احترام توجهات حلّ الطلاب يساعد المعلمات في الاستفادة من قوة المسائل الكلامية.

بقلم: Victoria R. Jacobs and Rebecca C. Ambrose

ظهر في:

Teaching Children Mathematics, 16 (5), Dec.2008 - Jan.2009, pp. 260-266

ترجمة: كميل ضاهر

لا مكان بعد الآن للمزيد من سيناريوهات القطارات "المراوغة"!

المسائل الكلامية (القصصية) هي بمثابة عنصر هام في منهاج الرياضيات، إلا أن العديد من البالغين يرتجفون عندما يتذكرون تجاربهم معها، ويتذكرون عادة مسائل القطار من مادة الجبر في المدرسة الثانوية. وبالمقابل، تبيّن الأبحاث أن المسائل الكلامية يمكنها أن تكون أداة قوية في جذب الطلاب إلى الرياضيات، ويتمتع العديد من الطلاب في إيجاد معنى لهذه الأوضاع (NCTM 2000; NRC 2(01). إن احترام توجهات الطلاب المتعلقة في المسائل الكلامية هو هام جدًا بحيث أنهم يبنون استراتيجيات منطقية بالنسبة لهم بدلاً من ترديد الاستراتيجيات التي لا يفهمونها.

لاستجلاء الكيفية التي تستطيع بها المعلمات الاستفادة من قوة المسائل الكلامية، اخترنا أن نبحث في أحاديث المعلمة – الطالب في مقابلات حلّ المسائل التي عملت فيها المعلمة في روضة الأطفال مع الطفل بشكل منفرد. المهارات المطلوبة لإجراء مقابلة مثمرة هي نفس المهارات الضرورية في الصف: يجب على المعلمات الملاحظة، الإصغاء، الاستفسار، تصميم مهام المتابعة، وما إلى ذلك. لقد ركزنا بحثنا في المقابلات لأن المقابلات تعزل محادثات المعلمة – الطالب الهامة هذه عن جوانب حياة الصف.

دعم وتوسيع التفكير الرياضي

بعد تحليل مقابلات مصورة بالفيديو لحلّ المسائل أجرتها 65 معلمة قابلن فيها 231 طالبًا يحلون 1,018 مسألة قصصية، قمنا بتحديد 8 فئات من إجراءات المعلمة (أي، أعمال متعمدة) كانت مثمرة فيما يتعلق بتعزيز المحادثات الرياضية عندما تم توقيتها بشكل صحيح. لقد نظرنا بشكل منفرد إلى (أ) الإجراءات الداعمة التي استخدمتها المعلمة قبل وصول الطالب إلى الإجابة الصحيحة و (ب) الإجراءات الموسعة التي استخدمتها المعلمة بعد أن أعطى الطالب الإجابة الصحيحة. نريد أن نوضّح أن الفئات الثماني من إجراءات المعلمة التي نعرضها هي ليست معدة لأن تكون قائمة مرجعية تستخدمها المعلمة في كل مسألة. بدلاً من ذلك، إننا نعتبر هذه الإجراءات بأنها صندوق أدوات تستطيع المعلمة أن تختار منها، بعد التفكير في الوضع الخاص والأهداف التعليمية. في خضم التعليم، تنبع الإجراءات الأكثر فعالية كاستجابة على ما يقوله أو يفعله الطالب، ولذلك، لا يمكن التخطيط لها. ونظرًا لكون الاستجابة بشكل استراتيجي لتفكير الطلاب الرياضي هو أمر يشكل تحديًا، فقد قمنا بتحديد فئاتنا الثماني من إجراءات المعلمة في مسعى لنا لمساعدة المعلمات في اتخاذ القرار هذا.

قبل أن يتم إعطاء إجابة صحيحة. عندما يواجه الطالب صعوبة أو يصل إلى إجابة خاطئة، يجب على المعلمة أن تحدد كيف ومتي يتعين عليها التدخل من أجل تسهيل

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

دفع الطالب قدمًا من دون الاستيلاء على تفكيره. يتطلب دعم تفكير الطالب الرياضي أن تدخل المعلمة إلى "عقل الطالب" (Ginsburg 1997) بقدر ما هو ممكن، وذلك من

أجل تحديد ما الذي يمكنه أن يكون مصدر الصعوبة. عندها يجب على فرضيات المعلمة أن تكون بمثابة الدافع وراء الاختيارات التي يتم تحديدها. نظرًا لأنه من الممكن أن يكون "الدخول إلى عقل الطالب" مهمة صعبة، تحتاج المعلمة إلى أن تكون مرنة ومستعدة لاستكشاف توجهات داعمة مختلفة. بموجب تحليلنا، قمنا بتحديد أربع فئات عادة ما تستخدمها المعلمات في دعم تفكير الطالب قبل أن يصل إلى الإجابة الصحيحة (أنظر **الجدول 1**).

جدول 1: إجراءات المعلمة لدعم تفكير الطالب قبل إعطاء إجابة صحيحة

الفئة	أمثلة على إجراءات المعلمة
التأكد من أن الطالب يفهم المسألة	▪ اطلبي منه تفسير ما يعرفه عن المسألة. ▪ أعيدي صياغة المسألة أو توضيحها. ▪ استعملي سياقًا مألوفًا أو شخصيًا بشكل أكبر في المسألة.
تغيير الرياضيات التي في المسألة بحيث تلائم مستوى فهم الطالب	▪ غيري المسألة لأعداد أسهل. ▪ غيري المسألة لمبنى رياضي أسهل.
استيضاح ما قد قام به الطالب	▪ اطلبي منه تفسير الاستراتيجية الجزئية أو الخاطئة. ▪ اطرحي أسئلة محددة تستوضح ارتباط ما قام به بالكميات والعلاقات التي في المسألة.
تذكير الطالب باستعمال استراتيجيات أخرى	▪ اقترحي عليه التفكير في استعمال وسيلة إيضاح أخرى. ▪ اقترحي عليه التفكير في استعمال استراتيجية أخرى. ▪ ذكريه باستراتيجيات ذات صلة كان قد استخدمها في السابق

التأكد من أن الطالب يفهم المسألة. تستطيع المعلمة أن توفر الدعم بواسطة مساعدة الطالب

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

في تطوير فهم للمسألة قبل أن يتم حلها. تشمل إجراءات المعلمة النموذجية إعادة قراءة المسألة عدة مرات وسؤال الطالب عن كميات معينة في المسألة (مثلاً، "كم عدد الجراء في الحديقة؟") إحدى حيل هذا التكرار هو الطلب من الطلاب تفسير المسائل بكلماتهم الخاصة بهم. وتستطيع المعلمة، من خلال الاستماع إليهم وهم يصفون مسألة قصصية بأكملها، أن تحدد ما يفهمه وما لا يفهمه الطلاب.

كذلك تستطيع إعادة تشكيل المسألة أو تفصيلها وذلك من أجل المساعدة في جذب الطالب. وعادة ما يتضمن هذا التفصيل استعمال سياق مألوف بشكل أكبر أو إضفاء طابع شخصي بحيث يمثل الطالب وأصدقاؤه شخصيات القصة. على سبيل المثال، طلب من طفل في الروضة حلّ المسألة التالية:

يوجد لدى المعلمة 12 قلم رصاص وثلاث سلال. إذا كانت تريد أن تضع نفس عدد الأقلام في كل سلة، ما هو عدد الأقلام الذي يجب عليها أن تضعه في كل سلة؟

صنع الطالب كومة من 15 مكعبًا واستمر في إعادة تنظيمها. كرد فعل على ذلك، قررت المعلمة رينولدز تفصيل وشخصنة المسألة من خلال إشراك الصف وجعل الطالب يمثل شخصية المعلمة في الصف.

إن تعليم المعلمة الأنجع يأتي كرد فعل لما يقوله أو يفعله الطالب.

دعني أغير ذلك قليلاً. لنجرب ذلك. يوجد لدى المعلمة رينولدز ثلاث سلال. يوجد لدي ثلاث سلال، ,لدي 12 قلمًا في يدي، وأقول لنفسي، "يجب علي أن أفعل شيئًا مع هذه الأقلام". لا يمكنني أن أتجول طوال النهار وهي معي! ماذا يجب علي أن أفعل بهذه الأقلام؟ سأضع بعضًا منها بحيث يتسنى للطلاب القدوم وأخذها." لكن عندها أفكر، "من المفضل أن أضع عددًا منها في كل سلة. ولكن، إذا قمت بوضع قلمين في سلة وبعدها عشرة أقلام في سلة أخرى، هذا ليس عادلاً. لذلك قمت بوضع نفس عدد الأقلام في كل سلة." كم عدد الأقلام التي سأضعها في كل واحدة من هذه السلال بحيث يكون في جميع السلال نفس عدد الأقلام؟

لم تغيّر هذه القصة المفصلة من مبنى المسألة الرياضي ولكن جعلتها حقيقية بشكل أكبر بالنسبة للطالب، وفي هذه الحالة، حلّت الطالبة المسألة بشكل صحيح بواسطة استعمال طريقة التجربة والخطأ لإنشاء ثلاث كومات تتكون كل واحدة منها من أربعة مكعبات. قد يبدو تفصيل القصة مناف للمنطق لأنه يسير بعكس التوجه التقليدي المتعلق بمساعدة الطلاب في تحديد الكلمات الرئيسية أو المعلومات غير المتصلة بالمسائل الكلامية. ولكن، عندما يتم تصميم التفصيل ليجعل المسألة ذات معنى، فمن المرجح أن يتفادى الطلاب التوجهات الميكانيكية لحل المسائل وبدلاً من ذلك العمل من أجل فهم منطق وضع المسألة.

تغيير الرياضيات لتلائم مستوى فهم الطالب. عندما لا يفهم الطلاب مسألة ما، حتى بعد محاولات لإعادة التعبير عنها أو تفصيلها، قد يكون تغيير المسألة ذاتها مجديًا. أحد أنواع التغيير هو استعمال أعداد أسهل. وبالتحديد، من شأن استعمال أعداد أصغر

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

أو ودية أكثر (مثل العشرات الكاملة) أن يساعدهم في الوصول إلى الرياضيات الكامنة وراء المسألة ما. بعد فهم المسألة الأسهل، عادة ما يكتسب الطلاب الثقة، ويستطيعون، في العديد من الحالات، فهم المسألة الأصلية.

وبشكل مشابه، ونظرًا لأن الأبحاث تبيّن أن الطلاب يعانون من صعوبة في بعض بنيات المسائل أكثر من البعض الآخر، فإن نوعًا آخر من التغيير يتمثل في استعمال بنية رياضية أسهل (Carpenter et al, 1999). على سبيل المثال، طلب من طالب في الصف الأول حلّ المسألة التالية:

هنالك 12 فأرًا في المنزل. تعيش 9 في الطابق العلوي. كم منها يعيش في الطابق السفلي؟

لأن مسائل الكل – الجزء مثل هذه المسألة ليس فيها عمل ضمّ أو فصل واضح، فإن

الطلاب عادة لا يعرفون كيفية ترابط الكميات فيها. صنع هذا الطالب مجموعة مكونة من تسعة مكعبات ومجموعة من إثني عشر مكعبًا ثم ضم المجموعتين من أجل الحصول على واحد وعشرين. بعد عدد من المحاولات غير الناجحة لمساعدة الطالب في المسألة، اختارت المعلمة أن تغيّر المسألة لتشمل عملية الفصل بشكل واضح. وبالتحديد، شرحت المعلمة أن "تسعة من هذه الفئران ستصعد إلى الطابق العلوي لتشاهد التلفزيون،" وكرد فعل، فصلت الفتاة الفئران التسعة عن مجموعة الإثني عشر، تاركة مجموعة من ثلاثة فئران. لقد أدى هذا التغيير في البنية الرياضية إلى أكثر من مجرد السماح للطالبة بحل المسألة بشكل صحيح. ومن خلال إعطائها إمكانية الوصول إلى مسألة أسهل لكنها ذات صلة، خلقت المعلمة فرصًا لمناقشة الكميات والعلاقات في كلتا المسألتين. وهكذا، مع المزيد من الاستجواب الماهر، تستطيع المعلمة استعمال فهم الطالبة للمسألة الثانية لمساعدتها في فهم المسألة الأصلية، وبشكل أكثر عمومًا، مسائل ذات بنية جزء – كل.

استكشاف ما قد فعله الطالب. عند مواجهة صعوبة في مسألة ما، يستطيع الطلاب أحيانًا تحديد الخطأ الذي ارتكبوه إذا ما تم حثّهم على توضيح الاستراتيجيات الجزئية أو غير الصحيحة. الأسئلة العامة، مثل "هل تستطيع أن تقول لي كيف حللت هذا" أو "ماذا فعلت أولاً؟" يمكنها أن تكون مجدية لبدء المحادثة، ولكن أسئلة المتابعة تحتاج بأن تسأل المعلمة عن تفاصيل استراتيجية الطالب، لذلك لا يمكن التخطيط لها مسبقًا. على سبيل المثال، طلب من طالب في الصف الأول حلّ المسألة التالية:

يوجد للقطة الواحدة أربع أرجل. كم عدد أرجل سبع قطط؟

وضع الطالب (ط) سبعة أقراص على شكل دمية دب. فقد رأى أنه يوجد لكل دمية دب رجلان ويدان، لذلك قام بعد رجلين لكل دمية دب، وأجاب "14". لاحظت المعلمة (م) أن ارتباكه نابع من الأقراص التي اختارها، فطرحت عليه أسئلة لتستوضح كيفية ارتباط عمله بسياق المسألة.

م: كم عدد أرجل الدب؟

ط: اثنتان،

م: كم عدد أرجل القطة؟

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

ط: أربع.

م: كم عددت؟ ما عدد الأرجل التي عددتها؟

ط: اثنتان.

م: هل هذا هو عدد أرجل القطة؟

ط: لا، يوجد لدى القطة أربع، ولدى الدببة اثنتان.

م: حسنًا. هل يمكنك أن تفعل ذلك مرة أخرى من أجلي؟

ط: آخذ أولاً قطة واحدة [يضع دمية دب واحدة]، ثم آخذ دب واحد [يضع دمية دب أخرى]، يوجد لهذه القطة أربعة أرجل وللدب رجلان.

م. هل يوجد هنالك دببة في القصة؟

ط: لا، هنالك قطط.

استمر هذا الحوار لبعض الوقت قبل أن يحلّ الطالب المسألة بشكل صحيح بواسطة عدّ أربع أرجل لدى كل دب ثم مرة أخرى بواسطة استعمال أداة مختلفة. بدأ الدعم الذي قدمته المعلمة بما كان قد فعله الطالب، وعن طريق أسئلة محددة، ساعدته في فهم كيفية ارتباط (وعدم ارتباط) استراتيجيته الأولى بالمسألة. تجدر الملاحظة أنه لم يكن بإمكانها التخطيط مسبقًا لهذه المحادثة، لأنها تطورت من خلال ملاحظتها الدقيقة لطريقة استعماله لدمية الدب.

تذكير الطالب باستعمال استراتيجيات أخرى. في بعض الأحيان يضلّ الطلاب طريقهم في استراتيجية معينة، وبدلاً من التخلي عن تلك الاستراتيجية لصالح إجراء فعّال أكثر، فإنهم يستمرون في استعمال طرق غير مجدية. تستطيع المعلمة المساعدة من خلال لفت انتباههم إلى التفكير بمرونة أكبر وتجربة توجهات بديلة. وفي بعض الأحيان يستطيع اقتراح بسيط لتجربة أداة أو استراتيجية مختلفة أن يعطي الطالب الإذن بالتقدم أو بإعادة توجيه ذاتي. قد تجد المعلمة أحيانًا أن اقتراح أداة معينة أو تذكير الطالب باستراتيجيات تم استعمالها في الماضي هو أمر مفيد.

على سبيل المثال، طلب من طالب في الصف الأول حلّ المسألة التالية:

لنتخيل أننا موجودون على طاولات الأكل في الحرش، وأتى إلى الطاولات أربعة من طيور النورس. وبعدها أتى إلى الطاولات سبعة طيور أخرى من طيور النورس. ما عدد طيور النورس الموجودة على طاولات الأكل؟

عدّت الطالبة أولاً أربعة، رافعة أحد الأصابع في كل مرة. بعدها قامت بخفض هذه الأصابع. بع ذلك، عدّت سبعة طيور، رافعة أحد الأصابع كل مرة. في هذه المرحلة، أصيبت الطفلة بارتباك، وهي تحدّق بأصابعها. واقترحت المعلمة، "هل تريدين تجربة ذلك مع المكعبات؟" أقامت الطالبة في الحال كومة من أربعة مكعبات وكومة أخرى من سبعة مكعبات ثم عدّتها معًا لتحصل على الجواب 11. لقد كانت واثقة من نفسها وعملت بنجاعة بعد أن بدأت في استعمال المكعبات. لم تخبر المعلمة الطالبة كيف

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

يتعين عليها حل المسألة لكنها شجعتها على التفكير في استعمال أداة تساعد بشكل أكبر في تمثيل المجموعتين؛ لم يكن لدى الطفلة ما يكفي من الأصابع لتبيّن 7 و 4 في نفس الوقت. يعكس هذا الدعم فهم المعلمة لاستراتيجيات التمثيل المباشر لدى الطلاب الذي يقومون من خلاله بتمثيل كلا المجموعتين قبل دمجهما معًا.

بعد أن يتم إعطاء إجابة صحيحة. إن حل مسألة كلامية بشكل صحيح بواسطة استعمال استراتيجية صحيحة هو مسعى رياضي هام. ولكننا نرى حل المسائل كسياق لإجراء محادثات رياضية، ولا يجب أن تنتهي هذه المحادثة عند التوصل إلى الإجابة الصحيحة. وبدلاً من ذلك، يستطيع المعلم أن يطرح أسئلة إضافية لمساعدة الطلاب في تعميق فهمهم للعمل المنجز وربطه بأفكار رياضية أخرى. لقد قمنا بتحديد أربع فئات، عادة ما تستخدمها المعلمات في توسيع تفكير الطلاب بعد أن يصلوا إلى الإجابة الصحيحة (أنظر **الجدول 2**).

جدول 2: إجراءات المعلمة لتوسيع التفكير لدى الطالب بعد إعطاء إجابة صحيحة

الفئة	أمثلة على إجراءات المعلمة
تشجيع التفكير في الاستراتيجية التي استخدمها الطالب.	▪ اطلبي منه تفسير استراتيجيته. ▪ اسألي أسئلة محددة توضح كيفية ارتباط تفاصيل استراتيجيته بالكميات والعلاقات الرياضية التي في المسألة.
تشجيع الطالب على استكشاف استراتيجيات إضافية والعلاقات بينها.	▪ اطلبي منه تجربة استراتيجية أخرى. ▪ اطلبي منه تجربة استراتيجية أخرى ذات صلة باستراتيجيته الأولية بطرق مقصودة (مثلاً، عدّ أنجع، أو تجريد ما قام به مع وسائل الإيضاح). ▪ اطلبي منه المقارنة بين الاستراتيجيات.
الربط بين تفكير الطالب وبين التدوين الرمزي.	▪ اطلبي منه كتابة تمرين عددي يلائم المسألة. ▪ اطلبي منه تسجيل الاستراتيجية.
تحضير مسائل متابعة ذات صلة بالمسألة التي أنهاها الطالب.	▪ اطلبي منه حل نفس المسألة أو مسألة مشابهة مع أعداد تشكل تحديًا بشكل أكبر. ▪ اطلبي منه حل نفس المسألة أو مسألة مشابهة مع أعداد تم اختيارها استراتيجيًا لتعزيز استعمال الاستراتيجيات الأكثر إحكامًا.

تعزيز التفكير في الاستراتيجية المستكملة للتو. بعد أن يحلّ الطالب المسألة بشكل صحيح، تستطيع المعلمة أن تطلب تفسيرًا للاستراتيجية أو توضيحًا حول منطق استعمال استراتيجية معينة بالنسبة للكميات والعلاقات الرياضية المعبر عنها في المسألة. إن من شأن توضيح هذه الأفكار أن يعزز فهم الطالب وأن يوفر للمعلمة نافذة

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

على ذلك الفهم. ومرة أخرى، الانتباه إلى التفاصيل هو أمر هام. على غرار أسئلة الدعم المعدة لاستكشاف استراتيجيات الطلاب الجزئية أو غير الصحيحة، كانت أسئلة المعلمات الموسعة مجدية إلى حد كبير عندما كانت محددة وعندما أتت كرد فعل على تفاصيل ما كان قد قاله أو قام به الطالب. على سبيل المثال، طلب من طالب في الصف الثاني حلّ المسألة التالية:

كان لدي هذا الصباح بعض الحلوى. عندها أعطيتك خمس قطع من الحلوى. بقي لدي الآن ست قطع من الحلوى. كم عدد قطع الحلوى التي كانت لدي هذا الصباح قبل أن أعطيتك بعضًا منها؟

حلّ الطالب هذه المسألة عقليًا بسرعة وشرح، "خمسة زائد خمسة، إذا أخذت واحد منها، هو عشرة وعندها واحد إضافي تصبح أحد عشرة، لذلك كان لديك إحدى عشر قطعة." غالبًا ما يقدم الطلاب الإجابات الصحيحة للمسائل من هذا المبنى، التي فيها

الكمية الأولية غير معروفة، من دون أن يفهموا عمليًا ما الذي يعثرون عليه. في هذه الحالة، حثّت المعلمة تفكير الطالب فيما يتعلق بهذه القضية:

م: كيف عرفت كيف تجمعهما؟

ط: لا أعرف، لقد جمعتهما.

م: حسنًا، فكر في ذلك. لماذا يبدو ذلك منطقيًا بالنسبة للمسألة؟

فكر الطالب في هذا السؤال لبعض الوقت وفي النهاية استعمل المكعبات ليمثل القصة وليقنع نفسه (والمعلمة) بأن أحد عشر كان الجواب الصحيح وفهم منطق القصة. تأكدت المعلمة، من خلال الطلب بأن يفكر أكثر في استراتيجيته، من أنه كان يفهم المنطق في الرياضيات.

تشجيع الطالب على استكشاف الاستراتيجيات المتعددة والروابط بينها. يحتاج الطلاب إلى فرص ليس لحل المسائل فحسب وإنما أيضًا لاستكشاف الروابط الرياضية بين الاستراتيجيات المتعددة بالنسبة لنفس المسألة. أحد التوجهات هو الطلب منهم إنتاج استراتيجية ثانية – أية استراتيجية – لمسألة قاموا بحلها من قبل. وتوجه أخر هو الطلب منهم استراتيجية ثانية مرتبطة باستراتيجيتهم الأولية بطرق موجهة. على سبيل المثال، من أجل تمثيل 12 صفحة في كل واحدة منها 10 كلمات للتهجئة، استعملت طالبة في الصف الثالث 12 مجموعة، تتكون كل واحدة منها من عشر مكعبات، لكنها قامت بعدها جميعًا الواحدة تلو الأخرى! بنت المعلمة على أساس هذه الاستراتيجية الأولية من خلال الطلب منها عدّ المجموعات بطريقة أخرى. استجابت الطالبة عن طريق عدها بالعشرات حتى أنها قالت أن الاستراتيجية الثانية أفضل.

الطريقة الأخرى التي تستطيع المعلمة من خلالها البناء على الاستراتيجية الأولية هي طلب استراتيجية عقلية تكون بمثابة تجريد للعمل مع وسائل الإيضاح المحسوسة.على سبيل المثال، طلب من طالب في الصف الثالث أن يحل المسألة التالية:

يوجد في الساحة 247 بنتًا وهنالك 138 ولدًا في الساحة. كم عدد الأطفال في الساحة؟

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

في البداية، مثل الطالب الكميتين في مجموعات مكونة من عشرة مسطحات الـ 100، قضبان الـ 10 ومكعبات منفردة. بعدها قام بضم المسطحات التي تمثل المئات (3)، بضم القضبان التي تمثل العشرات (7)، بضم بعض المكعبات المنفردة للوصول إلى 10، قام بتبديل المكعبات المنفردة الـ 10 بقضيب يمثل العشرات، وصولاً إلى ما مجموعه 8 قضبان تمثل العشرات، وأخيرًا قام بعد المكعبات المنفردة المتبقية (5) ليكون جوابه بعد ذلك 385. عندها سألته المعلمة، "بعد أن قمت بما قمت به مع المواد، هل يمكنك أن تحلّ المسألة في رأسك؟" نظر الطالب إلى الأعداد وقام بتجريد ما قام به مع المكعبات. وبشكل خاص، شرح بأن يمكنه أن يضيف 100 إلى 200 ليحصل على 300، يضيف 30 إلى 40 ليحصل على 70. بعدها قام بوضع 2 من ال 7 مع ال 8 ليحصل على 10، ليصل إلى 80، وبقي لديه 5، وهكذا كان الجواب 385. عند تنفيذ هذه الاستراتيجية الذهنية، قام الطالب بتفصيل الفكرة الرياضية الكامنة خلف كلتا الاستراتيجيتين: ضم الوحدات المتشابهة، عند الضرورة، إعادة التنظيم (أي، تفكيك الـ 7 إلى 5 و 2 بحيث يتسنى ضم الـ 2 إلى 8 لتجعلها 10).

من خلال التجربة مع الاستراتيجيات المتعددة، يستطيع الطلاب اكتساب القدرة والمرونة على تغيير الاستراتيجيات عندما تكون إحداها ناجحة. كذلك تستطيع المعلمة استعمال الاستراتيجيات المتعددة لإبراز فكرة رياضية كامنة بواسطة الطلب من الطلاب المقارنة والمغايرة بين الاستراتيجيات بشكل واضح. وفي بعض الأحيان، يمكن للمعلمة حتى أن تطلب من طالب أن يقارن بين استراتيجيات ناجحة لمحاولات سابقة غير ناجحة، لأنه في الكثير من الحالات سيكتشف الطالب سبب فشل الاستراتيجية.

ربط تفكير الطالب في تدوين رمزي: عند القيام بحل مسألة كلامية بواسطة استخدام وسائل الإيضاح المحسوسة، أو الحل العقلي، من الممكن ألا يستعمل الطلاب أي تدوين رمزي. وتستطيع المعلمة أن تشجع الطلاب على ربط عملهم بالرموز الرياضية بواسطة الطلب منهم إعطاء تمرين عددي "يتماشى" مع المسألة أو تسجيل الاستراتيجية المستخدمة في حلّ المسألة. على الرغم من أن طلب التمرين العددي الذي "يتماشى" مع المسألة يكون ربما طلبًا نموذجيًا، إلا أنه قد يكون طلب تمثيل الاستراتيجية أمرًا قويًا. وغالبًا ما يبدأ الطلاب الصغار في تسجيل استراتيجياتهم في طرق غير تقليدية تشمل مزيجًا من الرموز والرسومات. يمكنهم أن يرسموا صورًا إيضاحية قاموا باستخدامها ثم إضافة لاصقات أعداد لأجزاء من هذه الصور. ومع الوقت، تصبح تسجيلات الطلاب مجردة بشكل أكثر حتى تصبح رمزية كليًا.

ومن الممكن أن يساعد إنتاج تمثيل رمزي لاستراتيجية ما الطلاب في تطوير معنى وتسهيل للرموز الرياضية، لأن التمثيل يرتبط بتفسيرهم للمسألة. على سبيل المثال، حلّ طالب في الصف الثاني مسألة حول عدد سيقان سبع قطط بواسطة إخراج سبعة مربعات (قطط) أولاً. بعدها قام بتحريك مربعين جانبًا وقال، "أربعة زائد أربعة يساوي ثمانية". عندها قام بتحريك مربعين إضافيين جانبًا وقال، "ثمانية زائد أربعة يساوي إثنا عشر". واستمر في تحريك المربعات كل مرة حتى انتهى من جميع المربعات مضيفًا كل مرة أربعة للمجموع. عندما طلبت منه كتابة تمرين عددي يبين ما قام به، كتب ما يلي:

$$4 + 4 \rightarrow 8 + 4 \rightarrow 12 + 4 \rightarrow 16 + 4 \rightarrow 20 + 4 \rightarrow 24 + 4 \rightarrow 28$$

على عكس التمرين العددي الذي "يتماشى" مع المسألة ($7 \times 4 = 28$)، يعكس تمثيله الرمزي كيف فكر هذا الطالب في المسألة وكيف قام بحلها. تجدر الملاحظة إلى

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

أن استعماله للأسهم بدل من إشارة التساوي يتجنب الاستعمال الخاطئ لرمز التساوي بين التعبيرات.

إن طلب الربط بين الاستراتيجيات وبين التدوين الرمزي هو هام بحيث يستطيع الطلاب رؤية تطبيق الرياضيات على الورق كما هو مرتبط بحل المسائل الكلامية. بالإضافة إلى ذلك، بعد أن يصبح الطلاب ماهرين في التدوين الرمزي، يصبح التدوين نفسه أداة لحل المسألة والتفكير فيها. ملاحظة تحذيرية أخيرة: قد تحتاج المعلمة في البداية إلى دعم الطالب في تسجيل كل خطوة من الاستراتيجية بحيث لا يتم حذف الأجزاء. ولكن، يتعين على المعلمة أن تكون متيقظة لدى تقديمها الدعم في تسجيل طرق تفكير الطالب في المسألة وليس تفكير المعلمة.

إنتاج مسائل متابعة: تستطيع المعلمة، من خلال ترتيب المسائل بدقة، خلق فرص متميزة للنقاشات الرياضية. على الرغم من أننا نقرّ بأهمية التدريب، إلا أننا نقترح شيئًا آخرًا يتعدى مجرد تخصيص مسائل إضافية للحل. إننا نؤيد فكرة أن المعلمة تستطيع، خلال التعليم، التفكير في فهم الطالب الحالي وعندها تغيير المسألة الأصلية أو إنتاج مسألة جديدة لتضيف من التحدي أو لتحث على استعمال المزيد من الاستراتيجيات المحكمة. طلب من طالب في الصف الأول حلّ المسألة التالية:

كانت المرأة الهندية تجمع البلوط. كانت لديها تسع سلال، ثم وضعت عشر بلوطات في كل سلة. ما هو إذًا عدد البلوطات التي وضعتها في السلال؟

أجاب الطالب بسرعة: "تسعون،" موضحًا بأنه عدّ "عشرة، واحدة" بعد أن مدّ عشرة أصابع وبعده إصبع واحد. واستمر "عشرون، اثنتان" حيث وضع مرة أخرى عشرة أصابع، وأضاف هذه المرة إصبعين. استمر في هذا النمط من العدّ واستعمال الأصابع: "ثلاثون، ثلاثة: أربعون، أربعة: خمسون، خمسة؛ ستون، ستة؛ سبعون، سبعة؛ ثمانون، ثمانية؛ تسعون، تسعة." عندها قررت المعلمة توسيع استعمال الطالب للعشرة بواسطة طرح مسألة ذات صلة والطلب منه التفكير في الروابط:

م: هكذا إذًا حصلت على تسعين. ماذا لو كان لديها تسع سلال، لكنها وضعت أحد عشرة بلوطة في كل سلة بدلاً من عشر؟ [يفكر الطالب لوهلة] هل يمكنك أن تستعمل بعضًا من العمل الذي قمت به من قبل – الذي قمنا به خلال فترة بعد الظهر – أو سيتعين عليم البدء من البداية؟ لا يزال لديها تسع سلال، ولا يزال في كل سلة عشر بلوطات، وعندها تضع بلوطة أخرى بحيث يصبح في كل سلة إحدى عشر بلوطة.

ط: حسنًا! لقد فهمت ذلك. هنالك عشر بلوطات في كل سلة، وهذا هو تسعون. وهكذا أضع تسعة، تسعة إضافية. أعني تسعة واحدات. سأضيف تسعة واحدات هنالك تسعون من قبل، إذًا واحد وتسعون، إثنان وتسعون، ثلاثة وتسعون، أربعة وتسعون، خمسة وتسعون، ستة وتسعون، سبعة وتسعون، ثمانية وتسعون، تسعة وتسعون.

كانت المعلمة قادرة، من خلال اختيار أعداد بشكل استراتيجي ومن خلال لفت الانتباه إلى العلاقة بين المسائل، على توسيع فهم هذا الطالب المستند إلى العشرة من خلال مساعدته في التعرف على العشرة واستعمالها في العدد أحد عشر.

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

الخلاصة

يعتمد مشروعنا في العمل المسبق على طرح الأسئلة من قبل المعلمة (أنظر، كمثال، Mewborn and Huberty 1999; Stenmark 1991)، الذي يوفر قوائم بالأسئلة الممكنة. ومن الممكن أن تكون هذه القوائم نقاط بداية هامة لاستخراج تفكير الطالب، لكننا نأمل بأن يكون من الممكن أن تساعد فئاتنا الثمانية لإجراءات المعلمة (أربع معدة لتعزيز تفكير الطلاب وأربعة لتوسيعه) المعلمات في تخصيص طرح الأسئلة بشكل أكبر للاستفادة إلى حد أكبر من المسائل الكلامية. لا تؤدي هذه الإجراءات دائمًا إلى إجابات صحيحة، ونحن نكرر أنه لم يكن القصد بأن يتم استعمال الفئات الثماني في كل حالة. ولكنها تشكل معًا صندوق أدوات تستطيع المعلمة أن تختار منه وسائل لمساعد الطلاب في حلّ المسائل واستكشاف الروابط بين الأفكار الرياضية. إن المشاركة في النقاشات الرياضية حول المسائل الكلامية هو أمر مثير؛ ونحن نعرض ثلاثة خطوط توجيهية أخيرة:

استخراج أفكار الطالب والرد عليها. إن إجراءات المعلمة الأكثر فعالية لا يمكن التخطيط لها مسبقًا. بدلاً من ذلك، يجب أن تحدث كرد فعل على أعمال وأفكار الطالب المحددة وهكذا، فإن الخبرة مرتبطة بشكل أقل بالتخطيط قبل وصول الطالب وبشكل أكبر في زراعة المحادثات، العثور على الرياضيات في تعليقات الطلاب وأعمالهم، واتخاذ قرارات آنية حول كيفية دعم وتوسيع تفكير الطلاب.

العناية بتفاصيل استراتيجية وحديث الطالب. تبين الأبحاث التي أجريت على مسار تطور الطلاب أن الفروق الدقيقة بين استراتيجيات وحديث الأطفال يمكنها أن تعكس التفاوتات في فهمهم للرياضيات (NRC 2001). وتستطيع المعلمة أن تخصص

التعليم على أساس هذه التفاوتات، ومن خلال العناية بتفاصيل توضيحات وتعليقات الطالب، تستطيع المعلمة أيضًا أن تنقل الاحترام لأفكار الطالب.

لا تنهي المحادثة دائمًا عند إعطاء إجابة صحيحة. من الممكن أن يحدث التعليم الهام بعد أن يعطي الطلاب الإجابة الصحيحة إذا ما طلبت المعلمة منهم التوضيح، التفكير، والبناء على الاستراتيجيات الأولية.

المراجع

Carpenter, Thomas P. Elizabeth Fennema, Megan L. Franke, Linda Levi, and Susan Empson. *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction.* Portsmouth, N.H.: Heinemann, 1999.

Ginsburg, Herbert P. *Entering the Child's Mind: The Clinical Interview in Psychological Research and Practice.* New York: Cambridge University Press, 1997.

Newborn, Denise S., and Patricia D. Huberty. "Questioning Your Way to the Standard." *Teaching Children Mathematics* 6 (December 1999): 226-27, 243-46.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM, 2000.

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

National Research Council (NRC). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics.* Washington, DC: National Academy Press. 2001.

Stenmark, Jean K., ed. *Assessment Alternatives in Mathematics: An Overview of Assessment Techniques That Promote Learning .* Reston, VA: NCTM, 1991.

This research was supported in part by National Science Foundation grant #ESI0455785. The views expressed are those of the authors and do not necessarily reflect the views of the National Science Foundation.

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2008-2009 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation