

اللقاء 5

توصية: لقاء وجهًا لوجه

بحث

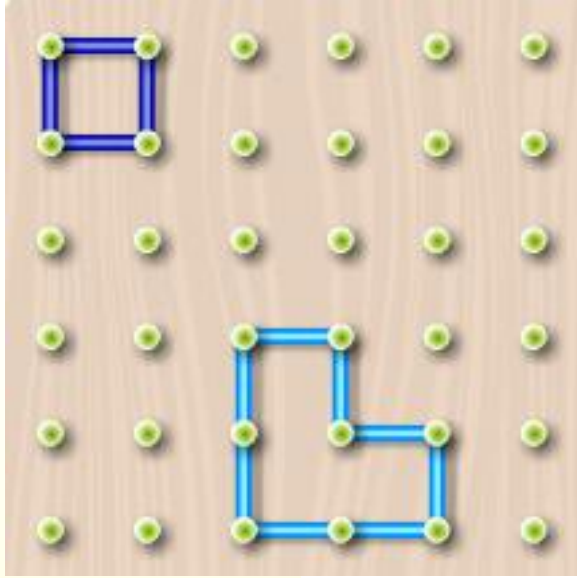
فعاليات بحث:

قانون ييق، مكعب ملون
ومساحة أوجه الأجسام

أ. قانون ييق

مركز التكنولوجيا التربوية & المركز القطري لمطمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

حساب المساحات والمحيطات



على لوح التربيعة الذي أمامكم
تعتبر كل تربيعة وحدة مساحة واحدة،
وتعتبر كل قطعة وحدة طول واحدة.

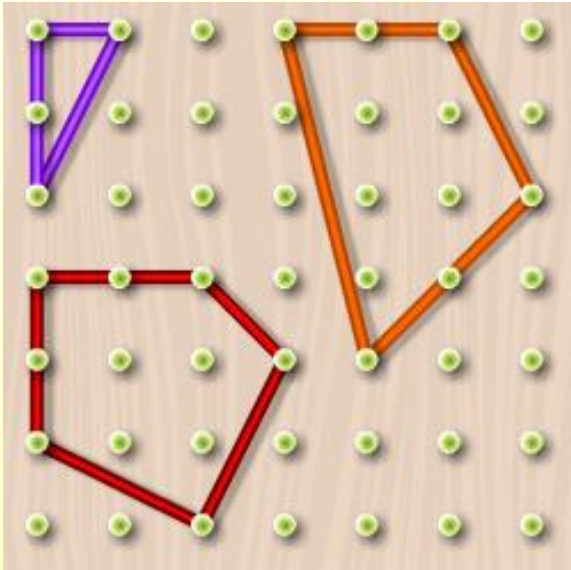
مساحة المربع: 1 وحدة مساحة
محيط المربع: 4 وحدات طول

أ. احسبوا مساحة ومحيط الشكل السداسي.

ب. احسبوا مساحة المثلث، الشكل الرباعي والشكل الخماسي.
ناقشوا طرق حساب مختلفة.

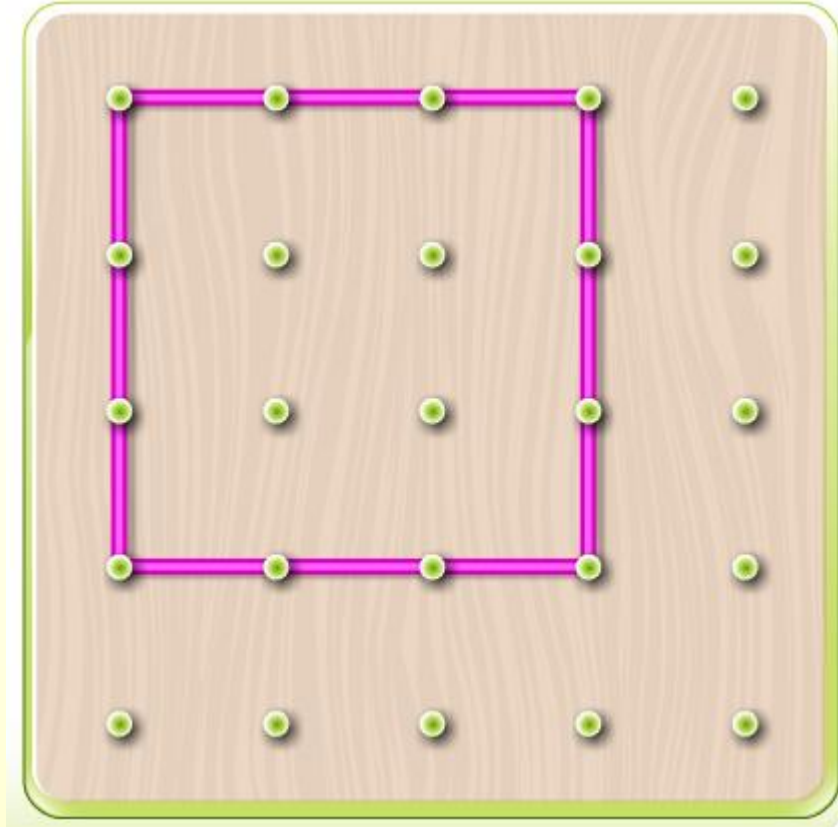
ج. اختياري:

احسبوا محيط المثلث، الشكل الرباعي والشكل الخماسي.
تذكير: يجب استعمال قانون فيثاغورس.



تطبيق

ابحثوا عن العلاقة بين مساحة مضلع ما وبين عدد النقاط الموجودة على محيط المضلع وعدد النقاط التي داخل المضلع.



مثلاً:

في الرسم الذي أمامكم يوجد مربع،
على أضلاعه 12 نقطة،
وداخله 4 نقاط.
مساحته هي 9 تربيعات.

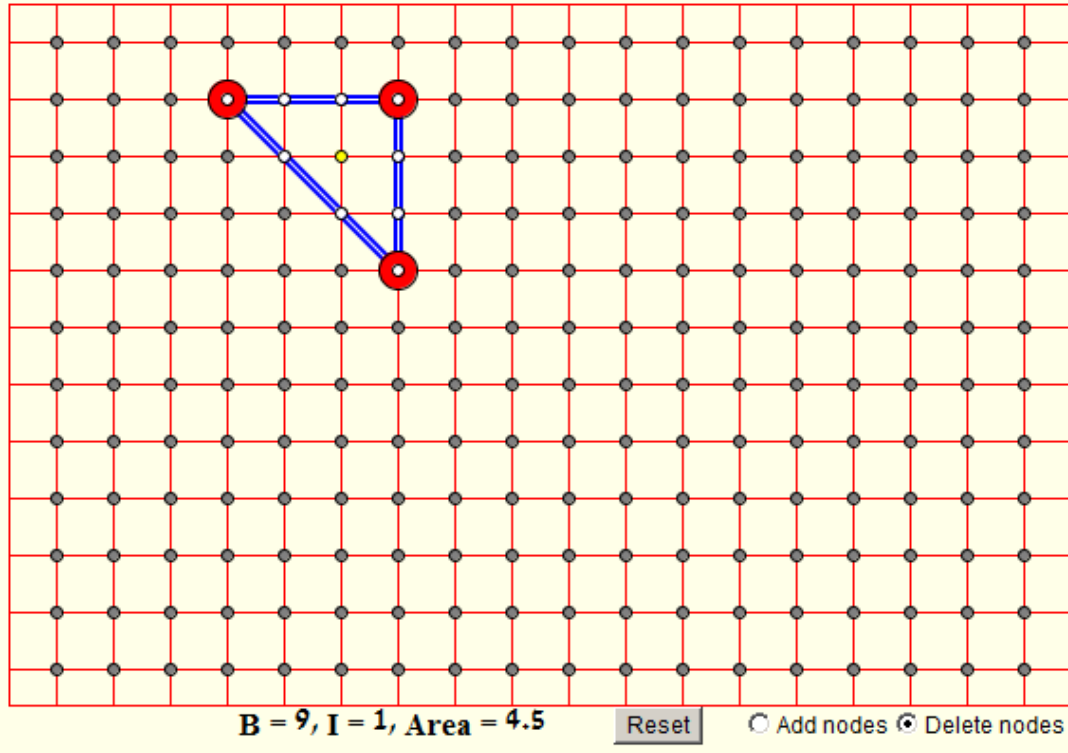
من المهم العمل على لوح التربيعة
من أجل التدقيق خلال عدّ النقاط.

يمكنكم في التطبيق اختيار مقدار اللوح المرغوب عليكم.

تطبيق

مثال آخر من التطبيق:

في الرسم الذي أمامكم يوجد مثلث
على أضلاعه 9 نقاط،
وداخله نقطة واحدة فقط،
ومساحته 4.5 تربيعة.



انتبهوا: جميع القياسات معطاة في أسفل التطبيق.

B - عدد النقاط على محيط المضلع

I - عدد النقاط داخل المضلع

Area - مساحة المضلع

تطبيق

عمل ذاتي قبل المرور إلى الشفيفة التالية

إرشاد للبحث

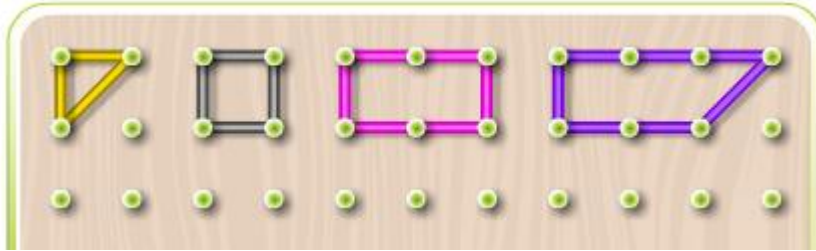
في الشفيفات التالية تجدون إرشادًا لعمل أسلوبِي.

- أ. بناء أشكال مخطط وحساب مساحتها.
- ب. تقديم التقدير
- ج. فحص التقدير بواسطة أمثلة أخرى
- يمكن تكرير هذه المرحلة عدّة مرّات. (إذا دعت الحاجة أضيفوا شفيفات ملائمة).
- د. صوغ قاعدة

نكرّر المراحل أ - د في حالات "متطوّرة" إضافية، حتى نصل إلى الاستنتاج.

نتجاهل في هذه الفعلية مرحلة البرهان.
انتبهوا: في كل مرحلة توجد علاقة لتطبيق، يساعدكم في البحث.

سيرورة البحث



أ. نبدأ في البحث عن مضلعات توجد نقاط على محيطها فقط.

تمعنوا في المضلعات المبنية:
احسبوا مساحة كل واحد منها
وأكملوا الجدول.

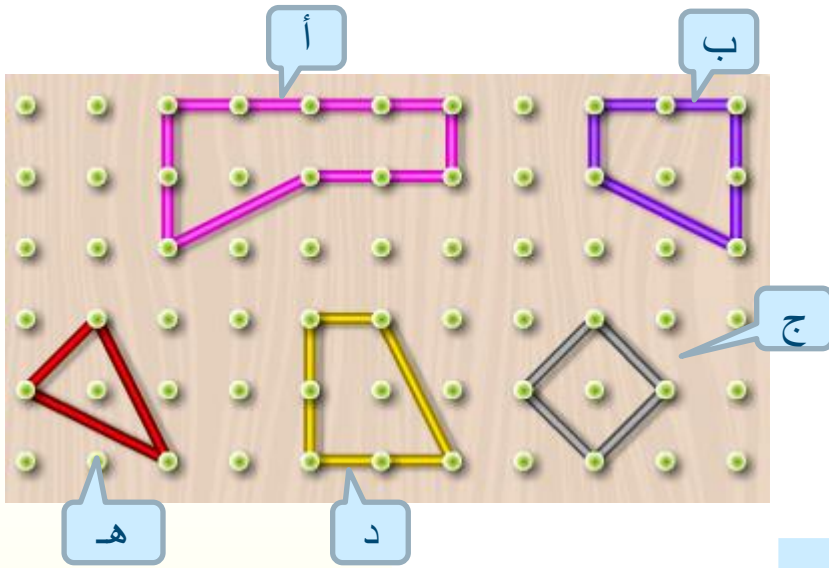
المضلع	عدد النقاط على المحيط	عدد النقاط داخل الشكل	مساحة الشكل
مثلث	3	0	
مربع	4	0	
مستطيل	6	0	
شكل رباعي آخر		0	
المضلع أ (من عندكم)		0	
المضلع ب (من عندكم)		0	
المضلع ج (من عندكم)		0	

ب. قدّموا تقديراً بشأن العلاقة بين عدد النقاط التي على المحيط وبين مساحة المضلع.

ج. افحصوا تقديركم بواسطة مضلعات (أ، ب، ج) تختارونها كما ترغبون.

القاعدة هي:

أشكال فيها نقطة واحدة داخل الشكل:



أ. أكملوا الجدول

ب. قدّموا تقديرًا

ج. افحصوا تقديركم بواسطة مضلعات أخرى
تبنوها بأنفسكم.

المضلع	عدد النقاط على المحيط	عدد النقاط داخل الشكل	مساحة الشكل
أ		1	
ب		1	
ج		1	
د		1	
هـ		1	
و		1	
ز		1	
ح		1	
ط		1	

د. أضيفوا شفيفة مع الأشكال
التي اخترتموها.

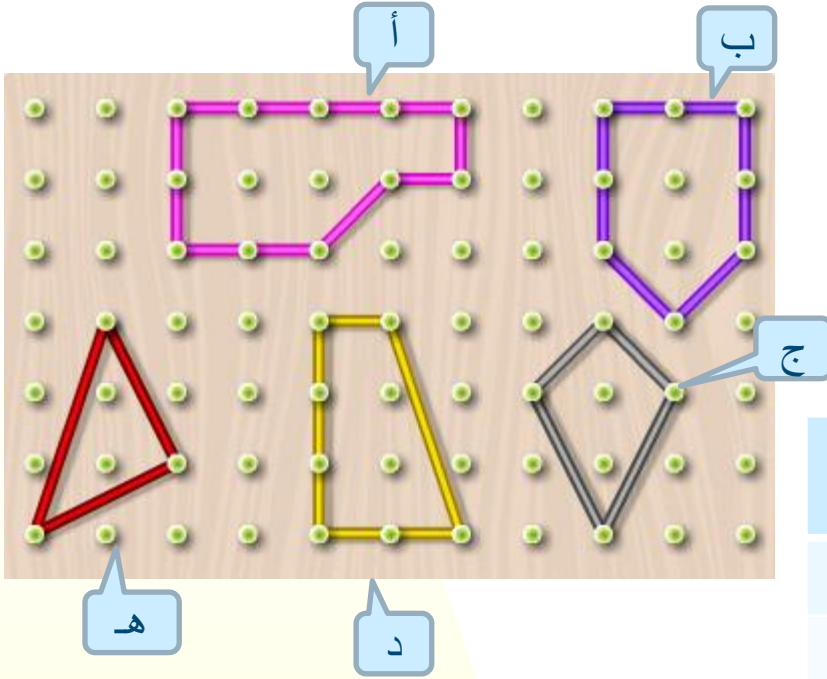
هـ. صوغوا قاعدة:

استمروا في أشكال فيها **نقطتان** داخل الشكل:

أ. أكملوا الجدول

ب. قدّموا تقديرًا

ج. افحصوا تقديركم بواسطة مضلعات أخرى
تبنيوها بأنفسكم.



المضلع	عدد النقاط على المحيط	عدد النقاط داخل الشكل	مساحة الشكل
أ		2	
ب		2	
ج		2	
د		2	
هـ		2	
و		2	
ز		2	
ح		2	
ط		2	

د. أضيفوا شفيفة مع الأشكال
التي اخترتموها.

هـ. صوغوا قاعدة:

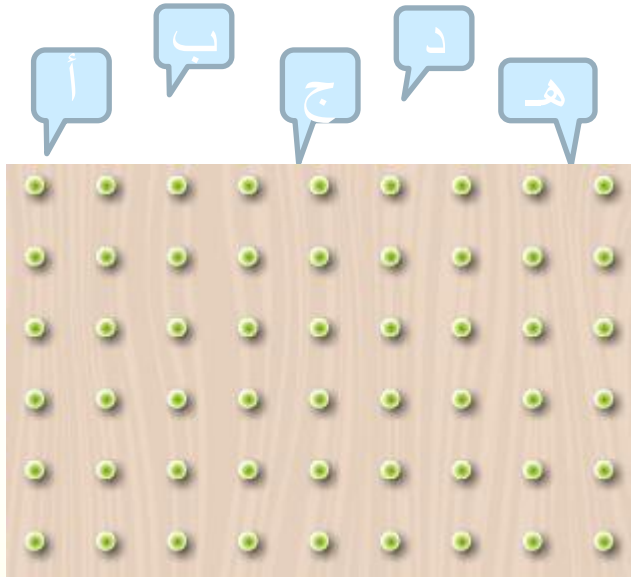
أضيفوا أشكالاً من عندكم فيها 3 نقاط داخل الشكل:

أ. أكملوا الجدول

ب. قدّموا تقديرًا

ج. افحصوا تقديركم بواسطة مضلعات أخرى

تبناها بأنفسكم.



د. أضيفوا شفيفة مع الأشكال التي اخترتموها.

هـ. صوغوا قاعدة:

المضلع	عدد النقاط على المحيط	عدد النقاط داخل الشكل	مساحة الشكل
أ		3	
ب		3	
ج		3	
د		3	
هـ		3	
و		3	
ز		3	
ح		3	
ط		3	

صوغوا قاعدة تعبّر عن العلاقة بين مساحة مضلع ما وبين عدد النقاط الموجودة على محيط المضلع وعدد النقاط التي داخل المضلع.

هذه القاعدة تُسمّى "قانون بيك":



قانون بيق

-s مساحة المضلع

-b عدد نقاط الشبكة على المحيط

-i عدد نقاط الشبكة الداخلية

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i$$

✓ في مضلعات بدون نقاط شبكة داخلية يمكن الحساب هكذا:

$$S = \frac{b}{2} - 1$$

قانون بيق



كان **جورج بيق** رياضي يهودي نمساوي قُتل في الكارثة. وُلد في فيينا سنة 1859 ومات سنة 1943 في مخيم التركيز تريزينشتايط.

عمل بيق معظم زمن حياته في الجامعة الألمانية في براغ.

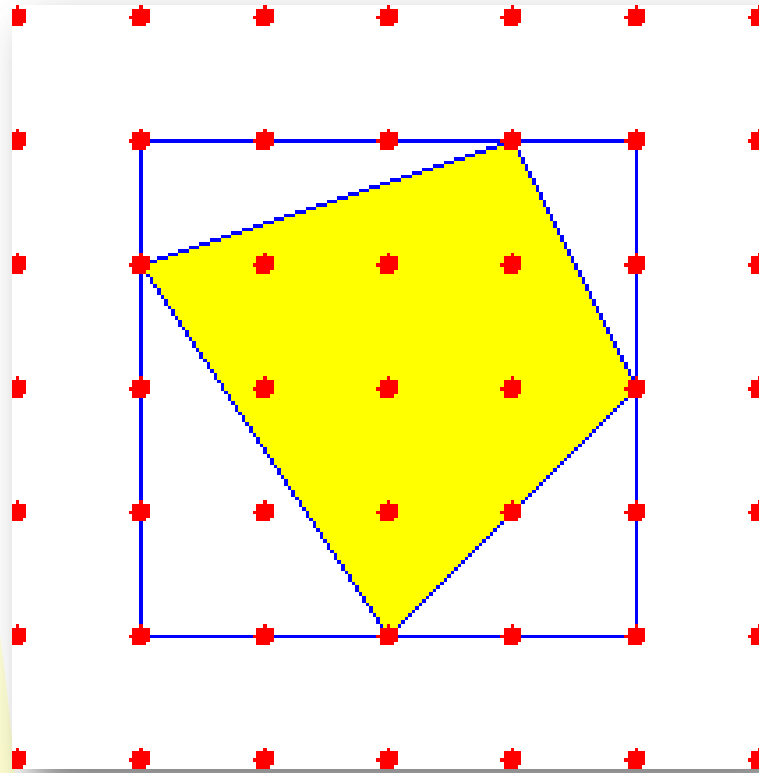
مساهمة بيق في عالم الرياضيات هي في البراهين الهندسية التي وجدها لقوانين في نظرية الأرقام.

يُذكر بيق أيضاً زميلاً للعالم أينشتاين.

برهن بيق القانون المعروف على اسمه من أجل الاستعانة به عندما يبرهن قوانين في نظرية الأرقام، بمساعدة الهندسة.

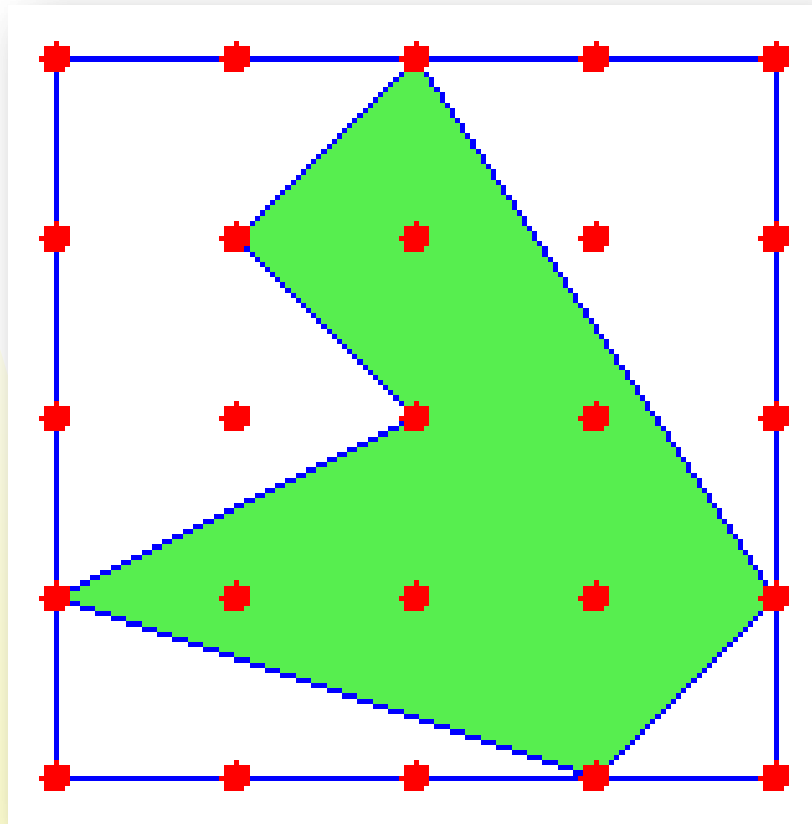
في كل واحد من الأشكال التي في الشيفات التالية:
أ. جدوا المساحة بواسطة قانون بيث.
ب. جدوا المساحة بطريقة أخرى.
هل حصلتم على نتيجتين متساويتين؟

ما هي مساحة الشكل الرباعي؟



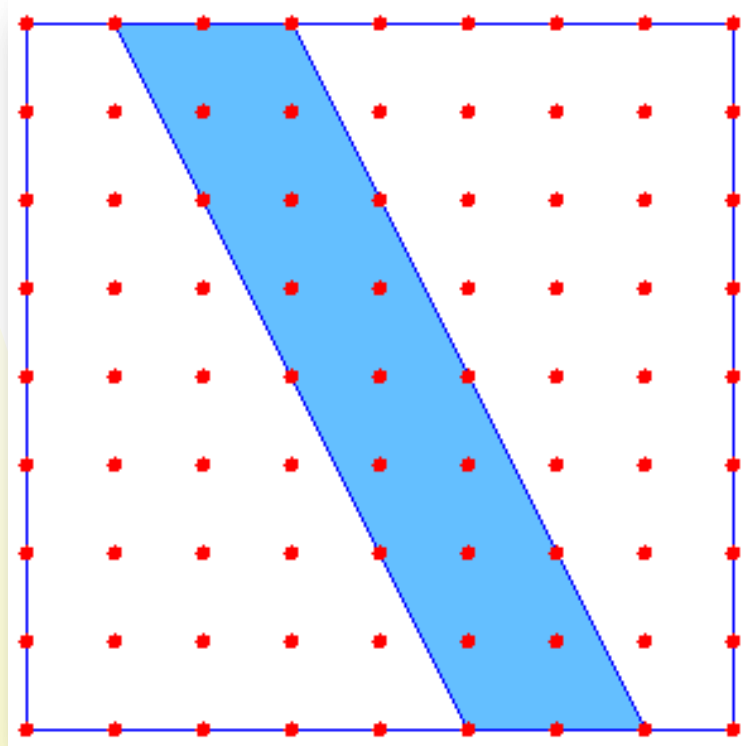
تطبيق

ما هي مساحة الشكل السداسي؟



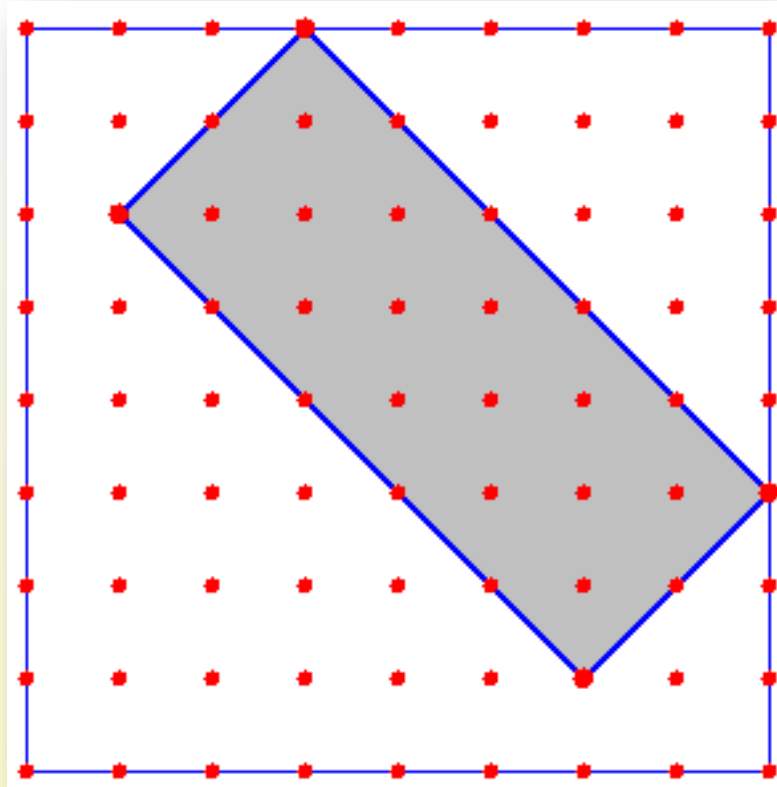
تطبيق

ما هي المساحة؟



تطبيق

ما هي المساحة؟



تطبيق

■ هل يمكنكم أن ترسموا مثلثا مساحته 8.5 وحدة، بدون نقاط شبكة داخلية؟

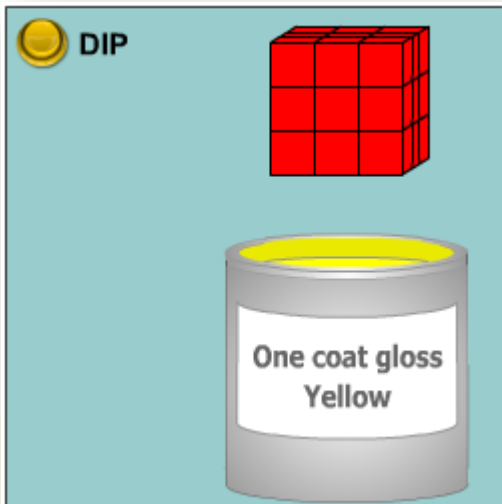
تطبيق

- ارسموا 3 مضلعات مساحتها 8.5 وحدة، بحيث يكون لكل مضلع عدد مختلف من نقاط الشبكة الداخلية.

تطبيق

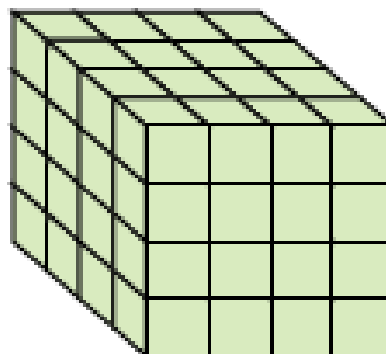
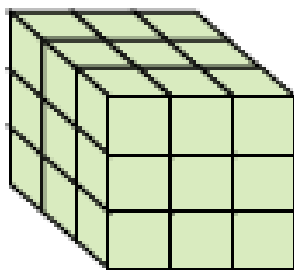
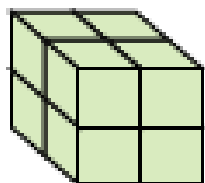
ب. تلوين مكعب

يمكن الاستعانة بمكعبات متواصلة أو بتطبيق



تلوين مكعب

من مكعبات صغيرة بحجم 1 سم³ تُبنى مكعبات أكبر.
تُدهن المكعبات الناتجة باللون الأخضر.
بعد الدهان يفصلون كل مكعب كبير إلى مكعبات صغيرة،
ويفحصون كم وجهًا أخضر لكل مكعب صغير.
أكملوا الجدول.



تلميح

تطبيق

التسجيل والتعميم

عدد المكّبات الصغيرة التي ليس لها أيّ وجه أخضر	عدد المكّبات الصغيرة التي لها وجه أخضر واحد	عدد المكّبات الصغيرة التي لها وجهان أخضران	عدد المكّبات الصغيرة التي لها 3 أوجه خضراء	عدد المكّبات الصغيرة	طول ضلع المكّب الكبير
					2 سم
					3 سم
					4 سم
					5 سم
					6 سم
					20 سم
					n سم

ج. تطوير إدراك حفظ وتغيير مساحة أوجه الأجسام

المواد المطلوبة: مكعبات متواصلة

● ابنوا جسمًا كما ترغبون واحسبوا مساحة أوجه الجسم بوحدات مربعة.



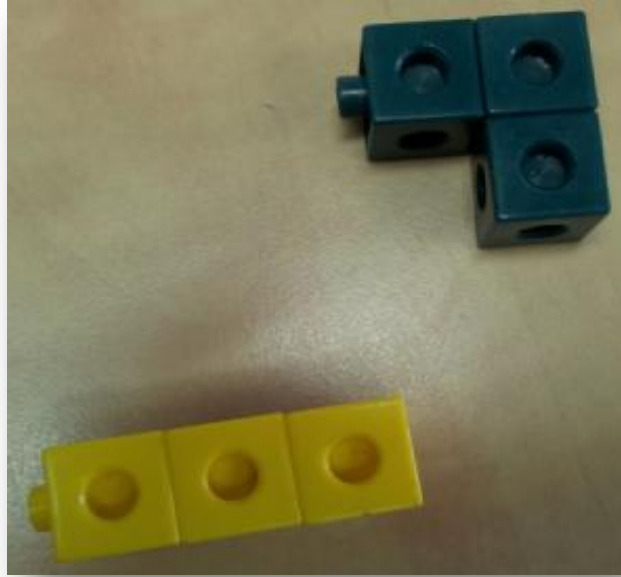
● ما هي الصعوبات؟

● كيف واجهتموها؟

● حاولوا أن تبثوا أجسامًا مختلفة بمساعدة كمية ثابتة من المكعبات.

● كيف يفضّل بناء الجسم (من كمية معطاة من المكعبات) بحيث تكون مساحة أوجهه أصغر؟

جميع الإمكانيات لمبنى من 3 مكعبات



جميع الإمكانيات لمبنى من 4 مكعبات

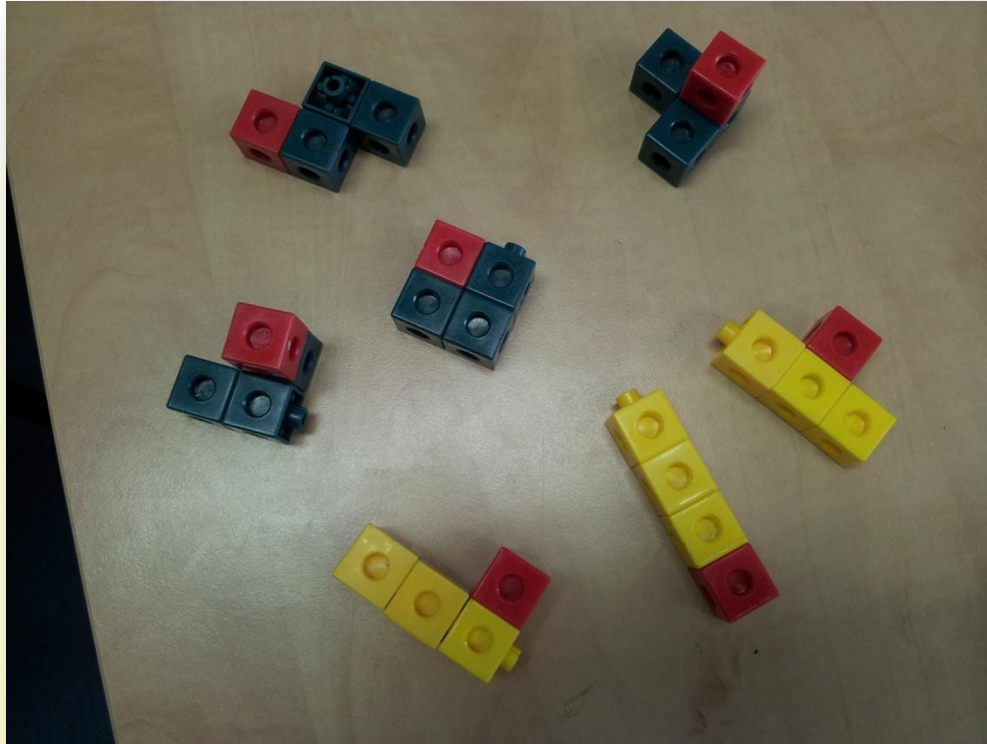
- كم إمكانية مختلفة يوجد لبناء جسم بحجم 4؟
- كم هي مساحة وجه كل واحد من الأجسام التي بنيتموها؟
- اشرحوا الفروق في مساحة الوجه التي حصلتم عليها بين الأجسام المختلفة من حجم 4.
- انتبهوا إلى عدد "اللمسات" بين المكعبات في كل جسم.
- ما معنى هذه "اللمسات"؟

عندما نحسب مساحة الوجه؟



جميع الإمكانيات لمبنى من 4 مكعبات

ماذا كانت استراتيجياتكم في إيجاد جميع المباني المختلفة من 4 مكعبات؟

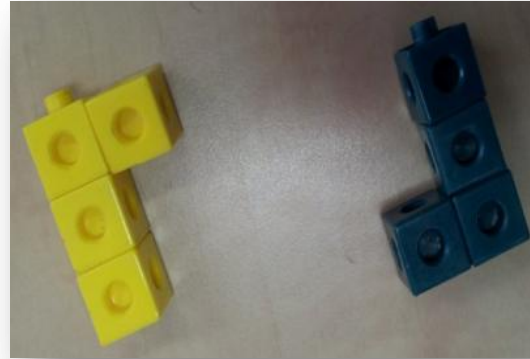


حساب مساحة أوجه جسمين متواصلين

ابنوا جسمين متطابقين بحجم 4 وحدات.

واصلوا الجسمين بحيث تحصلون على صندوق.

إذا عرفتُم مساحة أوجه الجسمين المتطابقين، احسبوا، بدون الإحصاء مرّة ثانية، كم هي مساحة أوجه الصندوق الذي حصلتم عليه؟



جميع الإمكانيات لمبنى من 4 مكعبات

كم وحدة مساحة توجد لكل واحد من الأجسام التي بنيناها؟
اكتبوا تمارين تصف حساب مساحة أوجه الأجسام التي بنيتوها.

نبدأ من مكعب واحد – 6 وحدات مساحة.
لا توجد إمكانيات أخرى.

مكعبان – $10 = 6 + 6 - 2$ وحدات مساحة.
عدد اللمسات بين مكعبين هو 1، طرحنا ملصقين.

3 مكعبات – اعتمادًا على حالة سابقة - $14 = 10 + 6 - 2$ وحدة مساحة، أو: $14 = 3 \times 6 - 2 \times 2$
عدد اللمسات هو 2، نطرح مرتين 2 من 6 وجوه ضرب 3 مكعبات.

إجمال

ابنوا جسمًا كما ترغبون واحسبوا
مساحة أوجه الجسم بوحدات مربّعة.



فكنا مشكلة كبيرة إلى مشاكل صغيرة لتسهيل مواجهتها علينا.

استعملنا إستراتيجية لحلّ المسائل بشأن حساب مساحة أوجه لأجسام خاصّة مختلفة. بدلا من إحصاء وحدات مساحة الجسم، أنتجنا حالة تسهل علينا مواجهتها.

بناءً للإدراك المطروح على هذه الفعالية، نعود إلى السؤال الذي تم عرضه في بداية البحث:
كيف يفضّل بناء الجسم (من كمية معطاة من المكعبات) بحيث تكون مساحة أوجهه أصغر؟

تطبيقات وعلاقات العرض

تطبيقات

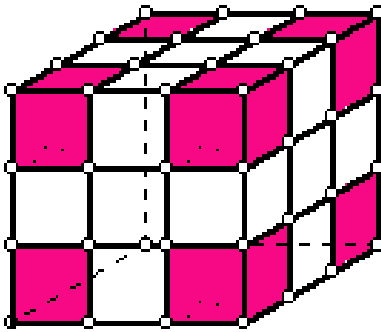
- <http://connectedmath.msu.edu/CD/Grade8/Painted/PaintedCubes.html> تلوين مكعبات
- <http://www.shodor.org/interactivate/activities/PerimeterExplorer/> مساحة ومحيط مضلعات
- <http://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Geometry/Geoboard.shtml> لوحة مسامير مع تعليم النقاط داخل وعلى المضلع

علاقات من الشبكة

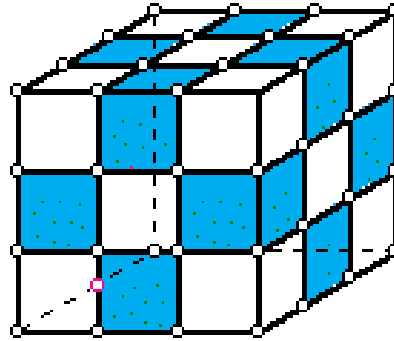
- http://math.schaubroeck.net/files/Picks_theorem_students.pdf علاقة لـ 4 دروس في موضوع قانون بيك
- <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Pick.html> جورج بيك
- <http://highmath.haifa.ac.il/data/yesodi/yes> قانون بيك
- http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_195_g_1_t_3.html?open=activities&from=category_g_1_t_3.html
- <http://chalal.net/zshalem/grid.swf>

تلميح لتلوين المكعب ★

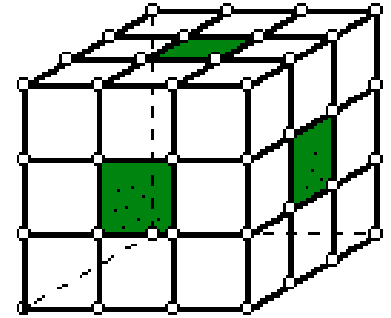
عندما يكون طول ضلع المكعب هو 3 وحدات طول:



مكعبات ملونة في 3 وجوه



مكعبات ملونة في وجهين



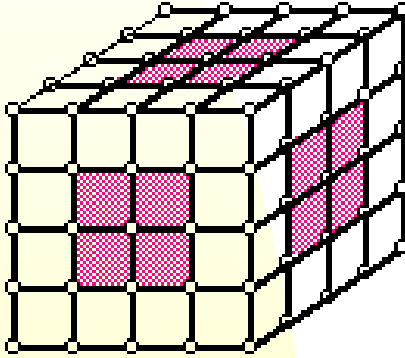
مكعبات ملونة في وجه واحد

لتلميح لمكعب طول ضلعه 4 وحدات

تلميح مكعب طول ضلعه 4 وحدات طول

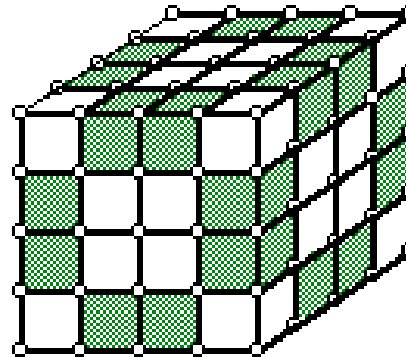
عندما يكون طول ضلع المكعب هو 4 وحدات طول:

All blocks painted
1-sided



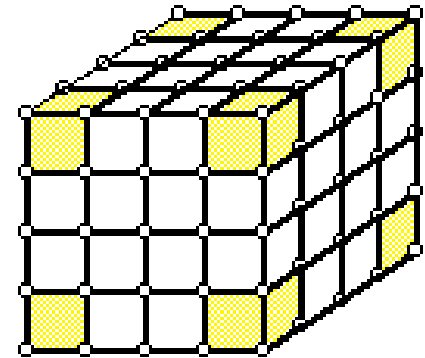
مكعبات ملونة في وجه واحد

All blocks painted
2-sided



مكعبات ملونة في وجهين

All blocks painted
3-sided



مكعبات ملونة في 3 وجوه

فعالية للإجمال

اختاروا فعالية واحدة من فعاليات اللقاء، واكتبوا ماذا، بحسب رأيكم، تكون الأخطاء المتوقعة لدى التلاميذ خلال تنفيذ الفعالية.