ניהול דיונים

מודל של חמישה רעיונות יישומיים לניהול הוראה ודיונים כיתתיים בעת עיסוק במשימות ברמת חשיבה גבוהה.

Orchestrating Discussions

Five practices constitute a model for effectively using student responses in whole-class discussions that can potentially make teaching with high-level tasks more manageable for teachers.

מאת: Margaret S. Smith, Elizabeth K. Hughes, Randi A. Engle, and Mary Kay Stien

הופיע ב: Mathematics Teaching in the Middle School , 14 (9), May 2009,549-555.

תרגום: ברכה סגליס

דיונים הממוקדים במשימות מתמטיות מאתגרות, אשר מקדמות חשיבה, הנמקה ופתרון בעיות, מהווים כלי עיקרי לקידום הבנה מושגית במתמטיקה (Hatano and Ingaki 1991; Michaels, O'Connor, and Resnick- בהכנה). דיונים כאלה נותנים לתלמידים הזדמנויות לשתף זה את זה ברעיונות ולהסביר את מה שהבינו, לפתח טיעונים משכנעים מדוע וכיצד דברים עובדים, לפתח שפה לביטוי רעיונות מתמטיים, וללמוד לראות דברים מנקודות מבט שונות (NCTM 2000).

למרות שדיונים אודות משימות ברמת חשיבה גבוהה מספקות לתלמידים הזדמנויות חשובות ללמוד מהי מתמטיקה וכיצד עושים אותה, הרי שהן גם מציגות אתגרים למורה שצריך לקבוע כיצד לנצח על דיון המורכב מקבוצה מגוונת של תגובות. האתגר העיקרי הוא לבנות על החשיבה של התלמידים ולכבד אותה תוך כדי שמירה על כך שהרעיונות המתמטיים המהותיים לשיעור יישארו בולטים.

קחו למשל את משימת 'שקית הגולות' המופיעה ב**איור 1**. למרות שניתן לגשת לפתרונה בדרכים רבות, אף אחת מהן לא מצוינת או מרומזת בהוראות למשימה. תלמידים יכולים לפתור משימה זו במספר דרכים שונות, כפי שניתן לראות בעמודה 1 של **איור 3**, תוך שימוש בידע שלהם אודות שברים, יחס או אחוזים.

בשעה שהמורה מנצחת על הדיון במשימת 'שקית הגולות' עליה "להחליט איזה היבטים של המשימה להדגיש, כיצד לארגן ולנצח על עבודת התלמידים, איזה שאלות לשאול על מנת לאתגר תלמידים הנמצאים ברמות ידע שונות, וכיצד לתמוך בתלמידים מבלי להשתלט על תהליך החשיבה שלהם ובכך להסיר את האתגר" (NCTM 2000, p.19). מתן תמיכה רבה מדי או מועטת מדי, או הכוונה רבה מדי עלולה לגרום לירידה ברמת הדרישה הקוגניטיבית של המשימה (Henningsen and Stein 1997).

דיונים על הפתרונות למשימות ברמת חשיבה גבוהה, כמו הפתרונות למשימה של 'שקית הגולות', המופיעים ב**איור 2**, יכולים גם בקלות להפוך לקצת יותר מאוסף של הצגת התוצאות (Boll 2001; Wood and Turner-Vorbeck 2001), עם הערות מעטות של המורה או של התלמידים.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

הזדמנויות ליצור קשרים בין שיטות, או לקשר אותן לרעיונות מרכזיים במתמטיקה, עלולות ללכת לאיבוד. במאמר זה, אנו מציעים מודל לשימוש יעיל בתגובות של תלמידים במהלך דיון כיתתי, שיכול לאפשר למורים לנהל טוב יותר עיסוק במשימות ברמת חשיבה גבוהה. אנו מקווים שזה יעזור להגדיל את הסבירות שהדרישות של משימות ברמת חשיבה גבוהה לא ירדו ברמתם במהלך הלמידה ושהרעיונות המתמטיים המהותיים שצריכים להילמד יודגשו. חמשת הרעיונות היישומיים שכלולים במודל יהיו המוקד של המשך המאמר.

איור 1: משימת 'שקית הגולות'

בשיעור המתמטיקה, המורה הביאה לכיתה 3 שקיות שמכילות גולות אדומות וגולות כחולות. על כל שקית היה כתובה מה התכולה שלה, כפי שרואים בציור.

שקית **Z** = 125 גולות	שקית **Y** = 60 גולות	שקית **X** = 100 גולות
100 אדומות	40 אדומות	75 אדומות
25 כחולות	20 כחולות	25 כחולות

המורה ניערה כל שקית ושאלה את תלמידי הכיתה, "אם תעצמו עיניים ותוציאו גולה מאחת השקיות, איזה שקית תיתן לכם את הסיכוי הגדול ביותר להוציא גולה כחולה?".

מה דעתכם, באיזו שקית כדאי לבחור?
הסבירו מדוע לשקית זו יש הסיכוי הגדול ביותר להוציא גולה כחולה. תוכלו להיעזר בציור לצורך ההסבר.

המודל של חמשת הרעיונות היישומיים

חמש הרעיונות היישומיים הם:

1. לצפות מראש מה תהיינה התגובות של התלמידים למשימות מתמטיות מאתגרות;
2. לעקוב אחר עבודת התלמידים בשעה שהם עוסקים במשימות;
3. לבחור תלמידים מסוימים שיציגו את עבודתם;
4. לקבוע את סדר הצגת התגובות על פי סדר מסוים;
5. לקשר בין התגובות של התלמידים ולקשר את התגובות לרעיונות מתמטיים מהותיים.

רעיונות יישומיים אלה יכולים לסייע למורים להשתמש בתגובות של התלמידים לקידום ההבנה המתמטית של הכיתה כולה. הם נותנים למורה שליטה על מה שעשוי לקרות בדיון וזמן נוסף לקבל החלטות לגבי ההוראה. זה אפשרי משום שרוב ההחלטות הנדרשות יכולות להתקבל כבר בשלב של תכנון השיעור. פרוט רחב יותר של כל רעיון יישומי יופיע בהמשך תוך שימוש במשימה של 'שקית הגולות' (**איור 1**) ובתשובות התלמידים (**איור 2**) לביסוס הדיון.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

איור 2: פתרונות של תלמידים למשימת 'שקית הגולות'

א) בשקית X יש 1/3 כחולים. בשקית Y יש 1/2 כחולים. בשקית Z יש 1/4 כחולים. 1/2 זה הרבה, אז זה צריך להיות שקית Y.	**ב)** אני מצאתי את אחוז הגולות הכחולות שבכל שקית. X: 25/100 = 25% Y: 20/60 = 33 1/3 % Z: 25/125 = 20%	**ג)** X: 75/25 = 3/1 = 3 Y: 40/20 = 2/1 = 2 Z: 100/25 = 4/1 = 4 מכיוון שבשקית Z יש בסה"כ 125 גולות, אני חושב שהסיכויים יהיו גבוהים יותר מאשר בשקיות האחרות.
ד) משום שבשקית Y יש 1/3 גולות כחולות, ובשקית X יש רק 1/4 גולות כחולות, ובשקית Z יש רק 1/5 גולות כחולות.	**ה)** בשקית X יש 1/4 כחולים ובשקית Y יש 1/3 כחולים. יש יותר סיכויים בשקית Y. בשקית Y יש כחול 1 ל- 2 אדומים, ובשקית Z יש כחול 1 ל- 4 אדומים. יש יותר סיכויים בשקית Y.	**ו)** בשקית X יש 75 אדומים ו- 25 כחולים. יש 50 גולות נוספות שהן אדומות. בשקית Z יש 100 אדומים ו- 25 כחולים. יש 75 גולות אדומות נוספות יותר מהכחולות. בשקית X יש 40 אדומים ו- 20 כחולים. יש 20 אדומות יותר מאשר כחולות.
ז) שימו לב שבשקית הראשונה יש 75 אדום ו- 25 כחול, זה סיכוי של 1:3. שימו לב שבשקית השנייה יש 40 אדום ו- 20 כחול, זה סיכוי של 1:2. שימו לב שבשקית השלישית יש 100 אדום ו- 25 כחול, זה סיכוי של 1:4. זה מראה שבשקית Y יש לך סיכויים להוציא גולה כחולה.	**ח)** בשקית X יש 75 אדומים ו- 25 כחולים ובשקית Z יש 100 אדומים ו- 25 כחולים. בשקיות X ו- Z מספר הכחולים הוא זהה, אז צריך להסתכל על האדומים כדי לדעת איזה מהם הוא פחות, ובשקית X יש 75 אדומים, ו- 75 זה פחות מ- 100, אז אני בוחר את שקית X.	

צפייה מראש

הרעיון היישומי הראשון למורים היא לצפות מראש מהן הדרכים השונות שבהן ניתן לפתור את המשימה המתמטית. זה דורש לקחת בחשבון את האופנים שבהם התלמידים עשויים לפרש את הבעיה מבחינה מתמטית, את מערך האסטרטגיות (הן נכונות והן שגויות) שבהן הם ישתמשו כדי לפתור אותה, וכיצד ניתן לקשר אסטרטגיות ופרשנויות אלה לרעיונות המתמטיים שהמורה רוצה שתלמידיה ילמדו.

צפייה מראש של דרכי הפיתרון דורשת מהמורה לפתור את הבעיה בכמה שיותר דרכים, ככל יכולתה. עם זאת, כדאי להרחיב את היכולת האישית ולעבוד על המשימה עם מורים נוספים ולעיין בתגובות אפשריות למשימה ממקורות נוספים (כגון, עבודות של תלמידים משנים קודמות; תגובות שמופיעות בפרסומים; ומשימות דומות שהופיעו בחומרי למידה נוספים). המורה עשויה לשקול גם חיפוש במחקרים כיצד תלמידים לומדים את הרעיונות המתמטיים הנטועים במשימה. לדוגמה, מחקרים מראים שתלמידים נוטים להשתמש באסטרטגיות חיבוריות, כמו תגובה **ו'** ש**באיור 2**, כדי

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

לפתור משימות הדומות ל'שקית הגולות' שבהן ישנו קשר כפלי בין הכמויות (Hart 1981; Heller et al. 1989; Kaput and West 1994). צפייה מראש של גישה כזאת, לפני שהשיעור מתחיל, תאפשר למורה לזהות תשובה כזאת כאשר היא ניתנת על-ידי אחד התלמידים ולחשוב מראש כיצד יש להתמודד איתה. לדוגמה, במשימה זו המורים יכולים להחליט מראש אילו שאלות כדאי לשאול את התלמידים כדי שהם יהיו מודעים לאופי הכפלי של הקשר שבין הגולות האדומות לכחולות. זה יאפשר להעלות את הפיתרון השגוי בזמן הדיון, כדי שכל התלמידים יוכלו לשקול מדוע פיתרון כזה נראה מתאים אבל איננו שיטה נכונה לגשת לבעיה.

איור 3: כלי למעקב אחר חקירות התלמידים

אסטרטגיה	מי ומה	סדר
שבר מצא את השבר של הגולות הכחולות שבכל שקית (X זה 1/4, Y זה 1/3, Z זה 1/5). החלט איזה משלושת השברים הוא הגדול יותר (1/3). בחר את השקית שבה השבר הגדול ביותר של גולות כחולות (שקית Y).		
אחוז מצא את השבר של הגולות הכחולות שבכל שקית (X זה 25/100, Y זה 20/60, Z זה 25/125). שנה כל שבר לאחוזים (X זה 25%, Y זה 33 1/3%, Z זה 20%). בחר את השקית שבה האחוז הגדול ביותר של גולות כחולות (שקית Y).		
יחס (יחס מצומצם Unit Rate) מצא את היחס שבין הגולות האדומות לבין הגולות הכחולות בכל שקית (X זה 3:1, Y זה 2:1, Z זה 4:1). קבע באיזו שקית יש הכי פחות גולות אדומות עבור כל גולה כחולה אחת (שקית Y).		
יחס (יחס מורחב Scaling Up) הגדל על פי מספר מסוים את מספר הגולות הכחולות בכל שקית כך שבכל השקיות יהיה מספרן שווה (לדוגמה, שקית X זה 300 אדומות ו- 100 כחולות, שקית Y זה 200 אדומות ו- 100 כחולות, שקית Z זה 400 אדומות ו- 100 כחולות). בחר את השקית שיש בה הכי פחות גולות אדומות עבור 100 גולות כחולות (שקית Y).		
חיבורי מצא את ההפרש בין מספר הגולות האדומות לבין מספר הגולות הכחולות בכל שקית (X זה 50, Y זה 20, Z זה 75). בחר את השקית שבה ההפרש הקטן ביותר (שקית Y).		
אחר		

מעקב

מעקב אחר תגובות התלמידים כרוך במתן תשומת לב מרובה לחשיבה המתמטית של התלמידים ולאסטרטגיות הפיתרון שלהם תוך כדי העבודה. דרך אחת היא להסתובב בין תלמידי הכיתה בזמן שהם עובדים על המשימה באופן יחידני או בקבוצות קטנות. על פי Lampert (2001, עמ' 140),

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

מעקב צמוד אחר עבודתם של התלמידים מאפשר למורה "להשתמש בתצפיות שלי על מנת להחליט במה ובמי להתמקד" בזמן הדיון שיבוא בהמשך.

כדי לקדם יותר את תהליך המעקב, המורה יכולה ליצור מראש רשימה של פתרונות שהיא מצפה שהתלמידים יעלו, כך שתוכל להשיג את המטרות המתמטיות של השיעור. הרשימה, כמו זו המופיעה ב**איור 3**, יכולה לסייע למורה לגלות אילו תלמידים או אילו קבוצות העלו פיתרון מסוים מתוך הרשימה, או אלו רעיונות עלו שהיא היתה רוצה לדון בהם בדיון הכיתתי. התא המכונה "אחר" בעמודה הראשונה של הרשימה, מאפשר למורה לרשום רעיונות שלא ציפתה להם. (**איור 4** עמודה 2 הינו דוגמה למה שמורה יכולה לרשום במהלך שלב המעקב בכיתה שבה התלמידים הציעו את הפתרונות המופיעים ב**איור 2**.)

יחד עם זאת, חשוב לציין שמעקב כרוך ביותר מהסתכלות והקשבה לתלמידים. בזמן זה, המורה צריכה גם לשאול שאלות שיחשפו את החשיבה של התלמידים ויסייעו להם להבהיר את החשיבה שלהם. המורה צריכה גם לוודא שכל חברי הקבוצה עסוקים בפעילות וללחוץ על תלמידים לשקול לאילו היבטים של המשימה יש לתת את הדעת.

חלק גדול משאלות אלה יכול להיות מתוכנן לפני השיעור, על סמך התשובות שמצפים לקבל. לדוגמה, חישבו על מורה שצפתה מראש שיהיה תלמיד שישתמש בגישה של יחס מצומצם (Unit Rate) (ראו פיתרון **ג' באיור 2**), שבה מספר הגולות האדומות בכל שקית מושווה לגולה אחת כחולה. המורה יכולה להתכונן לשאול תלמיד כזה לגבי משמעות המספרים 3, 2, ו- 4, וכיצד מספרים אלה מספקים תובנה לגבי השקית שכדאי לבחור כדי שיהיה הסיכוי גבוה ביותר להוציא גולה כחולה. כאשר שואלים את התלמיד או את חברי הקבוצה בזמן שהם עובדים על המשימה, זה מאפשר לתלמידים לתקן או לשפר את האסטרטגיה בה בחרו לפני שהם יציגו אותה בדיון הכיתתי.

קביעת סדר

בזמן שהמורה מחליטה אילו תלמידים יציגו את עבודתם בפני הכיתה, היא יכולה גם לקבל החלטות אודות הסדר שבו כדאי להציג אותם. בחירה מכוונת של סדר הצגת עבודות התלמידים, מאפשרת למורה להגביר את הסיכויים שהמטרות המתמטיות שייעדו לדיון אכן יושגו. לדוגמה, המורה עשויה לרצות שקודם תוצג עבודה המייצגת את האסטרטגיה שבה השתמשו מרבית התלמידים, ואחרי זה תוצג אסטרטגיה שרק תלמידים מעטים השתמשו בה. זה ייתן תוקף לעבודתם של מרבית התלמידים ויאפשר להם להרגיש נוח להשתתף בדיון.

לחילופין, המורה עשויה לרצות להתחיל מאסטרטגיה שהיא יותר קונקרטית, תוך שימוש בציור או בעצמים מוחשיים, ולעבור משם לאסטרטגיות יותר מופשטות, תוך שימוש באלגברה. גישה כזו נותנת תוקף לגישות פחות מתוחכמות ומאפשרת קישור בין המוחשי למופשט. אם אחת האסטרטגיות שבהם תלמידים השתמשו מבוססת על תפיסה שגויה ידועה, המורה עשויה לרצות לטפל בה קודם, כדי שהכיתה תוכל להבהיר את ההבנה השגויה ולפתח דרכים מוצלחות יותר להתמודדות עם הבעיה.

לבסוף, המורה עשויה לרצות להציג אסטרטגיות סותרות או קשורות בזו אחר זו, על מנת להקל על התלמידים להשוות ביניהם. שוב, כבר בשלב תכנון השיעור צריך לקבוע סדר של התגובות הצפויות. לאחר מכן ניתן לשלב את התגובות הלא-צפויות בשעה שהמורה מגיעה להחלטה הסופית אודות מה שכדאי להציג.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

איור 4: דוגמה כיצד ניתן להשתמש בכלי של המעקב

אסטרטגיה	מי ומה	סדר
שבר	***פיתרון ד'*** התלמיד אינו מסביר כיצד הוא קבע ש- 1/3 הוא השבר הגדול ביותר. ***פיתרון א'*** התלמיד יוצר יחסים אך מטפל בהם כאילו שהם שברים.	שני
אחוזים	***פיתרון ב'*** התלמיד אינו מסביר איזו שקית נותנת את הסיכוי הגדול ביותר ומדוע.	שלישי
יחס (יחס מצומצם Unit Rate)	***פיתרון ג'*** התלמיד מצא את קצבי היחידה אך לא השתמש במידע זה כדי לענות על השאלה. ***פיתרון ז'*** התלמיד משווה בין היחס של הכחול לאדום אך אינו מסביר מדוע הסיכוי של 1:2 טוב יותר מאשר האחרים.	רביעי
יחס (יחס מורחב Scaling Up)	אף אחד לא השתמש בגישה זו.	
חיבורי	***פיתרון ו'*** התלמיד בחר בשקית הנכונה אך בנימוק שגוי.	ראשון
אחר (חשיבה הגיונית)	***פיתרון ח'*** התלמיד משווה בין X ל- Z ומחליט שב- X יש יותר סיכויים, אבל לא לוקח בחשבון את שקית Y.	
אחר (שילוב של שבר ויחס)	***פיתרון ה'*** התלמיד משלב גישות שמופיעות בפיתרון ד' (משווה את השברים 1/4 ל- 1/3), לאחר מכן עובר להשוואת יחסים כמו בפיתרון ז'.	

חשוב לציין שאין דרך נכונה אחת לבחור ולסדר קבוצה של תגובות. הבחירה והסידור תלויים במידה רבה במטרות השיעור שקובעת המורה. במשימת 'שקית הגולות', המטרה עשויה להיות שהתלמידים יבינו שכדי להשוות שקיות של גולות, נדרש בסיס משותף להשוואה. יתכן גם שתלמידים צריכים להיות מסוגלים להבחין בין סוגים שונים של השוואות. הגישה במקרה זה תהיה לסדר את הפתרונות בסדר הבא (ראו עמודה 3 ב**איור 4**):

1. פיתרון ו' (חיבורי - שגוי)
2. פיתרון ד' (שבר – נכון אך חלקי)
3. פיתרון ב' (אחוז – נכון אך חלקי)
4. פיתרון ז' (יחס – נכון אך חלקי)

בחירת פיתרון ו' כראשון מאפשרת למורה להבהיר תפיסה שגויה ידועה ונותנת לכיתה הזדמנות לשקול מדוע גישה זו אינה עובדת. קביעת הצורך ליצור בסיס משותף להשוואה מספקת את העדשות דרכן ניתן לבחון את יתר הפתרונות. פיתרון ד' משתמש בגישת השבר שבה כל המונים הם

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

1, וכך יש בסיס משותף להשוואה. פיתרון ב׳ נבנה על העבודה עם שברים שהוצגה בפיתרון ד׳, אבל במקום לצמצם את השברים המקוריים לשברי יחידה, ממירים אותם לאחוזים. ניתן לדון בשקילות של שלושה ייצוגים אלה (שברי יחידה, שברים לא מצומצמים, ואחוזים). פיתרון ז׳ דומה לפיתרונות ד׳ ו- ב׳ בכך שיש בסיס משותף להשוואה – גולה כחולה אחת מושוות עם מספר הגולות האדומות – אך זה מייצג קשר של חלק לחלק ולא קשר של חלק לשלם.

עשיית קישורים

לבסוף, המורה מסייעת לתלמידים לעשות קישורים בין הפתרונות שלהם לבין הפתרונות של תלמידים אחרים ולבין הרעיונות המתמטיים המהותיים שבשיעור. המורה יכולה לסייע לתלמידים להיות שיפוטיים לגבי התוצאות לגישות שונות עבור מגוון של בעיות שניתן לפתור.

דיונים יעילים יכולים לסייע לתלמידים להעריך את הדיוק ואת היעילות שבפתרון בעיות כאלה, ואת סוגי הדפוסים המתמטיים שניתן לראות בקלות. במקום שהדיונים המתמטיים יכללו הצגות מבודדות של דרכי פיתרון שונות לבעיה מסוימת, המטרה היא לגרום להצגת הפתרונות להיבנות זו על זו על מנת לפתח רעיונות מתמטיים בעלי עוצמה.

לדוגמה, חישבו על התסריט של ׳שקית הגולות׳ שבו המורה החליטה לבחור להציג את הפתרונות לפי הסדר: ו׳ ד׳ ב׳ ו- ז׳. המורה יכולה להתחיל בשאלה לכל תלמיד שמציג את פתרונות, להבהיר כיצד הוא או היא ידעו שבשקית Y יש הסיכוי הגדול ביותר להוציא גולה כחולה, מאחר שהתלמידים שהגיעו לפתרונות ד׳ ב׳ ו- ג׳ התקשו להסביר כיצד הם השתמשו במתמטיקה כדי לבחור את שקית Y. לאחר מכן המורה עשויה לרצות שהתלמידים ישוו כל פתרון חדש שמוצע עם הפתרונות הקודמים ולקבוע במה הם דומים ובמה הם שונים. לדוגמה, השוואת פתרון ז׳ עם פתרונות ד׳ ו- ב׳ יכול להדגיש את העובדה שבפיתרון ז׳ יש השוואה של חלק לחלק, בעוד שבפתרונות ד׳ ו- ב׳ יש השוואות של חלק לשלם.

למרות שלפני שהשיעור מתחיל, המורה אינה יכולה לדעת בוודאות של 100% כיצד תלמידיה יפתרו את הבעיה, הרי שניתן לצפות מראש את מרבית הפתרונות. כתוצאה מכך ניתן לתכנן מראש את הבחירה ואת קביעת הסדר, וכן קשרים ספציפיים. בעזרת תכנון מה שניתן לנבא לפני השיעור, המורה מוכנה טוב יותר לשילוב הפתרונות שלא היו צפויים.

סיכום

הנחת היסוד של מאמר זה היא שזיהוי ושימוש בחמש הרעיונות היישומיים שנידונו קודם יכולים להפוך דיונים במשימות ברמה קוגניטיבית גבוהה לברי ביצוע עבור המורים. על ידי מתן הנחיות שמורים יכולים ללכת לפיה לפני ובמהלך הדיון הכיתתי, יכולים רעיונות יישומיים אלה לעזור למורים לנצח באופן יעיל יותר על דיונים שנותנים מענה הן לתלמידים והן לתחום הדעת.

חמשת הרעיונות היישומיים יכולים גם לסייע למורים לבסס חוש של יעילות לגבי ההוראה שלהם (Smith 1996), הם לומדים שיש דרכים המאפשרות להם לעצב באופן מהימן את דיוני התלמידים, ולהניע אותם לכיוון הבנות מתמטיות בעלות עוצמה גדולה יותר.

אנו רואים בחמשת הרעיונות היישומיים האלה מודל ממוקד לתכנון מוצלח של דיונים כיתתיים הבונים על החשיבה של התלמידים ביחד עם המשך קידום המטרות המתמטיות של השיעור.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

בהיותם כאלה, הם מיועדים לסייע למורים לפקוח "עין על האופק המתמטי" (Ball 1993), ולא לאבד את מה שהם מנסים להשיג מבחינה מתמטית.

ביבליוגרפיה

Ball, Deborah L. "With an Eye on the Mathematical Horizon: Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics." *The Elementary School Journal* 93 (March 1993): 73-97.

_____. "Teaching, with Respect to Mathematics and Students." In *Beyond Classical Pedagogy: Teaching Elementary School Mathematics*, edited by Terry Wood, Barbara Scott Nelson, and Janet Warfield, pp. 11-22. Mahwah, NJ: Erlbaum, 2001.

Boaler, Jo, and Megan Staples. "Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The Case of Railside School." *Teachers College Record*, forthcoming.

Hart, Kathleen. *Children's Understanding of Mathematics*. London: John Murray Ltd., 1981.

Hatano, Giyoo, and Kayoko Inagaki. "Sharing Cognition through Collective Comprehension Activity." In *Perpectives on Socially Shared Cognition*, edited by Lauren B. Resnick, John M. Levine, and Stephanie D. Teasky. pp. 331-48. Washington, DC: American Psychological Association, 1991.

Heller, Patricia M., Andrew Ahlgren, Thomas Post, Merlyn Behr, and Richard Lesh. "Proportional Reasoning: The Effect of Two Content Variables, Rate Type, and Problem Setting." *Journal of Research in Science Teaching* 26 (1989): 205-20.

Henningsen, Marjorie, and Maty Kay Stein. "Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning." Journal for Research in Mathematics Education 29 (November 1997): 524-49.

Hiebert, James, and Diana Wearne. "Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic.". *American Education Research Journal* 30 (1993): 393-425.

Kaput, James, and Mary Maxwell West. "Missing-Value proportional Problems: Factors Affecting Informal Reasoning Patterns. In *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics*, edited by Guershon Harel and Jere Confrey, pp. 235-87. Albany, NY: State University of New York Press, 1994.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

Lampert, Magdaline. *Teaching Problems and the Problems of Teaching*. New Haven, CT: Yale University Press, 2001.

Michaels Sarah, Mary Catherine O'Connor, and Lauren Resnick. *Deliberative Discourse Idealized and Realized: Accountable Talk in the Classroom and in Civic Life*, forthcoming.

National Council tf Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM, 2000.

Smith, John P. "Efficacy and Teaching Mathematics by Telling: A Challenge for Reform." *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (1996): 387-402.

Smith, Margaret S., Victoria Bill, and Elizabeth K. Hughes. "Thinking through a Lesson: The Key to Successfully Implementing High-Level Tasks." *Mathematics Teaching in the Middle School*, submitted.

Stein, Mary Kay, and Susanne Lane. "Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and reason: An Analysis of the Relatioship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project." *Educational Research and Evaluation* 2 (1996): 50-80.

Stein, Mary Kay, Margaret S. Smith, Marjorie Henningsen, and Edward Silver. *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development*. New-York: Teachers College Press, 2000.

Stigler, James W., and James Hiebert. "Improving Mathematics Teaching." *Educational Leadership* 61 (February 2004): 12-16.

Wood, Terry, and Tammy Turner-Vorbeck. "Extending the Conception of Mathematics Teaching." In: *Beyond Classical Pedagogy: Teaching Elementary School Mathematics*, edited by Terry Wood, Barbara Scott Nelson, and Janet Warfield, pp. 185-208. Mahwah, NJ: Erlbaum, 2001.

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching in the Middle School*, copyright © 2009
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation