אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
האגף למדעים

מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה-שליט

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

تكوين مثلثات من قطعة معطاة

تطوير مفاهيم تتعلق بتغيير المثلثات مع حفظ محيطها

لقاء جماعي هدفه تطوير القدرة الحسابية والقدرة على الرؤية في الفراغ

صفوف أول- ثانٍ

ترجمة: كواكب سيف

مركز المعلمين القطري في موضوع: الرياضيات. جامعة حيفا تقوم بالمشروع وفقا للمناقصة رقم **1.07/6**

المشروع أجريَ لقسم تخطيط وتطوير المنهاج التعليمي, السكرتارية التربوية, وزارة التربية

مركز المعلمين القطري للرياضيات في المرحلة الابتدائية- قسم التربية, جامعة حيفا,حيفا 31905

هاتف 8240646 - 04 فاكس. 8288073 - 04

عنوان الموقع:http://ymath.haifa.ac.il بريد الكتروني: E-mail:mathcntr@edu.haifa.ac.il

موضوع اللقاء/الدرس: **بناء مثلثات مختلفة من قطعة معطاة, تغيير الشكل مع الحِفاظ على نفس المحيط**

ملخَّص: تدمج الفعالية بين التجربة والنقاش بين مجموعة طلاب ومعلم بحيث خلالها يقوم الطلاب بمساعدة التطبيق المحوسب ببحث إمكانية بناء مثلثات مختلفة لها نفس المحيط من قطعة معطاة, ويقومون ببحث العلاقة بين طول القطعة التي تساوي مجموع أطوال أضلاع المثلث وبين محيط المثلث- يكتشف الطلاب بأن محيطًا محددًا يمكن أن يلائم مثلثات متنوعة, وأن هنالك مثلثات مختلفة لها نفس المحيط.

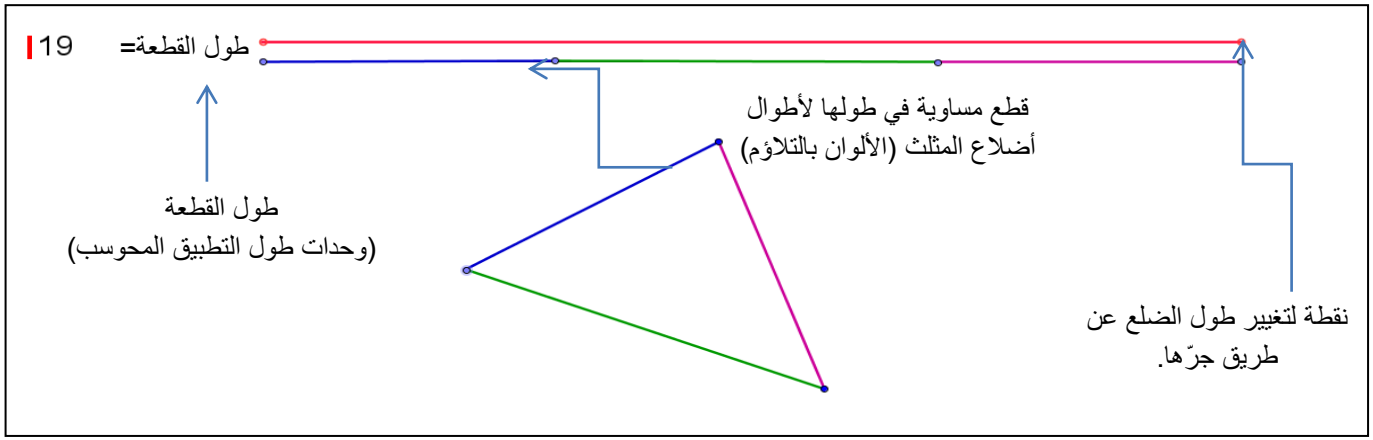
أهداف اللقاء:
- يجرب الطلاب بناء مثلثات مختلفة ذات محيط معيّن ويجربون تغيير أطوال أضلاع المثلثات مع الحفاظ على محيطها.
- يكتشف الطلاب بشكل حدسي أن هناك تقييد معين في تغيير أطوال القطع التي بإمكاننا أن نبني منها مثلثًا.
- عن طريق إجراء تغييرات على أطوال الاضلاع في المثلث, يتعرف ويبني الطلاب مثلثات من أنواع مختلفة (ذات ثلاثة أضلاع متساوية في طولها, ذات ضلعين متساويين في الطول, مثلثات بحيث أن جميع أضلاعها مختلفة في الطول).
- يتعرف الطلاب على صفة علاقة التعدي (טרנזיטיביות- transitive) في عالم الهندسة.

مواد مساعدة: قشّات بأطوال متساوية وألوان مختلفة (أو- أسلاك لتنظيف الغلايين، أو- قطع ورقية رفيعة بنفس الطول)
- ورقة A4 بيضاء.
- مقص وأوراق لاصقة أو صمغ- لكل طالب.

تطبيق محوسب: التطبيق "مثلثات مختلفة من نفس القطعة" حُضِّر لهذه الفعالية وبمساعدة برنامج جيوجبرا.

وصف التطبيق المحوسب: يوضح لنا التطبيق المحوسب التغييرات التي من الممكن أن تحصل على مثلث معطى بحيث نحافظ على نفس المحيط.

في بداية التطبيق المحوسب يتم الحصول على قطعة بلون أحمر, طولها محدّد, ومثلث محيطه يساوي طول القطعة الحمراء المعطاة, وثلاثة قطع مساوية لأطوال ثلاثة أضلاع المثلث (أنظر الرسمة التوضيحية 1)



رسمة توضيحية 1. شاشة التطبيق المحوسب, "مثلثات مختلفة من نفس القطعة"

يُمكِّننا التطبيق المحوسب من:

- تغيير أطوال أضلاع المثلث كلّها عن طريق تحريك رؤوسه بشرط أن نحافظ على نفس محيط المثلث.
- المحافظة على طول ضلع واحدٍ من أضلاع المثلث, وتغيير الضلعين الآخرين، عن طريق تحريك أحد الرؤوس, مع المحافظة على نفس المحيط – تغيير طول الضلع الأحمر عن طريق جر طرفه الأيمن يمينًا (زيادة الطول) أو يسارًا (تقليل الطول).

انتبهوا: تغيير أطوال الأضلاع يتم عن طريق جرّ الرؤوس. في حالة اتحاد رأسين، عندها تظهر رسالة 'لا يوجد مثلث'. معنى الرسالة أن المثلث غير معرّف (لأن ضلعين لن يحددا مثلثا).

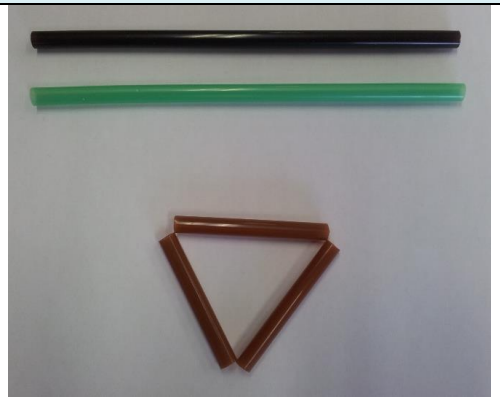
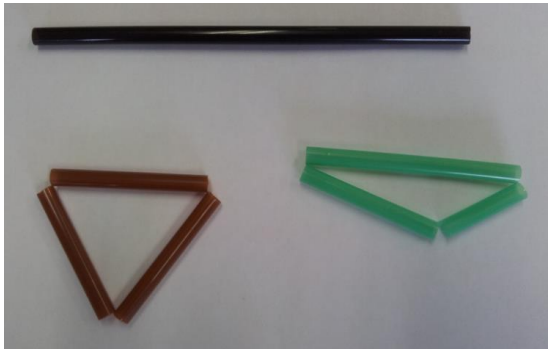
الأفكار الرياضية:

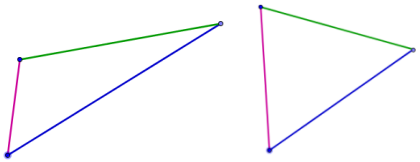
الأفكار الرياضية في الفعالية	تعبير تعليمي عن الفكرة في الفعالية
- مبدأ حفظ طول القطعة , ومبدأ التعاكس : تقسيم الصحيح إلى أقسام معينة وعودة تركيب الصحيح من هذه الاقسام. - تقييدات التركيب والتفكيك: لا نستطيع أن نبني مثلثًا من أي ثلاث قطع. حتى نتمكن من بناء مثلثٍ من ثلاث قطع يجب أن تتحقق متباينة المثلث وهي: مجموع أطوال أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.	- عمليتا التفكيك والتركيب هما عمليتان متعاكستان. يمكن تقسيم قطعة إلى قطع أصغر منها بعدة طرق. وفي كل تقسيم، مجموع أطوال القطع مساوٍ لطول القطعة الصحيحة (الكاملة). - عندما نقسّم قطعة إلى ثلاثة أجزاء نحصل على مجموعة قطع بحيث أننا نستطيع أن نبني منها مثلثًا في بعض الحالات. وفي بعضها لا نستطيع, هذه القطع ستكون أضلاعًا للمثلث فقط إذا تحققت شروط متباينة المثلث. (مادة أخرى بالعبرية).
- من خط مغلق ذي طول معطى يمكن تكوين مثلثات مختلفة ذات محيط ثابت. يمكن تغيير الفرق بين أطوال أضلاع المثلثات مع الحفاظ على المحيط.	- قطعة معطاة يمكن أن تعبر عن محيط مضلعات مختلفة. - يمكن المحافظة على طول أحد أضلاع المثلث وتغيير أطوال الضلعين الآخرين مع الحفاظ على محيط المثلث. تكبير طول أحد الأضلاع يؤدي إلى تصغير طول الضلع الآخر (بنفس النسبة)، أو طول الضلعين الآخرين حيث أن نسبة التصغير الكلية تبقى ثابتة. - يمكن تغيير جميع أطوال أضلاع المثلث مع الحفاظ على محيطه. تغيير أطوال الأضلاع يكون منسّقًا، مثلاً، لا يمكن في نفس الوقت أن نكبر ثلاثة أضلاع المثلث والحفاظ على محيطه.
- علاقة التعدي في المساواة إذا تساوى مقداران معينان لمقدار ثالث، فالثلاثة مقادير تكون متساوية.	- المثلثات التي أضلاعها ناتجة عن تقسيم مختلف لنفس القطعة، هي مثلثات ذات محيط مساوٍ لطول هذه القطعة لذلك فإن محيطاتها متساوية فيما بينها.

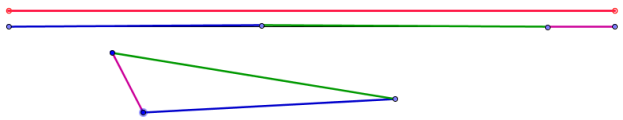
مسار ممكن للقاء:

في افتتاح الفعالية من المستحسن أن نفحص فيما إذا كان الطلاب يفهمون ما هو محيط المثلث، كخط يحيط الشكل وأيضًا طول هذا الخط. هذه المفاهيم تُكتسب في فعالية "حفظ المحيط في مثلثات مختلفة".

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط نلفت انتباه المعلم اليها
مهمة افتتاحية	1. تعرض المعلمة مثلثًا وتسأل: ماذا نسمي الخط الذي يحيط المثلث؟ 2. تعرض المعلمة للطلاب ثلاث قطع من نفس الطول (أسلاك لتنظيف الغلايين /قشّات/قطع من ورق) وتسأل: ماذا بإمكانكم القول عن هذه القطع الثلاث . 3. تقص المعلمة إحدى القطع لثلاثة أجزاء (ليس بالضرورة أن تكون متساوية) حتى يكون بالإمكان بناء مثلث منها. اسئلة للبحث: ما هو المضلع التي بنيته؟ ما الذي يميز أضلاعه؟	- من المفروض أن تفحص الفعالية استعمال المصطلح "محيط" بأنه الخط الذي يحيط المثلث. من المستحسن أن يشير الطلاب إلى المحيط عن طريق تحريك الأصبع بمحاذاة أضلاع المثلث. - هدف الفعالية هو مساعدة الطلاب على فهم العلاقة بين طول قطعة معطاة وبين محيط المثلث الذي طوله يساوي طول هذه القطعة المعطاة. - الإجابات: 'لجميع القطع يوجد نفس الطول', 'طولها متساوٍ' ستثير النقاش حول كيفية فحص هذا التساوي في الطول. مثلاً، إذا وضعنا القطع الواحدة بجانب الاخرى (بحيث أن القطعة الواحدة توازي الاخرى- أنظر الصورة على يمينك) سنرى أن القطع متساوية في الطول. - نلفت انتباه المعلم إلى النقطة التالية: عند تقسيم القطعة المعطاة يجب الأخذ بعين الاعتبار أن يكون طول كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، وإلاّ، فلن نستطيع بناء مثلث. - المقصود هنا بالمثلث المعروض هو الجزء الداخلي الناتج عن طريق وسيلة

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم اليها
	 4. تقص المعلمة قطعة ثالثة لثلاثة قطع بحيث أن أطوال القطع الجزئية تكون مختلفة عن أطوال القطع الجزئية التي قصتها سابقًا وتبني من هذه القطع مثلثًا إضافيًا. 	الإيضاح التي اختارتها المعلمة بحيث لا نأخذ بالحسبان سُمك وسيلة الإيضاح. - يتم الحصول على مثلث حيث أن أطوال أضلاعه إمّا أن تكون متساوية أو مختلفة. من المحتمل أن يركز الطلاب على المقارنة بين أطوال الأضلاع، لن نلغي هذا التوجه في النقاش، لكن على النقاش أن يتمحور حول العلاقة بين أطوال الأضلاع وطول القطعة التي جُزِّأَت. - من المهم التأكُد من أن الطلاب يفهمون معنى حفظ الطول، وانهم يفهمون بأن الطول الكلّي للقطع الثلاث الجزئية والتي قصَّت من القطعة الكاملة، مساوٍ لطول القطعة الكاملة، إذا كانت هنالك حاجة، من المفضل أن نطلب من الطلاب أن يرتبوا القطع الثلاث بخطٍ مستقيم مقابل القطعة الكاملة حتى يفحصوا هذه المساواة. أُنتبهوا: إدراك المساواة بين محيطي المثلثين الذين بُنيا، يستند على الفهم الحسي لصفة علاقة التعدي في المساواة, يعني أننا لا نقارن مباشرة بين محيطي المثلثين، لكن المقارنة هي مع طول القطعة "الكاملة". على الطلاب وصف طريقة المقارنة والوصول إلى استنتاج. - من المهم أن يفهم الطلاب معنى المحيط، بأنه طول جميع قطع المثلث "سويةً". من الأفضل أن تستعمل المعلمة مصطلح "محيط" بشكل منهجي. - ممكن هنا أن نذكر فعاليّة : "حفظ المحيط في مثلثات مختلفة" (والتي فيها استعمل الطلاب حبل وخيط)، حيث تعرف الطلاب فيها على مثلثات مختلفة في شكلها وفي أطوال أضلاعها، لكن في جميعها، كان المحيط ثابتًا.

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم اليها
	سؤال: بماذا يتشابه المثلثان اللذان بنيتهما وبماذا يختلفان؟ ماذا يمكنكم القول عن محيط المثلثات التي بنيتها؟	
المهمة المركزية في الدرس	1. نعرض للطلاب التطبيق المحوسب "مثلثات مختلفة من نفس القطعة" ونفحص ماذا يحصل للمثلث عندما نحرّك أحد الرؤوس من مكانه. نفحص إذا كان بالإمكان تحريك كل رأس من الرؤوس، وكيف يؤثر ذلك على شكل المثلث وعلى أطوال الأضلاع. مثلاً،  على الطلاب أن يشرحوا استنتاجاتهم بلغة حدسية وبمصطلحات ملائمة: مضلع، رؤوس، أضلاع وأطوال الأضلاع. 2. تلفت المعلمة انتباه الطلاب إلى التغيير الذي يحصل للقطع الموجودة فوق المثلثات عندما يحركون رأسًا من رؤوس المثلث، وتسأل: ماذا يحصل للقطع؟ وهل التغيير الذي حصل للقطع يتعلق بالتغيير الذي حصل للمثلث؟	- يجب تشجيع الطلاب على استعمال المصطلحات: رأس، ضلع، أطوال الأضلاع. - التطبيق المحوسب يمكّننا من رؤية التغييرات التي تحدث على أطوال الأضلاع بينما يبقى المحيط ثابتًا. تحافظ القطعة السفلى، الملونة، على طولها لكن أجزاءها تكون بمثابة قطع مطابقة لأضلاع المثلث وتتغير بالتلاؤم مع تغيير أطوال الأضلاع، هذا التوضيح إضافة إلى القطعة الحمراء التي تحافظ على طولها، يمكننا من رؤية العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث وبين طول القطعة التي تعبّر عن المحيط، بالرغم من التغييرات التي تحصل على أطوال القطع المختلفة في القطعة الملونة، فإن الطول الكلّي (مجموع أطوال القطع) يبقى ثابتًا لأنه دائمًا يساوي طول القطعة الحمراء. - على الطلاب المتقدمين يمكن عرض السؤال التالي: هل بالإمكان إطالة كل الأضلاع معًا أو تقصيرها معًا والمحافظة في الوقت نفسه على المحيط المعطى؟ ونطلب منهم الشرح (إطالة أو تقصير كل الأضلاع معًا تؤدي إلى تغيُّر الطول الكلّي، أي تغيُّر المحيط) - انتبهوا: عندما تتحد نقطتان واللتان من المفروض أنهما بمثابة رأسين للمثلث، ونرى خطًا واحدًا، عندها تظهر الرسالة "لا يوجد مثلث". - يمكن أن نربط بين القطع التي تظهر على شاشة الحاسوب وبين وسائل

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط نلفت انتباه المعلم اليها
	 3.نطرح السؤال التالي للطلاب: إذا أردنا أن نحسب محيط المثلث-كيف نستطيع أن نفعل ذلك؟ إجابات ممكنة: - نقيس طول كل ضلع من الأضلاع ونجمع الأطوال. - نقيس أطوال القطع الملونة ونجمع هذه الأطوال. - نقيس طول القطعة الحمراء. 4. تطلب المعلمة من الطلاب تغيير طول القطعة الحمراء وفحص تأثير ذلك على القطعة الملونة وعلى المثلث (عندما نجر طرف القطعة الحمراء الأيمن، يمينًا أو يسارًا- طول القطعة الحمراء يكبر أو يصغر على التوالي).	الإيضاح التي عُرِضَت للطلاب في فعالية الافتتاحية. هناك أيضًا قارنّا بين قطع كاملة/صحيحة وبين القطعة التي قسّمت لثلاث قطع جزئية بحيث أن مجموع أطوالها مساوٍ للقطعة الكاملة. من المهم أن نجري تغييرات على المثلث حتى يلاحظ الطلاب ماذا يحصل للقطعة الملونة، عندما نصغّر طول القطعة الزرقاء (أو الخضراء أو الوردية). يكتشف الطلاب أن طول كل جزء على القطعة الملوّنة يتغير ملاءمةً للتغيير الذي حصل على الضلع الملون بنفس اللون، وأن طول كل جزء على القطعة الملونة مساوٍ لطول ضلع المثلث (الملون بنفس هذا اللون). تبحث المعلمة مع الطلاب سبب صحة الإجابات الثلاث، وما هي العلاقة بين هذه الإجابات.

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم اليها
	5. تطلب المعلمة من أحد الطلاب تغيير طول القطعة لـ 12 وتسأل: ماذا يمثل هاذا العدد؟ إجابات صحيحة ممكنة: - هذا العدد يمثل طول القطعة الحمراء. - مجموع الأجزاء المكونة منها القطعة الملونة. - مجموع أطوال أضلاع المثلث. - محيط المثلث. 6. تسأل المعلمة إذا كان بالإمكان تكوين مثلثات بحيث أن محيطها يساوي 12؟وتطلب أن يبيّنوا ذلك بمساعدة التطبيق المحوسب. يستمر الطلاب في بحث العلاقة بين القطعتين وبين أطوال أضلاع المثلث ومحيطه.	يغير الطلاب أمكنة رؤوس المثلث على شاشة التطبيق المحوسب عندما يكون طول القطعة الحمراء هو 12 وحدة (وحدات التطبيق المحوسب).

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت انتباه المعلم اليها
نقاش ملخَّص وقصير	تسأل المعلمة: هل لمثلثات مختلفة يمكن أن يكون محيط متساوٍ. اشرحوا أو أعطوا أمثلةً. إذا أُعطى المحيط، هل بالإمكان تكوين مثلثات مختلفة من هذا المحيط؟ اشرحوا أو أعطوا أمثلةً.	- جراء البحث الذي قام به الطلاب، سيصلون إلى الاستنتاج أن لمثلثات مختلفة يمكن أن يكون نفس المحيط، ومن محيط معطى ممكن تكوين مثلثات مختلفة. -