

מפעולות להכללות (2): הנחיות למורה

מטרות הפעילות:

מטרות פעילות זו הן לפתח ולעודד יצירתיות בקרב התלמידים בעזרת בעיה פתוחה (Open-start ו-Open-end) שיש למצוא בה את כל הפתרונות האפשריים (עבור מספר סופי של פתרונות), תוך חשיבה על אסטרטגיות שונות לפתרון.

מוקדי הפעילות הם: זיהוי של קשרים בין מספרים¹ חד-ספרתיים בעזרת פעולות חיבור וחסור בתחום העשרת; הכללה מהדוגמאות המרובות לגבי תכונותיהם של המספרים האיזוגיים²; והמוסכמה לגבי סדר עריכת פעולות החשבון, שעל פיה, פעולות החיבור והחסור מקובצות משמאל לימין.

מוקד נוסף של הפעילות הוא חשיבה קומבינטורית, שבמסגרתה יש לערוך בדיקה שיטתית המאפשרת לחשוב על כל הצירופים האפשריים במסגרת הבעיה, ולמנות אותם. על אף מורכבותו של אופן חשיבה זה עבור תלמידים צעירים, הוא מעודד מאפיינים של חשיבה יצירתית (למשל, חשיבה מסתעפת ושטף), ומכאן חשיבותו בהקשר זה.

מילות מפתח: חיבור, חיסור, הכרת המספרים, מספר איזוגי, הכללות, חשיבה מתמטית, חשיבה קומבינטורית.

התאמת הפעילות ואופן הפעלתה:

פעילות זו מתאימה לתלמידים בכיתות א-ב.

הפעילות יכולה לשמש לפתיחת שיעור בנושא המספרים האיזוגיים, או כשיעור העומד בפני עצמו. מומלץ לעשות זאת לאחר התנסות בעזרת אמצעי המחשה שונים, ואחרי בחינת ההגדרות האינטואיטיביות של המונח איזוגיות (למשל, סידור חפצים בזוגות כך שחפץ אחד יישאר תמיד ללא זוג). מומלץ להציע פעילות זו לפני או אחרי פעילות ראשונה באוגדן זה, העוסקת במספרים הזוגיים.

מומלץ לאפשר לתלמידים לעבוד בזוגות או בקבוצות קטנות כדי לעורר שיח. עם זאת, אפשר לעבוד על הפעילות גם ביחידים. בסיום הפעילות מומלץ לסכם את התשובות השונות בדיון כיתתי, ולעודד את התלמידים להציע דוגמאות אשר אינן שומרות על סדר מספרים קבוע.

הנחיות לפעילות זו אינן כוללות דוגמאות לאסטרטגיות המתאימות לכל סעיף. דוגמאות לאסטרטגיות אלו אפשר למצוא בהנחיות למורה עבור הפעילות הראשונה באוגדן זה.

¹ בפעילות זו המספר משמש לציון כמות ולא תו בודד. המספרים החד-ספרתיים 1, 2, 3 ו-5 הם אובייקטים שונים שיש לסכום, ולא תווים שאפשר לצרף למספר חדש (למשל, לצרף את 1 ו-2 יחדיו למספר 12).

² נשים לב לכך שעל פי הנחיות המשימה, אפשר ליצור תרגילים שתוצאותיהם יהיו שליליות. נתייחס לאפשרות זו בהמשך ההנחיות למורה.

מהלך הפתרון

סעיף א': כתיבת תרגילים שונים

ייתכן כי כבר בשלב זה של הפעילות יעלו תלמידים שאלות לגבי תרגילים בעלי סדר שונה של מיקום המספרים המחוברים והמחוסרים. למשל, האם התרגיל $5-1+2+3$ שונה מהתרגיל $5+2+3-1$. אם נושא זה עולה, יש לעודד את הדיון בו.

נשים לב לכך שאם מתייחסים אל התרגילים הבאים בסדר שונה של מיקום המספרים כאל תרגילים זהים ($1+3+2-5$ ו- $3+1-5+2$), אזי קיימים 15 תרגילים אפשריים שאפשר ליצור על בסיס הכללים שנקבעו לפעילות.

בין תרגילים אלו ישנם שמונה שתוצאותיהם חיוביות, ושבעה תרגילים שתוצאותיהם שליליות. במקרה שתלמידים יציעו פתרונות שתוצאותיהם שליליות, אפשר להסביר להם שבשלב זה אנחנו לא יודעים להתמודד עם תרגילים אלו. עם זאת, ייתכן מצב שבו תלמידים יציעו תרגילים מהסוג הזה, ואף יפתרו אותם באופן מדויק. כדאי לעודד את התלמידים שיציעו זאת לבחון את השאלה מנקודת מבט רחבה יותר.

התרגילים הם:

תרגילים שתוצאותיהם שליליות	תרגילים שתוצאותיהם גדולות מאפס או שוות לאפס
<ul style="list-style-type: none"> $1+2-3-5=-5$ $1-2+3-5=-3$ $1-2-3-5=-9$ $2-3-5-1=-7$ $3-5-1-2=-5$ $5-1-2-3=-1$ $2+3-5-1=-1$ 	<ul style="list-style-type: none"> $1-2-3+5=1$ $1+2+3+5=11$ $1+2+3-5=1$ $1+2-3+5=5$ $1-2+3+5=7$ $2+3+5-1=9$ $2-3+5-1=3$ $3+5-1-2=5$

נשים לב שאנחנו מתייחסים בפעילות זו אל הפעולות הממוקמות בין המספרים, ולכן לא כללנו תרגילים שבהם סימנים ממוקמים לפני המספר הראשון, שכן אלו אינם מוגדרים כפעולות.

סעיפים ב'-ד': דרכים שונות לקבלת המספרים 1 ו-11

המספר 1 יכול להתקבל על ידי התרגיל $1+2+3-5$ או על ידי התרגיל $1+5-2-3$.
המספר 11 יכול להתקבל על ידי תרגיל אחד בלבד שבו מחברים את ארבעת המספרים הנתונים.

גם בפעילות זו אפשר לדון אם יש חשיבות לסדר, ולמשל אם התרגיל $1+2+3+5$ והתרגיל $5+1+3+2$ הם שני תרגילים זהים, או שני תרגילים שונים.

סעיף ה': תכונות של מספרים איזוגיים

ההתנסות במשימה זו מובילה לכך, שהמספרים היחידים שאותם יצבעו התלמידים בירוק יהיו המספרים האיזוגיים בטווח 1-11.
ניתן להגיע לתובנות אלו על ידי אסטרטגיות שונות.

שאלות לדיון:

לאחר ההתנסות מומלץ לערוך דיון כיתתי שמוקדו הם: **איסוף התרגילים השונים** שהציעו התלמידים; **איסוף האסטרטגיות השונות** שבהן השתמשו. דיון בתרגילים השונים יכול להעלות שאלות לגבי מאפייני האסטרטגיות השונות לחשיבה על בעיות מסוג זה. כמו כן להוות בסיס לחשיבה על ההכללה לגבי המספרים הזוגיים, ולחשיבה קומבינטורית בהמשך. חשוב להתייחס בדיון זה אל השאלות הבאות:

א. שאלת סדר פעולות החשבון: האם יש הבדל בין התרגיל $1+2+5+3$ והתרגיל $2+3+1+5$?
בדיון העולה בעקבות שאלה זו אפשר להתייחס לכך, שלעיתים שינוי סדר כתיבת המספרים המחברים יכול למנוע תוצאות ביניים שליליות.

ב. מהם ההבדלים בין חוק החילוף ביחס לחיבור לבין חוק החילוף ביחס לחיסור?

ג. מהם מקרי הקצה? אילו תרגילים מובילים אל הערכים הנמוכים ביותר, ואילו אל הגבוהים ביותר?

ד. האם יש אפשרות לקבל תוצאות שהן מספרים זוגיים ומדוע?

ה. מדוע ניתן לקבל רק תוצאות שהן מספרים איזוגיים?

ו. באילו אסטרטגיות השתמשנו כדי למצוא את התרגילים השונים? איך אפשר לשפר אסטרטגיות אלו? האם אפשר להציע אסטרטגיות אחרות?

שאלות להרחבה:

- איך אפשר לשנות את הפעילות, כך שניתן יהיה לקבל מספרים זוגיים בלבד?
- האם אפשר לעשות זאת ביותר מאשר דרך אחת?