقة طرح الأسئلة وتقديم طرق تجعل التلاميذ ينغمسون في طريقة طرح الأسئلة.

ماريون تشدد على أن التلاميذ يجتهدون ويعملون أكثر على المسائل التي طرحوها بأنفسهم. حل مسألة طرحها تلميذ تثير لديه الدافعية للمعرفة. كذلك يكون التلميذ أقل قلقاً إذا لم يكن إيجاد الجواب الصحيح في مركزية الدرس. مثلاً، هم يتعلمون أن لديهم المجال ليكونوا مبدعين بطريقة وصولهم وطرحهم للمسألة. المهم أن التلاميذ الأقوياء في حل المسائل ليس بالضرورة أن يكونوا أقوياء في طرح الأسئلة. عادةً نحن نشيد ونكافئ الذين يحلون المسائل أسرع.

بطريقة تقييم طرح الأسئلة، نحن نخلق فرص امتياز لكثير من التلاميذ، خاصة للتلاميذ الذين عليهم بذل جهد أكبر للرياضيات.

طرح الأسئلة تشغل التلاميذ في العمل الرياضي، وهي إحدى التوصيات الهامة في معايير الـ NCTM (2000). عليهم التمعن عن قرب بوضع معين، أغراض ومعطيات لكي يطرحون أسئلة.

كذلك، يتحمل التلاميذ مسؤولية الرياضيات التي تناقش في الصف. بدلاً من أن يكون كتاب التدريس أو المعلم المصدر الوحيد للمسائل، يشترك التلاميذ في إنتاج وتطوير أسئلة رياضيات



ذات أهمية. خلق جو كهذا بالتأكيد يجعل الرياضيات مثيرة أكثر، وله تأثير حاسم على توجه التلاميذ نحو الرياضيات (National Research Council 2001). يرى التلاميذ أنفسهم قادرين ومفكرين رياضيين فعالين. الجهد لتغيير معتقدات التلاميذ حول قدراتهم في العمل الرياضي هو أحد الفوائد الأكثر إقناعاً لطرح الأسئلة. ماريون وزميلها ستيفن براون ، يؤمنون بقوة بأن "الموقف المرح اتجاه متغيرات المسألة هو مركب أساسي للمخ الباحث وكلما حصل المتعلمون على فرص أكثر لتغيير مسألة معطاة ... يفهمونها بشكل أفضل " (Whitin and Cox, p.36).

## المصادر

- Brown, Stephen I., and Marion I. Walter. *The Art of Problem Posing*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1983/2005.
- Brown, Stephen I., and Marion I. Walter, eds. *Problem Posing: Reflections and Applications*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.
- Bush, William S., and Ann Fiala. "Problem Stories: A New Twist on Problem Posing." *Arithmetic Teacher* 34 (April 1986): 6-9; reprinted in *Problem Posing: Reflections and Applications*, edited by Stephen I. Brown and Marion I. Walter, pp. 167-73. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.
- English, Lyn. "Engaging Students in Problem Posing in an Inquiry-Oriented Mathematics Classroom." In *Teaching Mathematics through Problem Solving: Prekindergarten-Grade 6*, edited by Frank K. Lester and Randall I. Charles, pp. 187-98. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2004.
- National Research Council. *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington DC: National Academy Press, Mathematics Learning Study Committee, 2001.
- Polya, George. *How to Solve It*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1971.
- Walter, Marion I. "Frame Geometry: An Example in Posing and Solving Problems." *Arithmetic Teacher* 20 (October 1980): 16-18.
- \_\_\_\_\_. "Generating Problems from Almost Anything." In *Problem Posing: Reflections and Applications*, edited by Stephen I. Brown and Marion I. Walter, pp. 302-16. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.
- \_\_\_\_\_. *Boxes, Squares, and Other Things: A Teacher's Guide for a Unit on Informal Geometry*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1995.
- \_\_\_\_\_. "Curriculum Topics through Problem Posing." In *Talking Mathematics: Supporting Children's Voices*, edited by Rebecca B. Corwin, pp. 141-47. Portsmouth, NH: Heinemann, 1996.
- Whitin, David and Robin Cox. *A Mathematical Passage: Strategies for Promoting Inquiry in Grades 4-6*. Portsmouth, NH: Heineman, 2003.