



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
האגף למדעים



מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה-שליט

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

יצירת משולשים מקטע באורך נתון

פיתוח תובנות לגבי שינוי משולשים תוך כדי שימור היקף

מפגש קבוצתי לפיתוח יכולת חישובית ויכולת ראייה מרחבית

כיתות א'-ב'

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע ע"י אוניברסיטת חיפה עפ"י מכרז מס' 1.07/6
הפרויקט מבוצע עבור האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים, המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
טל' 8240646 - 04 פקס. 8288073 - 04

דואל: mathcntr@edu.haifa.ac.il

כתובת האתר: <http://ymath.haifa.ac.il>

נושא המפגש/שיעור:

בניית משולשים שונים מקטע באורך נתון – שינוי צורה תוך שימור היקף

תקציר:

הפעילות משלבת התנסות ודיון של קבוצת תלמידים עם מורה, שבמהלכה התלמידים חוקרים, בעזרת יישומון, את האפשרויות לבניית משולשים שונים מקטע בהיקף נתון, ואת הקשר בין אורך של קטע השווה לסכום צלעותיו של משולש לבין היקפו של המשולש. התלמידים מגלים שהיקף נתון יכול להתאים למגוון של משולשים, ושישנם משולשים שונים שיש להם אותו היקף. בשיחה עם הילדים על הדומה והשונה בין המשולשים, ייעשה שימוש בשפה אינטואיטיבית, ובמונחים גיאומטריים הנדרשים בגיל זה. הפעילות באה במטרה לחזק את הבנת מושג המשולש ומרכיביו ואת מושג היקף המשולש.

מטרות המפגש:

- התלמידים יתנסו ביצירת מגוון משולשים בעלי היקף נתון ובשינויי אורכי הצלעות של המשולשים תוך שמירה על היקפם;
- התלמידים יגלו באופן אינטואיטיבי שקיימת הגבלה לשינוי אורכי הקטעים מהם אפשר לבנות משולש;
- התלמידים יזהו ויבנו משולשים מסוגים שונים (בעלי שלוש צלעות שוות באורכן, בעלי שתי צלעות שוות באורכן, משולשים שכל הצלעות שלהם שונות באורכן) על ידי עריכת שינויים באורך הצלעות של המשולש;
- התלמידים יחשפו לתכונת העבירות (טרנזיטיביות) בעולם הגיאומטרי.

עזרים:

קשיות באורך שווה ובצבעים שונים.
דף נייר (A4) חלק, זוג מספרים וסלוטייפ או דבק - לכל תלמיד.

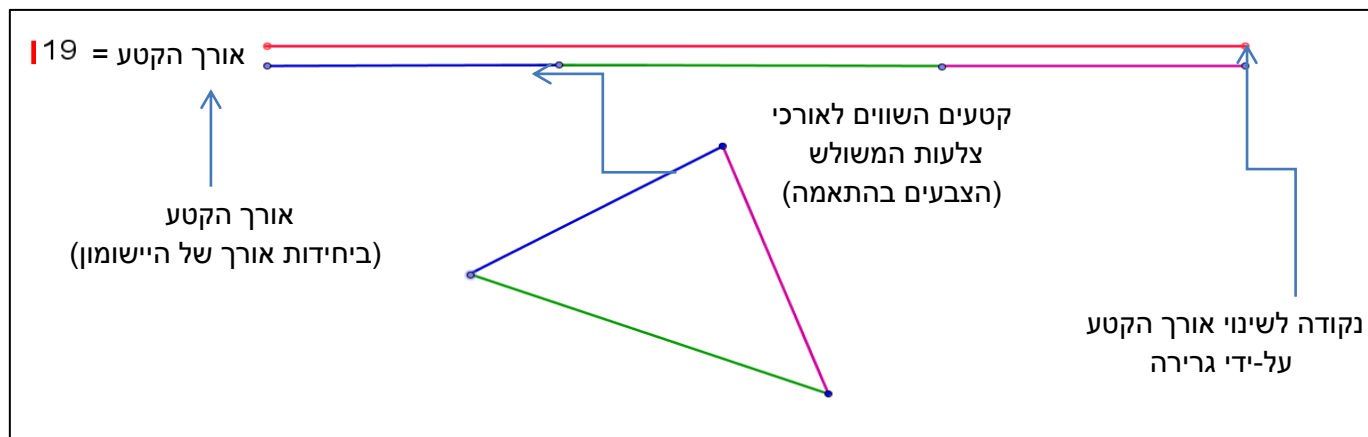
יישומון:

יישומון "[משולשים שונים מאותו הקטע](#)" הוכן לפעילות זו בעזרת תוכנת GEOGEBRA.

תיאור היישומון:

[היישומון](#) ממחיש את השינויים האפשריים במשולש נתון כאשר שומרים על היקפו.

בפתיחת היישומון מתקבל קטע בצבע אדום, באורך נתון, משולש בעל היקף באורך הקטע הנתון ושלושה קטעים השווים לאורכי צלעות המשולש (ראה **איור 1**)



איור 1. מסך היישומון "משולשים שונים מאותו הקטע"

היישומון מאפשר:

- שינוי אורכי כל צלעות המשולש על-יד הזזת הקדקודים תוך שמירה של היקף המשולש;
- שימור צלע אחת ושינוי אורכי שתי צלעות אחרות של המשולש, על-יד הזזת אחד הקדקודים, תוך שמירה של היקפו – שינוי אורך הקטע האדום על-ידי גרירה ימינה (הגדלת אורך) או שמאלה (הקטנת אורך) של הקצה הימני שלו (בהתאם משתנה המספר במשפט 'אורך הקטע = יחידות אורך' שימו לב: שינוי אורכי הצלעות מתבצע על-ידי גרירת הקדקודים. במקרה ששתי נקודות אלו מתלכדות, עולה הודעה 'אין משולש'. משמעות ההודעה כי המשולש אינו מוגדר.

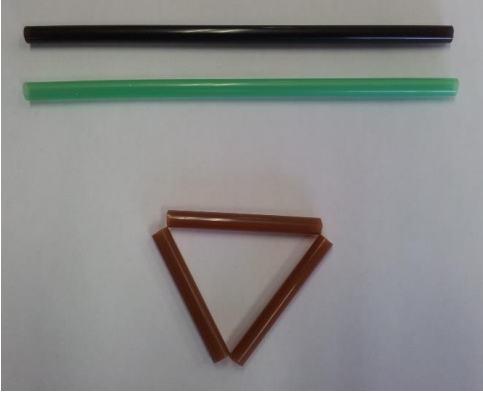
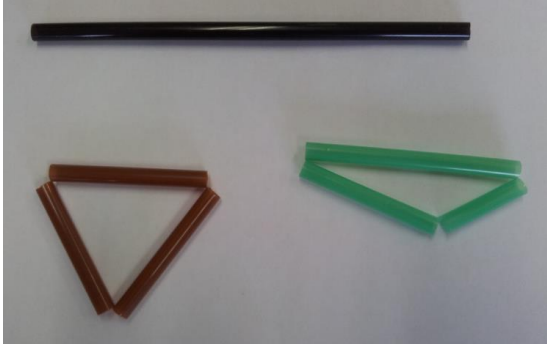
רעיונות מתמטיים:

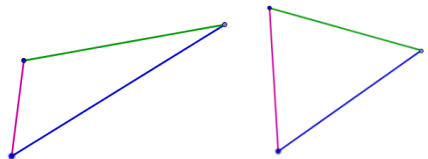
ביטוי דידקטי של הרעיון בפעילות	הרעיונות המתמטיים בפעילות
<p>- פעולות הפירוק וההרכבה הן הפיכות. אפשר לחלק קטע לקטעים קצרים יותר במגוון דרכים. בכל אחת מהחלוקות, סכום אורכי הקטעים שווה לאורך הקטע השלם.</p> <p>- בחלוקת קטע נתון לשלושה קטעים חלקיים מתקבל אוסף קטעים שבחלק מהמקרים אפשר להרכיב מהם משולש ובחלק - לא. קטעים אלה יהיו צלעות המשולש רק בקיום תנאי אי-שוויון המשולש.</p>	<p>- עקרון שימור אורך הקטע והפיכות חלוקת השלם לחלקים והרכבת השלם מחלקים אלה.</p> <p>- הגבלות של פירוק והרכבה: לא מכל אוסף של שלושה קטעים אפשר להרכיב משולש. משלושה קטעים אפשר לבנות משולש רק כאשר מתקיים אי-שוויון המשולש: סכום של אורכי של כל זוג קטעים גדול מאורך הקטע השלישי.</p>
<p>- קטע נתון יכול לבטא היקף של מצולעים שונים.</p> <p>- אפשר לשמור את האורך של אחת מצלעות המשולש ולשנות את האורך של שתי הצלעות האחרות תוך כדי שימור היקף המשולש. הגדלת אורך של אחת מהצלעות גוררת הקטנת אורך (באותו שיעור) של צלע אחרת, או של שתי צלעות כשסך כל שיעור ההקטנה נשמר.</p> <p>- אפשר לשנות את האורכים של כל צלעות המשולש ולשמור על היקפו. שינוי אורכי הצלעות הם מתואמים, למשל, אי-אפשר להגדיל את כל שלוש הצלעות המשולש ולשמור על היקפו.</p>	<p>- מקו סגור באורך נתון ניתן ליצור משולשים שונים בעלי היקף קבוע. תוך כדי שימור ההיקף, יכולה להשתנות החלוקה בין אורכי צלעות המשולשים.</p>
<p>- משולשים שצלעותיהם מתקבלות מחלוקה שונה של אותו קטע, הינם בעלי היקפים השווים לאורך הקטע ולכן ההיקפים שלהם שווים ביניהם.</p>	<p>- טרנזיטיביות השוויון: שני גדלים השווים לגודל מסוים, שווים ביניהם.</p>

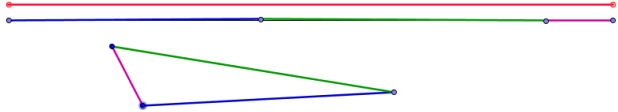
מהלך אפשרי של המפגש:


בפתיחת הפעילות כדאי לברר אם התלמידים מבינים מהו היקף המשולש, כקו המקיף את הצורה וגם אורך קו זה. תובנות אלו נבנות בפעילות "[שימור ההיקף במשולשים שונים](#)".

משימות	פעילויות למידה	נקודות לתשומת לב המורה
<p>משימת פתיחה</p> <p>1. המורה מציגה משולש כלשהו ושואלת מהו שם הקו שמקיף אותו.</p> <p>2. המורה מציגה בפני התלמידים 3 קטעים באותו אורך (מנקי מקטרות / קשיות / רצועות נייר) ושואלת מה תוכלו לומר על האורך של שלושת הקטעים?</p>  <p>3. המורה גוזרת את אחד הקטעים לשלושה חלקים (לא בהכרח שווים) כך שניתן לבנות מהם משולש. שאלות לדיון: מה שם המצולע שבנית? מה מיוחד באורכי הצלעות שלו?</p>	<p>- הפעילות אמורה לוודא שימוש במונח 'היקף' כקו המקיף את המשולש. רצוי שתלמידים יסמנו את ההיקף בתנועות האצבע ליד צלעות המשולש.</p> <p>- מטרת פעילות זו היא לסייע לתלמידים להבין את הקשר בין אורך קטע נתון, לבין היקף של משולש שאורכו זהה לאורך הקטע הנתון.</p> <p>- תשובות על השאלה 'לכולם אותו אורך', 'האורך שלהם שווה' מזמנות דיון בדרכי בדיקת שוויון אורכים. למשל, אם שמים אותם זה ליד זה רואים שהם שווים באורכם.</p> <p>- לתשומת לב המורה: בחלוקת האורך הנתון יש לדאוג לכך שסכום האורכים של כל שני קטעים יהיה גדול מאורך הקטע השלישי, אחרת, אי אפשר יהיה לבנות משולש.</p> <p>- המשולש המוצג כאן מתייחס לחלק הפנימי שנוצר על-יד עזר ההמחשה שהמורה בחרה. אין להתייחס לעובי של עזר ההמחשה.</p> <p>- מתקבל המשולש שאורכי צלעותיו יכולים להיות שווים או שונים.</p>	

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>ייתכן שתלמידים יתמקדו בהשוואת אורכי הצלעות. מבלי לפסול דיון זה, יש למקד אותם גם לקשר בין אורכי הצלעות ואורך הקטע ממנו הקטעים נגזרו.</p> <p>- חשוב לוודא שתלמידים מבינים את שימור האורך, ומבינים כי האורך הכולל של שלושת הקטעים החלקיים שנגזרו מהקטע השלם, שווה לאורך הקטע השלם. במקרה הצורך, כדאי לבקש להצמיד אותם 'בקו אחד' מול הקטע השלם שלא נגזר, לצורך הבדיקה.</p> <p>שימו לב: תפיסת שוויון ההיקף של שני המשולשים שנבנו, מבוססת על הבנה אינטואיטיבית של טרנזיטיביות השוויון. לא משווים ישירות בין ההיקפים של שני המשולשים, אלא ההשוואה היא עם אורך הקטע 'השלם'. תלמידים אמורים לתאר את דרך ההשוואה ולבסס את המסקנה.</p> <p>- חשוב כי התלמידים יבינו את משמעותו של ההיקף, כאורך של כל קטעי המשולש 'ביחד'. רצוי שהמורה תשתמש במונח 'היקף' באופן שיטתי.</p> <p>- אפשר להזכיר את הפעילות: <u>שימור ההיקף במשולשים שונים</u> (שבה התלמידים עבדו עם חבל וחוט), בה תלמידים פגשו</p>	 <p>4. המורה גוזרת קטע שלישי לשלושה קטעים כך שאורכי הקטעים החלקיים יהיו שונים מאורכי הקטעים החלקיים הקודמים שגזרה ובונה מהם משולש נוסף.</p>  <p>שאלה: במה דומים ובמה שונים שני המשולשים שבנית? מה תוכלו לומר על ההיקף של המשולשים שבנית?</p>	

משימות	פעילויות למידה	נקודות לתשומת לב המורה
		משולשים שונים זה מזה בצורתם ובאורכי צלעותיהם, אך בכולם ההיקף נשמר.
המשימה המרכזית של השיעור	<p>1. מציגים בפני התלמידים את היישומון: "משולשים שונים מאותו הקטע" ובודקים מה קורה למשולש כאשר מזיזים את מקומו של אחד הקדקודים. בודקים האם ניתן להזיז כל אחד מן הקדקודים ואיך זה משפיע על צורת המשולש ועל אורכי הצלעות. לדוגמה,</p>  <p>התלמידים יסבירו את ממצאיהם תוך שימוש בשפה אינטואיטיבית ובמונחים הרלוונטיים: מצולע, קדקודים, צלעות ואורכי הצלעות.</p> <p>2. המורה תפנה את תשומת לב התלמידים לשינוי שמתרחש בקטעים שמעל המשולשים בזמן שהם מזיזים קדקוד של</p>	<p>יש לעודד שימוש במונחים: קדקוד, צלע, אורכי הצלעות. היישומון מאפשר לראות את השינויים החלים באורכי הצלעות תוך כדי שימור היקף המשולש. הקטע התחתון, הצבעוני, שומר על ארכו, אך חלקיו מהווים קטעים זהים לצלעות המשולש ומשתנים בהתאמה לשינוי באורכי הצלעות. המחשה זו, לצד הקטע האדום השומר על אורכו, מאפשרת לראות את הקשר בין אורכי צלעות המשולש לבין אורך הקטע המבטא את ההיקף. למרות השינויים החלים באורך הקטעים השונים שבקטע הצבעוני, אורכם הכולל (סכום אורכי הקטעים) נשאר קבוע כי הוא תמיד שווה לאורך הקטע האדום.</p> <p>לתלמידים מתקדמים אפשר להציג את השאלה: האם אפשר להאריך בו זמנית את כל הצלעות או לקצר בו זמנית את שלושתן ולשמור על ההיקף הנתון, ולבקש הסבר. (הארכה בו זמנית של כל הצלעות, או קיצורן, תשנה את האורך הכולל, כלומר, את ההיקף).</p> <p>שימו לב: כאשר מתלכדות שתי נקודות שאמורות להיות קדקודי המשולש, ורואים קו, עולה הודעה 'אין משולש'.</p> <p>ניתן לקשר את הקטעים שעל צג המחשב לעזרי ההמחשה</p>

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>שהוצגו לתלמידים בפעילות הפתיחה. גם שם השווינו בין קטע שלם לקטע שנחתך לשלושה קטעים חלקיים שסכום אורכיהם שווה לאורך הקטע השלם.</p> <p>חשוב לבצע שינויים במשולש כדי שהילדים יבחינו מה קורה בקטע הצבעוני, כאשר מקטינים את האורך של הצלע הכחולה (או הירוקה, או הוורודה).</p> <p>התלמידים יגלו שכל חלק על הקטע הצבעוני משתנה באורכו בהתאמה לשינוי שחל באורך הצלע שבאותו הצבע במשולש, ושארך כל חלק על הקטע הצבעוני, זהה לאורך הצלע (באותו הצבע) במשולש.</p> <p>המורה תדון עם התלמידים מדוע שלושת התשובות נכונות ומה הקשר ביניהן.</p>	<p>משולש, ותשאל: מה קורה לקטעים? והאם השינוי שחל בהם קשור לשינוי שחל במשולש?</p>  <p>3. מציגים לילדים את השאלה: אם נרצה לחשב את היקף המשולש – איך נוכל לעשות זאת? תשובות אפשריות:</p> <ul style="list-style-type: none"> - נמדוד את האורך של כל אחת מהצלעות ונחבר את האורכים. - נמדוד את האורך של החלקים בקטע הצבעוני ונחבר אותם - נמדוד את האורך של הקטע האדום. 	

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>התלמידים ישנו את מיקום הקדקודים של המשולש על צג היישומון, כאשר אורך הקטע האדום הוא 12 (ביחידות של היישומון).</p>	<p>4. המורה תבקש מתלמיד לשנות את אורך הקטע האדום (כאשר גוררים ימינה או שמאלה את הקצה הימני של הקטע - אורכו גדל או קטן בהתאמה) ולבדוק איך זה משפיע על הקטע הצבעוני ועל המשולש.</p> <p>5. המורה תבקש מתלמיד לשנות את אורך הקטע ל-12 ותשאל? מה מייצג מספר זה?</p>  <p>תשובות נכונות אפשריות:</p> <ul style="list-style-type: none"> - את אורך הקטע האדום - את סכום החלקים ממנו מורכב הקטע הצבעוני - את סכום אורכי צלעות המשולש - את היקף המשולש <p>6. המורה תשאל האם אפשר ליצור משולשים שונים שההיקף שלהם 12? הדגימו בעזרת היישומון.</p> <p>התלמידים ימשיכו לחקור את הקשר בין 2 הקטעים לבין אורכי צלעות המשולש והיקפו.</p>	

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>- בעקבות החקירה שערכו התלמידים, הם יגיעו למסקנה שלמשולשים שונים יכול להיות היקף שווה, ומהיקף נתון ניתן ליצור משולשים שונים.</p>	<p>המורה תשאל: האם למשולשים שונים יכול להיות היקף שווה? הסבירו או תנו דוגמאות. אם נתון ההיקף, האם אפשר ליצור ממנו משולשים שונים? הסבירו או תנו דוגמאות.</p>	<p>דיון מסכם קצר</p>