אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
האגף למדעים

מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה-שליט

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

ماذا يختبئ في الجزء الأسود؟

تطوير مفاهيم حول تغطية مساحة مضلع عن طريق التفكيك والتركيب

لقاء جماعي لتطوير القدرة الحسابية والقدرة على الرؤية في الفراغ

صفوف أول-ثان

ترجمة: كواكب سيف

مركز المعلمين القطري في موضوع: الرياضيات. جامعة حيفا تقوم بالمشروع وفقا للمناقصة رقم **1.07/6**
المشروع أجريَ لقسم تخطيط وتطوير المنهاج التعليمي, السكرتارية التربوية, وزارة التربية
مركز المعلمين القطري للرياضيات في المرحلة الابتدائية- قسم التربية, جامعة حيفا,حيفا 31905
هاتف 8240646 - 04 فاكس. 8288073 - 04
عنوان الموقع:http://ymath.haifa.ac.il بريد الكتروني: E-mail:mathcntr@edu.haifa.ac.il

موضوع اللقاء\الدرس: **ماذا يختبئ في الجزء الأسود؟**

ملخَّص: في الفعالية يقوم التلاميذ بتغطية مضلع بواسطة مضلعات أخرى (من مجموعة الاشكال العجيبة). تدمج الفعالية بين جوانب هندسية وجوانب حسابية. تهدف الفعالية الى تطوير القدرة على تركيب وتفكيك مضلعات، وخلق مفاهيم حدسية بالنسبة لمساحة شكل معين كمجموع مساحات اجزائه وعدد وحدات المساحة، بضمن ذلك القيام بالتبديل بين وحدات المساحة المختلفة.

النقاش حول طرق تغطية المساحة يتعلق بتنظيم العدد 10 كحاصل جمع بطرق مختلفة، بما في ذلك جمع حواصل ضرب. توجه الفعالية للعمل مع وسيلة ايضاح في مجموعات صغيرة مع دمج التطبيقات المحوسبة.

أهداف اللقاء: - يجرب الطلاب تغطية مضلع بواسطة مضلعات مختلفة، بما في ذلك أخذ الاعتبارات الكميّة والفراغية لاختيار طرق التغطية.

- يعمل الطلاب بشكل حدسي على مبدأ حفظ مساحة الشكل، بواسطة تفكيكها لأجزاء وتركيبها من أجزاء.
- يعبر الطلاب بواسطة تمرين عن عدد وحدات المساحة المطلوبة لتغطية الشكل، وذلك باستعمال قيم عددية والتي تعبر عن وحدات مساحة المضلعات، والتي بنيت من وحدة المساحة الاساسية التي تستعمل للقياس.
- يتعلم الطلاب وصف عملية محسوسة لتغطية شكلٍ معين بمساعدة تمارين جمع، تمارين ضرب وتمارين تدمج بين عمليتي الجمع والضرب.

-

وسائل إيضاح: ورقة مقسمة الى مثلثات (شبكة مثلثات) وعليها عددٌ من الاشكال الملونة باللون الاسود (انظر الى الملحق ب)؛ كمية مضلعات (مثلثات، معينات، اشباه منحرفة وأشكال سداسية) من مجموعة "الأشكال العجيبة" بحيث تكفي للتجربة الذاتية للطلاب.

تطبيقات محوسبة: تطبيق محوسب حُضّر لهذه الفعالية بمساعدة برنامج "جيوجبرا" (التطبيق المحوسب موجود بصيغتين)

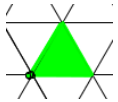
(تطبيق آخر: http://ofek.cet.ac.il/units/he/math/unit1039/act1.aspx)

استخدام التطبيقات المحوسبة يشدد على مصطلح المساحة بما يتعلق بقياس جسم ثنائي الابعاد، مقارنة مع استعمال أدوات ثلاثية الأبعاد.

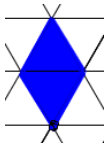
وصف التطبيقات المحوسبة: تطبيق محوسب أ- "أشكال بدون دوران"، تطبيق محوسب ب- "أشكال مع امكانية دوران".

في كل تطبيق محوسب توجد شبكة مثلثات منتظمة، وعليها عددٌ من الأشكال السداسية المتطابقة. بحيث يختفي تحتها عدد من المثلثات الموجودة في الشبكة.

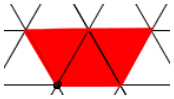
في التطبيق المحوسب موجودة أربعة مضلعات (من مجموعة الأشكال المحوسبة):



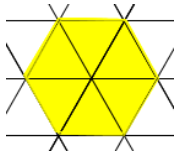
1. مثلث، وهو مطابق لمثلث الشبكة.



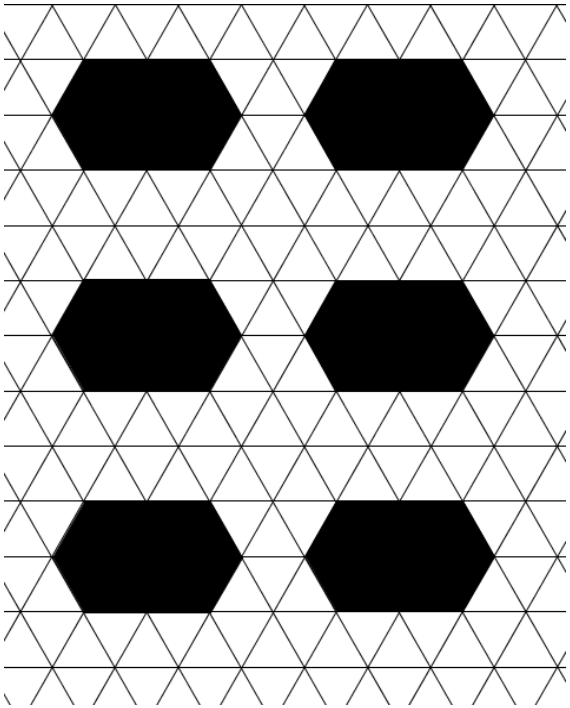
2. معين، وهو مؤلف من مثلثين في الشبكة.



3. شبه منحرف، وهو مؤلف من ثلاثة مثلثات في الشبكة.

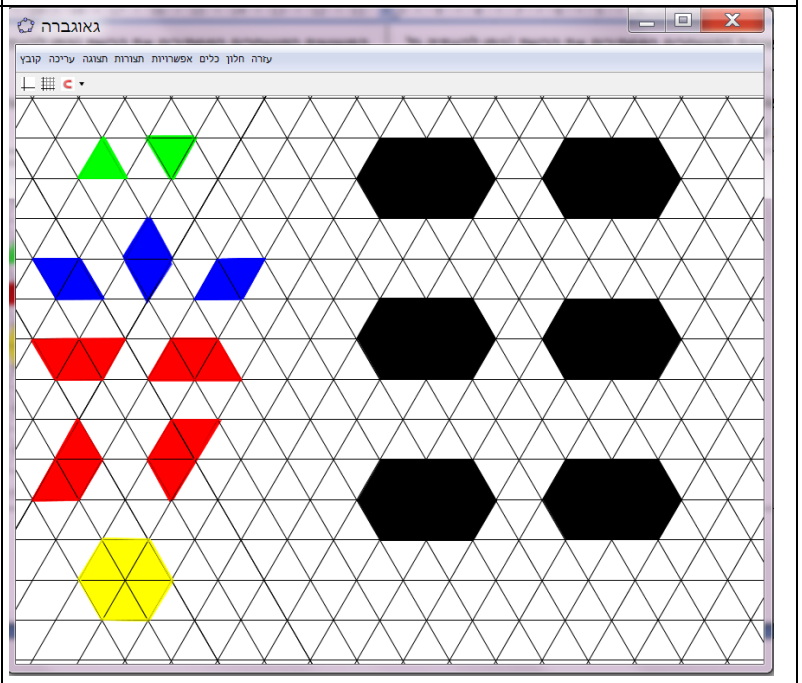
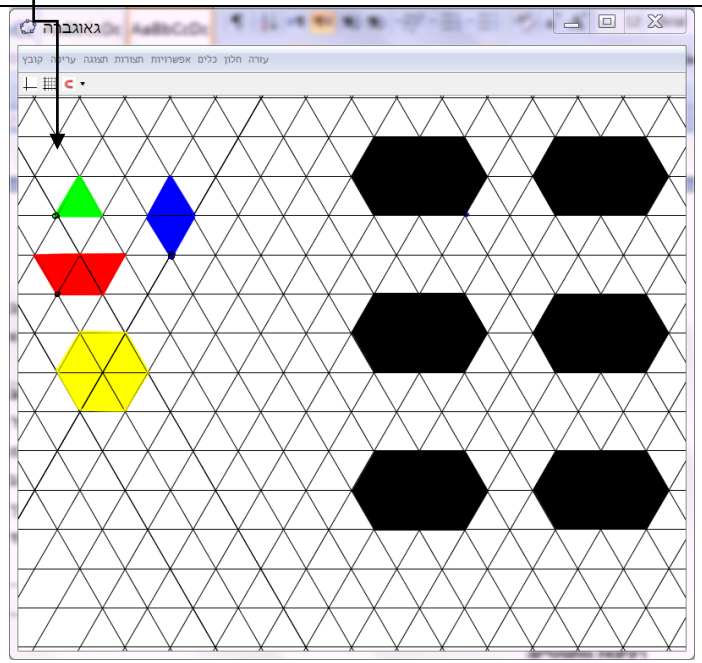


4. شكل ساسي منتظم مبني من ستة مثلثات.



يمكن إزاحة المضلعات ووضعها على شبكة المثلثات ويمكن جرّها بواسطة الفأرة لكل مكان في الشبكة.
عند وضع مضلع على الشبكة أو على الشكل السداسي الأسود على الشبكة، "تظهر" خطوط الشبكة- وعندها يمكن الكشف عن عدد المثلثات التي تغطي الشكل.

التطبيق المحوسب موجود في صيغتين:

"اشكال بدون دوران"	"اشكال مع امكانية دوران"
في الجهة اليسرى من الشباك توجد مجموعة من مضلعات جاهزة للجر، من أجل تغطية الأشكال السداسية التي تخفي جزءًا من الشبكة (يمكن نسخ كل مضلع بدون التحديد). كل مضلع من هذه المضلعات يظهر عدة مرات (ما عدا الشكل السداسي الأصفر) في حالات دوران مختلفة وذلك من أجل راحة الولد الصغير وحتى لا يحتاج بأن ينشغل في استدارة هذه المضلعات على الشاشة.	في الجهة اليسرى من الشباك توجد مجموعة من مضلعات جاهزة للجرّ، لتغطية الاشكال السداسية الملونة بالأسود والتي تخفي جزءاً من الشبكة (يمكن نسخ المضلعات دون تحديد) يمكن استدارة الشكل عن طريق "مسك" النقطة السوداء الموجودة في احدى الرؤوس وتحريكها بواسطة الفأرة.
	

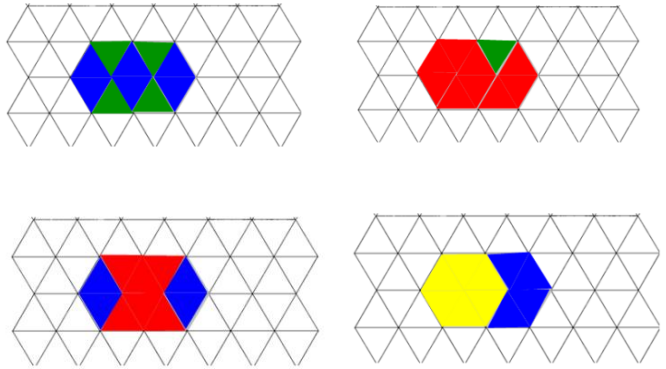
أفكار رياضية:

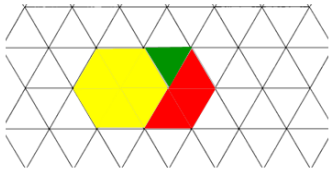
الافكار الرياضية في الفعالية	تعبير تعليمي عن الفكرة في الفعالية
- **مبدأ حفظ المساحة**: عند تركيب شكل من أجزاء، مساحته تساوي مجموع مساحات هذه الاجزاء. لكل شكلين مركبين من نفس عدد الاجزاء المتطابقة، توجد مساحات متساوية. - **مقارنة مساحات:** إذا غَطّى شكل معين شكلاً آخر، فإن مساحته ليست أصغر من مساحة الشكل المغطَّى. - إذا غُطّي كل واحد من الشكلين بنفس مجموعة الأشكال، فإن مساحة الشكلين متساوية. - **وحدة مساحة:** يمكن تحديد كل شكل كوحدة مساحة متفق عليها. مساحة الشكل هي عدد الوحدات المتفق عليها والتي تغطي هذا الشكل.	- يمكن تغطية المضلع المعطى بطرق مختلفة، من ضمن ذلك مضلعات مختلفة. في كل حالة، مجموع مساحات المضلعات يبقى ثابتاً. - إذا كانت كل المضلعات مبنية من مجموعة مضلعات لها نفس "الشكل الأساسي"، هذا الشكل يستعمل كوحدة المساحة والتي بواسطتها تقاس مساحة المضلع. - عدد وحدات المساحة يبقى ثابتاً حتى لو تغيرت الطريقة التي نغطي بها المضلع. - من تغطية مضلع بمساعدة مضلعات مركبة من أجزاء، بالإمكان الوصول لتغطية هذا المضلع بوحدات مساحة فقط. والعكس- يمكن تركيب أشكال مختلفة من وحدات مساحة والحصول على تغطيات مختلفة لنفس المضلع.
- تركيب اشكال هندسية وتفكيكها لأجزاء هما عمليتان متعاكستين، لذا، عندما نفكك ونركب مساحة شكل معين- المساحة لا تتغير.	- يمكن تركيب شكل معين من أجزاء متطابقة وتفكيكه لنفس الأجزاء فيما بعد.
- **حفظ الكمية:** طريقة تغطية الشكل عن طريق وحدات مساحة، لا تؤثر على كمية الوحدات الأساسية المطلوبة لتغطية الشكل. يمكن عرض عدد الأجزاء الكلّي للشكل كحاصل جمع أعداد، بطرق مختلفة. - لكل عدد طبيعي (بدءاً من العدد 3) توجد مجموعات مختلفة من الأعداد الطبيعية بحيث أن مجموع حدودها مساوٍ لهذا العدد الطبيعي، أو توجد طرق مختلفة لتمثيل هذا العدد كحاصل جمع أعداد طبيعية.	- طريقة تغطية الأشكال بأجزاء، أو طريقة عدّ الوحدات التي تغطي المضلع المعطى، هي طرق تمثل مساحة الشكل كحاصل جمع أعداد طبيعية. - هنالك طرق كثيرة لإيجاد عدد وحدات المساحة التي تغطي الشكل. في كل طريقة نعدّ بها هذه الوحدات، نتيجة العدّ تبقى ثابتة. - يمكن تمثيل مساحة المضلع بواسطة تمارين جمع مختلفة.

مسار ممكن لهذا اللقاء:

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم لها
مهمة افتتاحية	1. تعرض المعلمة للطلاب: أ. ورقة لشبكة مثلثات متساوية الأضلاع، حيث أن قسماً من هذه المثلثات مغطى بواسطة شكل سداسي أسود (ملحق أ) ب. كمية مثلثات من مجموعة "اشكال عجيبة". يجب على التلاميذ تخمين عدد المثلثات المخفية تحت الشكل السداسي الملون باللون الأسود. يُطلب من الطلاب أثناء التخمين أن يفسروا كيف قاموا بإحصاء عدد المثلثات المخفية تحت الشكل السداسي. بعد المحادثة عن الفرضيات يجب على الطلاب أن يفحصوا فرضياتهم عن طريق تغطية الشكل السداسي بواسطة مثلثات الأشكال العجيبة. 2. يُطلب من الطلاب اقتراح استراتيجيات مختلفة من أجل حساب عدد المثلثات التي تغطي الشكل السداسي. كلّ اقتراح يُعرض بمساعدة تمرين. استراتيجيات متوقعة: أ. عن طريق العد واحداً واحدا أو العد بالأزواج. ب. عن طريق تقسيم الشكل السداسي لسطرين، بحيث أن نفس عدد المثلثات موجودة في كل سطر. في هذه الحالة يمكن ملاءمة التمارين التالية: 5 + 5 أو 5 x 2 ج. عن طريق تقسيم الشكل السداسي ل "أسطر قطرية"_ لثلاثة أجزاء غير متساوية. في هذه الحالة التمرين الملائم هو:	- عندما نوزّع شبكة المثلثات، من المهم التحدث عن الشكل السداسي والتوضيح مع الأولاد سبب تسمية الشكل الأسود شكلاً سداسياً:(عدد الأضلاع، عدد الرؤوس). يمكن التحدث أيضاً عن طول الأضلاع في الشكل السداسي، عن الأضلاع المتساوية في الطول والأضلاع المختلفة عن بعضها في الطول في الشكل السداسي. - الهدف في المرحلة الأولى هو تطوير الحس الكمّي. في هذه المرحلة من المهم تشجيع التخمين والتقدير. لاحقاً- الهدف هو تشجيع فحص الفرضيات عن طريق العدّ. - هدف الفعالية هو تطوير فكرة التنظيم المجدد للعدد بما يتعلق بالمساحة ورؤية الشيء/الجسم من زوايا مختلفة في المستوى. أيضاً، الربط بين فعالية في الهندسة وفعالية حسابية. - من أجل تسهيل رؤية الأجزاء المختلفة يمكن استعمال سيخ خشب من أجل الفصل بين الأسطر عامة أو بين "الأسطر القطرية".

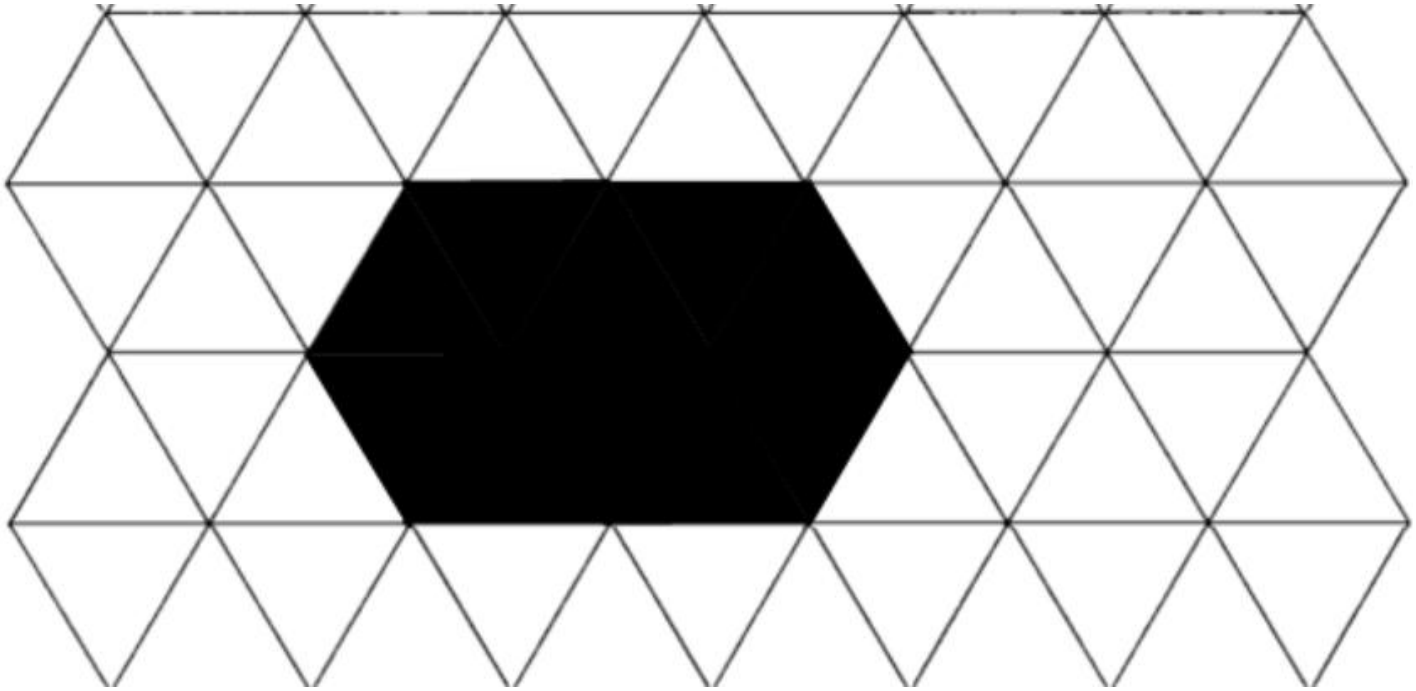
مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم لها
	3+4+3 = 10 د. أيَ تقسيم آخر يمكن التعبير عنه في تمرين جمع أو تمرين جمع لحواصل ضرب أو تمرين جمع لحواصل ضرب وأعداد. .	
المهمة المركزية في الدرس:	تطلب المعلمة من الطلاب تغطية الشكل السداسي بواسطة المضلعات التالية من مجموعة "أشكال عجيبة" (معينات, أشباه منحرفة وأشكال سداسية)، وإيجاد طرق مختلفة لتغطية الشكل السداسي الأسود. مثلاً: تغطية الشكل بمضلعات متطابقة, تغطية مع الكمية الأقل أو الكمية الأكثر من المضلعات. تغطية الشكل بمضلعين مختلفين أو بثلاثة مضلعات مختلفة، أو مع كل أنواع المضلعات. تمثّل كل " تغطية " بواسطة تمرين. أمثلة لإجابات ممكنة: 1. تغطية مع مضلعات متطابقة: - ممكن تغطية الشكل السداسي بعشرة مثلثات أو بخمسة معينات. في هذه الحالة ممكن كتابة تمارين جمع وفحص امكانية تبديل هذه التمارين بتمارين ضرب، أو بتمارين جمع لحواصل ضرب. مثلاً: 2+2+2+2+2=5×2=10 - لا يمكن تغطية الشكل السداسي الأسود بأشكال سداسية صفراء فقط, لأن شكلاً سداسيًا واحداً لا يكفي وشكلين سداسيين سيكونان	- عند عرض المضلعات من مجموعة الأشكال العجيبة للطلاب، من المهم اعطاء اسم كل مضلع وذكر صفاته (عدد الأضلاع، الرؤوس، ووصف حدسي للمضلع). بالإضافة إلى ذلك، من المهم بحث ما هو وجه الشبه والاختلاف بين الشكل سداسي الأصفر من الأشكال العجيبة وبين الشكل السداسي الأسود والموجود في الورقة. - يقوم الطلاب بالتجربة بمساعدة تغطية الأشكال الموجودة في الورقة المرفقة. بالإمكان الطلب من التلاميذ أن يعرضوا تجاربهم عن طريق بناء الشكل على الورقة التي تحوي أشكالاً ملونة بالأسود (ملحق ب)، في كل مرة عليه استعمال مجموعة أخرى من الأشكال العجيبة. لذلك نحتاج كمية أكبر من الأشكال العجيبة. بدلاً من ذلك، ممكن أن نطلب من كل تلميذ أن يبني على ورقته نموذجًا مختلفاً عن نموذج زميله وفي النقاش تتم المقارنة بين النماذج التي بنيت. - ممكن تنفيذ هذه الفعالية بمساعدة أحد التطبيقات المحوسبة: أ- "أشكال بدون دوران"، "أشكال مع امكانية دوران"، والتي خططت لهذه الفعالية. - ممكن شرح عدم امكانية التغطية أيضًا اعتمادًا على علاقات التبديل بين المضلعات. في هذه الحالة قيمة كل مضلع تقرَّر حسب عدد المثلثات الخضراء التي تغطي المضلع. لذلك فقيمة المعين تكون 2، وقيمة شبه المنحرف تكون 3 والخ.

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم لها
	أكثر من اللازم. - لا يمكن تغطية الشكل السداسي الأسود بأشباه منحرفة فقط لأن ثلاثة أشباه منحرفة لا تكفي وأربعة أشباه منحرفة ستكون أكثر من اللازم. يمكن التعبير عن هذه التفسيرات بواسطة تمارين والتي فيها يمكن تمثيل قيمة كل مضلع حسب عدد المثلثات الخضراء التي تغطي هذه المضلع. مثلاً: اذا حاولنا تفسير سبب عدم إمكانية تغطية الشكل السداسي الأسود بأشكال سداسية صفراء، علينا بيان ذلك بأن مساحة الشكل السداسي الأسود ليس من مضاعفات العدد 6 (لأن الشكل السداسي الأصفر "يساوي" 6) 2. أمثلة لتغطيات ممكنة بواسطة نوعين من المضلعات.  - تمارين ممكنة: شكل سداسي ومعينان (2+2+6), اثنان من الأشباه المنحرفة ومعيّنان (2+2+3+3), - نلاحظ بأنه في التمرين سابقًا نحصل دائمًا على مجموعة من	

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم لها
	الأعداد التي تعطينا عددًا زوجيًا (10). لا يمكن البناء من الشكل السداسي وشبه المنحرف (بدون مساعدة المثلث) لأننا عندها سنحصل على عدد فردي. 3. تغطية مع ثلاثة مضلعات: - شكل سداسي واحد، شبه منحرف واحد ومثلث واحد، أو تغطية مع شكل سداسي واحد ومعينان. 4. مثال لتغطية الشكل بواسطة أقل عدد من المضلعات:  للإجمال يُنصح بأن نسأل: هل من الممكن تغطية الشكل مع كل أنواع المضلعات مرة واحدة؟ فسّروا؟ في هذه المرحلة علينا أن نفترض أن الأولاد سيستعملون التحليل الذي يعتمد على تمارين وعندها سيفهمون أن ذلك ليس ممكنًا، حتى لو أخذنا مضلعاً واحدًا فقط من كل نوع فهذا سيغطي أكثر من 10 مثلثات. (12 = 6+3+2+1). مع هذا سنجد أولادا آخرين يجربون تغطية الشكل ويدركون حدسيًا أن هذا الأمر غير ممكن.	- من المهم الانتباه الى أنه اذا أخترنا مضلعًا واحدًا من كل نوع، حاصل جمع قيم كل المضلعات سيكون زوجيًا (12), لكن بالرغم من أنه زوجيًا لكنه لا يلائم لتغطية الشكل السداسي. هذا يعني أن صفة كون النتيجة زوجية لا يضمن امكانية تغطية الشكل، لأنه يوجد الكثير من الأعداد الزوجية، ولتغطية الشكل السداسي نحن بحاجة لعدد زوجي معين (10).

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم لها
نقاش ملخص:	1. هل يؤثر استعمال أنواع المضلعات على تغطية الشكل الأسود؟ هل دائمًا سيُغطى الشكل كله؟ 2. إذا أردنا أخذ كمية من الأجزاء بحيث تغطي الشكل تمامًا، كيف نعرف عدد الأجزاء التي يجب أخذها؟ الإجابة المتوقعة في هذه الحالة هي: يجب أخذ أجزاء بحيث تكون قيمتها الكلية تساوي 10 مثلثات، كل تمرين مكوّن من بين الأعداد : 1, 2, 3 , 6 بحيث تكون نتيجته تساوي 10.	- هدف النقاش هو إجمال مبدأ حفظ المساحة وفكرة أن المساحة تحدَّد بحسب عدد وحدات المساحة التي فيها. - نوع المضلعات لا يؤثر على تغطية الشكل، في كل مرة سنغطي فيها كل الشكل سنحصل على نفس المساحة.

ملحق أ- شبكة مثلثات (يجب الانتباه الى أنه في الطباعة يحافظ على أن كبر المثلثات في الشبكة ملائمًا تماما لكبر المثلثات في الأشكال العجيبة).



ملحق ب- شبكة مثلثات وعدد من الأشكال الملونة بالأسود.