

קישור ההוראה לחשיבה של התלמידים

Connecting Instructional Practice to Student Thinking

מאת : Patricia F. Campbell

הופיע ב: Teaching Children Mathematics , Vol. 4 No.2, Oct. 1997, pp. 106-110

תרגום : ברכה סגליס

במהלך חמש עשרה השנים האחרונות, חקרו מחקרים רבים את הלמידה של ילדים במתמטיקה. מחקרים אלה מראים שכאשר מאפשרים להם, ילדים ניגשים לעיתים קרובות לפתרון בעיות בדרכים השונות מאלה שהמבוגרים נוהגים להשתמש בהן. הגישות והאסטרטגיות שבהם משתמשים ילדים בבואם לפתור בעיות, הן הגיוניות וניתנות להבנה כאשר מפרשים אותם במונחי החשיבה של ילדים ובמונחי רמת ההבנה העכשווית של הילדים (Campbell and Johnson 1995). המחקר מראה שהוראה התומכת ובונה על החשיבה של הילדים, היא בעלת משמעות לילדים ומקדמת את ההבנה המתמטית שלהם (Fennema et al. 1993 ; Hiebert and Wearne 1993).

עם זאת, כפי שיכולה להעיד כל מורה, התגובות המתמטיות הראשוניות של ילדים לא תמיד הולמות את הסטנדרטים להוראת מתמטיקה של החברה. כלומר, אסטרטגיות הפיתרון והתשובות שילדים מציעים, ניתנות להבנה כאשר מפרשים אותם מנקודת המבט של חשיבת הילד, אך לפעמים במהלך ההוראה, אסטרטגיות ותשובות אלה עלולות להיות לא נכונות, לא הגיוניות, לא שלמות, או לא יעילות, כאשר בוחנים אותן במונחים של תפיסת המתמטיקה על ידי החברה הבוגרת. האתגר שמורים עומדים בפניו באופן קבוע, הוא כיצד להשתמש בהבנה הראשונית של ילדים כדי לתמוך באופן מונע בהתפתחות המתמטית **המתמשכת** שלהם. ההוראה חייבת להתבסס על הרעיונות הקיימים אצל הילדים, כדי שהילדים יבנו באופן הדרגתי הבנה מתקדמת יותר ובו זמנית יראו את המתמטיקה כ"בעלת היגיון". חשוב שכל ילד יוכל לחשוב, לנמק ולהסביר את המתמטיקה בביטחון. בסופו של דבר הבנה זו צריכה להיות עקבית עם סטנדרטים מבוססים למתמטיקה. אי לכך, לא ניתן לקדם את ההוראה מבלי לקחת בחשבון הן את התוכן המתמטי והן את ההבנה העכשווית של הילדים.

ההוראה המסורתית של המתמטיקה התמודדה עם אתגר זה בהתמקדות על ההדגמה של המורה ובהסברים, לפעמים תוך שימוש בעזרי המחשה כדי להדגיש את המשמעות אליה התכוונו, והילדים נדרשו להתבונן, להקשיב ולתרגל. שיטה זו מדגישה בדרך כלל את דרכי המבוגרים לעשיית מתמטיקה. אבל, הוראה המוגדרת בעיקר במונחים של פעולות המורה ובמשימות תרגול של התלמידים, מתעלמת ממרכיב הכרחי. מה הילדים חושבים? האם הדרכים שבהם ילדים ניגשים למתמטיקה מדויקות באותה מידה ואולי משמעותיות יותר עבורם? האם הדרכים של הילדים שגויות מבחינה מתמטית או לא יעילות?

מורים צריכים גם לשאול, **מדוע** ילדים חושבים כפי שהם חושבים? אם החשיבה של ילדים לא תילקח בחשבון, מורים יעשו החלטות הקשורות להוראה ללא מידע מכריע שיכול להציע תובנות

חשובות. מתוך מחשבה זו, הקרן הארצית למדע מימנה את פרויקט IMPACT (Increasing the Mathematical Power of All Children and Teachers), שהטמיע וביצע הערכה על מודל חדש להוראה של מתמטיקה יסודית בבתי ספר עירוניים שמרבית תלמידיהם הם מהמיעוטים. התוצאות של פרויקט זה מחזקות את הרעיון שכאשר מורים חושבים יותר לעומק על האופן שבו ילדים מבינים ו"בונים" משמעויות מתמטיות, הם יכולים לעשות החלטות בקשר להוראה שלהם ולארגן את הכיתה שלהם באופנים שתומכים ומעודדים למידה מתמטית משמעותית יותר, המתבטאים בעליה ניכרת בהישגי התלמידים. בנוסף על כך, הוראה להבנה מניבה צמיחה של ילדים בכל רמות היכולת. הדוגמאות הבאות של חשיבת הילדים לקוחות מתוך פרויקט IMPACT.

בנייה על ההבנות המתחילות

ערך המקום הוא מושג מתמטי חיוני בכיתות היסוד, ומחקר ניכר מוקדש להבנה המתחילה של ילדים בנושא זה. במיוחד Steffe ועמיתיו (Steffe, Cobb and von Glasersfeld 1988) בדקו כיצד ההבנה של ילדים בנושא ערך המקום נעשית מורכבת יותר. המחקר שלהם מגלה שהרעיונות של ילדים אודות ערך המקום מתפתחים באופן הדרגתי מ-א) תפיסת מספרים כיחידות של אחד וספירה באחדות, או ספירת המשך באחדות; ל-ב) ספירה בקבוצות, או ספירת המשך בקבוצות, כמו קבוצות של שתיים, חמש, או עשר; ל-ג) עבודה בנפרד על העשרות ועל היחידות שמרכיבות מספרים; ל-ד) לבסוף, ביצוע תכלול והתאמה גמישה בין העשרות והיחידות בתוך מספרים. לאחר שלקחו בחשבון את המורכבות הכרוכה בהבנת רעיונות של ערך המקום, מורים רבים בפרויקט IMPACT החליטו לתמוך תחילה בספירה של ילדים ובדרכים לייצג מספרים דו-ספרתיים. לאחר מכן, הם השתמשו בבעיות מילוליות ובבעיות חקר כמסגרת שבה הילדים בחנו כיצד ניתן להרכיב, לפרק ולהתייחס למספרים דו-ספרתיים. לבסוף, כאשר דרכי העבודה של הילדים הפכו לשגרה, תחילה עבור חיבור ואחרי זה עבור חיסור עם פריטה, דרשו מהילדים לייצג את עבודתם בכתב באופן סימבולי. המורים ציפו שיהיו הבדלים בגישות המומצאות של הילדים לפתרון בעיות שבהן נדרש ארגון מחדש של המספר (regrouping), ושכתוצאה מכך גם הייצוגים הכתובים שלהם לגישות אלה יהיו שונים.

המורים לא הציגו לתלמידים בעיות וחיכו פשוט שיקרה נס. מתוך תוצאות המחקרים הם ידעו כיצד החשיבה של ילדים אודות מספרים דו-ספרתיים עשויה להשתנות עם הזמן. תוכנית הלימודים האזורית כללה מטרות ספציפיות בקשר לערך המקום ולארגון המספר מחדש, שמהם השתמע שהאלגוריתמים של התלמידים צריכים להיות נכונים מבחינה מתמטית, יעילים, וניתנים להכללה, אבל הילדים לא נדרשו להשתמש באלגוריתם מסוים. האתגר איתו התמודדו המורים היה להקשיב לחשיבה של תלמידיהם ולפרש את ההסברים שלהם. כיצד כל ילד פתר בעיות העוסקות במספרים דו-ספרתיים? עד כמה התקדמו הרעיונות של הילד אודות ערך המקום? האם הילדים מתקדמים לקראת המטרות המתמטיות המיועדות? מה היה חסר? מה היה שגוי? איזו בעיה, פעילות או שאלה נדרשת כדי להביא להבנה נוספת, להעמיק את ההפשטה, או לגרום לבחינה מחדש של רעיון קיים?

הדוגמאות הבאות ממחישות את השילוב הקריטי שבין החלטות ההוראה של המורים לבין החשיבה של הילדים.

בכיתה ב' של דסמונד השתמשו בקוביות מתחברות, בדידי כוח עשר, ולוחות מאה כדי לייצג מספרים דו-ספרתיים ולאפיין הן דפוסי מספרים והן קשרים מספריים מעבר למספרים הדו-ספרתיים. הם עדיין לא חקרו אלגוריתמים כתובים לחיבור עם העברה. כאשר הציגו לפניו את הבעיה $25 + 37 = \underline{\quad}$ הציע דסמונד את ההסבר המופיע באיור 1.

איור 1: דסמונד מתחיל בספירה בחמישות

$$\begin{array}{r} 25\ 30 \\ 35\ 40 \\ 45\ 50 \\ \hline 25 + 37 = 55\ 60 \end{array}$$

דסמונד: [כותב תוך כדי דיבור] 25, 30. בוא נראה, 35, 40, 45. בוא נראה, 50. אני הולך ל... [טופח עם העיפרון על כל אחד מן המספרים מ-30 עד 50, כשהוא סופר בלחש. לאחר מכן הוא ממשיך לדבר ולכתוב] 55, 60. [ראו איור 1] או. קי. ועוד ה-7.

מורה: ועוד 7?

דסמונד: סי, זה הולך להיות 62. בגלל שכבר לקחתי... לקחתי 5 מה-7 כדי לעשות אותו 35.
מורה: א, הא

דסמונד: ואז זה היה 60. אז הוספתי את ה-2, 62. [רושם מחדש את הבעיה במאונך ובמאוזן, עם התוצאה של 62. ראו איור 2.]

איור 2: דסמונד רשם את הבעיה מחדש במאונך ובמאוזן

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 37 \\ \hline 62 \\ 25 + 37 = \underline{62} \end{array}$$

האסטרטגיה של דסמונד מראה שהפירוש שלו לבעיה זו כרוך בספירה קדימה של שלושים ושבע יותר, החל מעשרים וחמש. עם זאת, דסמונד לא ספר מעשרים וחמש כלפי מעלה, באחדות. במקום זאת הוא קיבץ או עשה ספירת המשך בחמשות עד שנוספו בסך הכל שלושים וחמש (שבע ספירות של חמש). בתהליך זה נותר להוסיף עוד שניים ("בגלל שכבר לקחתי... לקחתי 5 מה-7"). מתוך חשיבה על מסקנות המחקרים של ערך המקום, המורה של דסמונד לא דרשה מתלמידיה להתחיל עם שימוש בקבוצות של עשר, והיא לא ציפתה בהתחלה שתיעשה הקבצה.

למעשה, כאשר הרעיון של יצירת קבוצות כדי לספור כמות גדולה של עצמים הוצע על ידי אחד הילדים, הכיתה שיערה שגודל הקבוצה האידיאלי צריך להיות שבע! בזמן שראיון זה נערך, דסמונד עבר את השלב של הקבוצה לשבע. אבל, הוא לא עשה הקבוצה מחדש ולא השתמש ביחידה של עשר, למרות שבדידי כוח עשר היו זמינים בכיתתו. בתקופה שבה נערך ראיון זה, המורה של דסמונד שקלה להסיר את הקוביות המתחברות מהכיתה כדי לעודד הקבוצות לעשר. תלמידים רבים הפסיקו כבר לייצג ולספור באחדות עם הקוביות המתחברות, מתוך ראייה שגישה זו איטית מדי ונוטה לגרום לטעויות. המורה ציינה לעצמה שכאשר התלמידים פותרים בעיות חיבור עם העברה המוצגות כתרגילי חישוב במאוזן, או בתוך בעיות מילוליות, תלמידים אחדים בכיתה התחילו לעבוד עם עשרות ויחידות בנפרד. תלמידים אלה קבעו את המספר הכולל של העשרות ולאחר מכן עשו התאמות עבור יתרת היחידות. המורה ציינה לעצמה להתחיל למקד את שאלות ה- מדוע? ו- כיצד? כך שיבליטו גישות אלה, כדי שיותר ילדים יחשבו על הסברים כמו זה שקורין נתנה:

קורין: זה 50 [מצביעה על ה- 2 וה- 3 במספרים 25 ו- 37]. 57 [מצביעה על ה- 7 ב- 37], 58, 59, 60, 61, 62.

בשתי האפיזודות האלה, ההסברים של הילדים היו נכונים מבחינה מתמטית. המורה הבחינה שההבנה של הילדים בכיתה לא היתה עדיין שלמה, אבל התקדמה בהתמדה. החלטות ההוראה שלה שעסקו בהגדרת הבעיה, מידת הנגישות של חומרי המחשה, והשאלות ששאלה, היו מכוונות לתמיכה והמרצה של התפתחות זו.

התמודדות עם תפיסות שגויות במתמטיקה

לפעמים ההסברים של ילדים אינם נכונים מבחינה מתמטית. למעשה, הסברים של תלמידים עשויים לחשוף חוסר הבנה מוחלט, או תפיסות הסותרות מצבים מתמטיים מקובלים. המורות בפרויקט IMPACT ציינו שכאשר עמדו לראשונה מול הסברים שגויים, הן באופן מפורש כוונו את חשיבת הילדים. אבל, כאשר הילדים נתבקשו בהמשך לפתור בעיות דומות, המורות שמו לב שהסברים חלקיים הופיעו בשכיחות גבוהה והתפיסות השגויות התמידו. לדוגמה בבעיה הבאה:

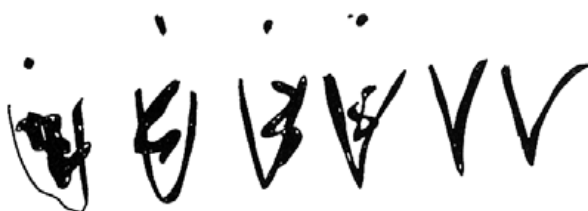
חברת "פרוזן יוגורט" מוכרת ששה סוגים של יוגורט קפוא וארבעה סוגים של ציפויים. בגביע של יוגורט יש סוג אחד של יוגורט וסוג אחד של ציפוי. כמה סוגים שונים של גביעי יוגורט יכולה החברה לייצר?

במהלך ראיון ביטאה שינה תפיסה שגויה הרווחת אצל ילדים בכיתה ד'.

שינה: [קוראת את הבעיה שלוש פעמים, ואז קוראת שוב את השאלה הסופית]. "כמה סוגים שונים של גביעי יוגורט יכולה החברה לייצר?" ששה סוגים של יוגורט קפוא וארבעה סוגים של ציפויים. או. קי. הנה גביע אחד [מציירת גביע, כפי שרואים באיור 3], עוד גביע [מציירת אותו]. [ממשיכה לצייר בדממה עוד ארבעה גביעים כדי לייצג את גביעי היוגורט]. או. קי. ארבעה סוגים של ציפויים. [קוראת שוב]. " בכל גביע יש סוג אחד של יוגורט וסוג אחד של ציפוי." אה. "כמה סוגים שונים של גביעי יוגורט יכולה החברה לייצר?" אה, רק ארבעה סוגים של יוגורט וציפויים.

איור 3: התפיסה השגויה של שינה

חברת "פרוזן יוגורט" מוכרת ששה סוגים של יוגורט קפוא וארבעה סוגים של ציפויים. בגביע של יוגורט יש סוג אחד של יוגורט וסוג אחד של ציפוי. כמה סוגים שונים של גביעי יוגורט יכולה החברה לייצר?



מורה: אז מהי התשובה שלך?

שינה: ארבעה.

מורה: או. קי. האם תוכלי להראות לי מדוע? יש לך פה ששה סוגים של יוגורט [מצביעה על הציור], ומה קורה?

שינה: לא. אני הלכתי לעשות משהו כמו... משום שאמרו פה, "בגביע של יוגורט יש סוג אחד של יוגורט וסוג אחד של ציפוי.", [מראה איפה צריך לקרוא בטקסט], הלכתי לעשות אחד. וזהו היוגורט [מוסיפה שרבוטים בתוך הגביע הראשון] והציפוי [מציינת נקודה מעל הגביע הראשון]. זה כמו הרבה ציפוי [מצביעה על הנקודה]. זה אחד [מצביעה על הגביע הראשון עם השרבוטים והנקודה]. והיוגורט [מוסיפה שרבוטים לגביע השני] זה [מציינת נקודה מעל הגביע השני] וזה, וזה זה [מוסיפה שרבוטים בשני גביעים נוספים ונקודה מעל כל גביע]. אבל כתוב ש-"בגביע של יוגורט יש סוג אחד של יוגורט וסוג אחד של ציפוי." ויש רק ארבעה סוגים של ציפויים, אז אמרתי רק ארבע.

המורה של שינה ידעה שאם היא פשוט תאמר לה לשנות את הציור שלה, זה לא יהיה מספיק. שינה עדיין האמינה שניתן לצפות רק ארבעה גביעים של יוגורט קפוא, משום שנאמר שיש רק ארבעה סוגים של ציפויים. קבוצה של מורות בכיתה ד' החליטה לטפל בתפיסה שגויה זו ששינה ביטאה, על ידי כך שנתנו לתלמידים בכיתותיהן להכין ממש גביעים של יוגורט קפוא. הילדים ראו ברצון שניתן לקשר כל סוג של ציפוי ליותר מסוג אחד של יוגורט קפוא. לאחר מכן המורות ביקשו מתלמידיהן למצוא דרכים לשרטט צורות או טבלאות אשר תייצגנה את כל האפשרויות, משום ש-"לא ניתן להכין גביעי יוגורט קפוא אמיתי כל יום!" (כמאמר אחד הילדים). לבסוף, לאחר שפתרו מספר בעיות מסוג זה, יחד עם שאלות מתמשכות ודיונים, הילדים ראו את הדפוס ויצרו את הקשר עם המשמעות של הכפל.

האתגר של ההוראה

מורים המצפים מכל תלמידיהם להסביר ולהצדיק את האסטרטגיות והפתרונות שלהם, לא מניחים מראש שכל תגובה שהילד ייתן תהיה נכונה, שלמה, או מתפרשת בקלות. חריגה מההוראה המסורתית של המתמטיקה, אין פרושה נטישת הסטנדרטים של מה שנכון מתמטית, ניתן להכללה או יעיל. מורים מבצעים החלטות הוראה בקביעות. האתגר הוא להאזין לחשיבה של הילדים ולקחת בחשבון הן את ההבנה העכשווית של הילדים והן את הציפיות המתמטיות של החברה.

יחד עם זאת, מורים צריכים להבטיח שכל הילדים משתתפים בדיונים כיתתיים ובחקירות. יש ילדים שמשתוקקים לחשוף את הרעיונות שלהם, אחרים נוטים להימנע מכך. יש לצפות מכל הילדים לתרום ולהסביר. כאשר ילדים מציעים את האסטרטגיות שלהם, יהיו הבדלים ניכרים ברמות התחכום שלהם או בדיוק המתמטי. האתגר הוא לקדם את הצמיחה המתמטית של כל ילד ולשמור על ציפיות גבוהות, מבלי לפחת את רמת ההבנה העכשווית של אף ילד.

מחקר פעולה – רעיון 1

שימו בכיסך רשמקול קטן. הקליטו שיעור מתמטי טיפוסי. כאשר תקשיבו להקלטה, שאלו את עצמך את השאלות הבאות:

- האם אני מבקשת מן הילדים להסביר כיצד פתרו את הבעיה, מבלי להגיד להם קודם האם הגישה שלהם נכונה או לא?
- האם אני שואלת שאלות המשך שיעזרו לי לפרש את החשיבה שלהם, או כדי להדגיש או לשכלל רעיונות?
- אם ילד מסביר תשובה שגויה ולא עושה תיקון עצמי, האם אני שואלת שאלות כדי לעודד בחינה מחדש של חלק מסוים מההסבר השגוי, או האם אני בדרך כלל מתקדמת הלאה וקוראת למישהו אחר להסביר שיטה אחרת?
- האם אני מבקשת מן הילדים להסביר מדוע השתמשו באסטרטגיה מסוימת, או להצדיק את הגישות או הפתרונות שלהם?
- האם אני מחפשת שיטות שונות ומבקש מן הילדים למצוא את הדומה והשונה בין גישות כדי להכליל רעיונות מפתח?
- האם אני מצפה מכל הילדים לפתור בעיות באותו האופן? כאשר אני מבקשת מן הילדים רעיונות לגבי אופן פתרון בעיה, האם אני בעצם מחכה עד שאקבל את התשובה שאני רוצה, כדי שאוכל להדגים דרך נכונה אחת?
- האם אני נותנת לילדים מספיק זמן לחשוב לפני שאני מצפה לתשובה? כמה זמן, בשניות, אני מחכה?
- האם אני מעודדת את הילדים לשאול זה את זה שאלות?

בחרו להתמקד באחת או שתיים מתוך התנהגויות אלה. נסו לערוך רפלקציה על דפוסים אלה במהלך תקופת הוראה של ששת השבועות הבאים. לאחר מכן הקליטו שיעור נוסף. השוו את שתי ההקלטות. באילו שינויים אתן מבחינות?

מחקר פעולה – רעיון 2

הכינו תרשים ישיבה של הכיתה שלכן ורשמו את שמות הילדים בתוך מלבנים. במשך שני שיעורים עוקבים במתמטיקה, החזיקו תרשים זה איתכן וסמנו 'נ' במלבן של ילד, כאשר הוא מתבקש לענות על שאלה העוסקת בעובדות או בשאלה מרמה נמוכה, או להציג פרוצדורה שפותחה מראש. סמנו 'ג' במלבן של ילד כאשר הוא מתבקש לענות לשאלה מרמת חשיבה גבוהה, משתף בהשערה או גישה אפשרית, מסביר אסטרטגיה, או מצדיק פיתרון. סמנו 'ש' במלבן של ילד, כאשר הוא שואל שאלה, אותך או את עמיתיו, במהלך דיון כיתתי.

- נתחי את הרישום שעשית על ידי הכנת טבלה של כל שמות הבנות וטבלה של כל שמות הבנים. עבור כל ילד רשמי את סכום הפעמים שסימנת לו 'נ', 'ג', או 'ש'. לאחר מכן רשמי את הסכומים עבור כל הבנים ועבור כל הבנות.
- הכיני טבלה חדשה המקבצת את תלמידי הכיתה לפי היכולת הנצפית שלהם. רשמי את שמות כל הילדים שנמצאים לדעתך בשליש הגבוה של הכיתה בשיעורי המתמטיקה, לאחר מכן את שמות השליש האמצעי ואת שמות השליש הנמוך. רשמי את מספר הסימנים השונים עבור כל ילד. לאחר מכן סכמי את הסימנים השונים עבור כל קבוצה.
- אם בכיתתך יש ילדים מקבוצות אתניות שונות, הכיני טבלה נוספת המקבצת אותם בהתאם לקבוצה האתנית שלהם. כמו קודם, רשמי את מספר הסימנים השונים עבור כל ילד. לאחר מכן, סכמי את הסימנים השונים בתוך כל קבוצה.

התבוננו בנפרד בכל אחת משלוש הטבלאות. האם סכום הסימנים של 'נ', 'ג', ו- 'ש' היה זהה בכל קבוצה? האם לקבוצה אחת בטבלה היו יותר 'נ', 'ג', או 'ש'? האם לאחת הקבוצות היו פחות 'נ', 'ג', או 'ש'? מה אומרת לכם תוצאה זו? האם אתן נוקטות בשאלותיכן צעדים שיבטיחו שכל תלמיד יקבל הזדמנות אמיתית להיות עסוק בחשיבה, להיות מאתגר וללמוד? לאחר מכן קחו את הטבלה שקובצה לפי מין וסכמו את כל ה- 'נ', 'ג', ו- 'ש' של כיתתכן. בדקו את הדפוס של שאלותיכן. האם יש יותר 'נ' או יותר 'ג'? מהי המשמעות של תופעה זו? איך זה בהשוואה למספר ה- 'ש'? אם עולים דפוסים של הוראה-תקשורת שהייתן רוצות לשנות, התמקדו בהם לתקופה של שלושה שבועות. לאחר מכן, ערכו שוב רישום של הכיתה בשני שיעורים עוקבים במתמטיקה. השוו את התרשימים. באילו שינויים אתן מבחינות?

ביבליוגרפיה

- Campbell, Patricia F. and Martin L. Johnson. "How Primary Students Think and Learn." In *Seventy-five Years of Progress: Prospects for School Mathematics*, edited by Iris M. Carl, 21-42. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1995.
- Fennema, Elizabeth, Megan L. Franke, Thomas P. Carpenter, and Deborah A. Carey. "Using Children's Mathematical Knowledge in Instruction." *American Educational Research Journal* 30 (fall 1993): 555-83.
- Hiebert, James, and Diana Wearne. "Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic." *American Educational Research Journal* 30 (summer 1993):393-425.
- Steffe, Leslie P., Paul Cobb, and Ernst von Glasersfeld. *Construction of Arithmetical Meaning and Strategies*. New York: Springer-Verlag, 1988.