



# מדידות

ד"ר מריטה ברבש, המכללה האקדמית לחינוך אחוה

במדעים שונים מודדים ערכים שונים ולשם כך משתמשים ביחידות מדידה שונות. ההיסטוריה של המתמטיקה ובפרט ההיסטוריה של הגיאומטריה התחילה למעשה מהמדידות. המילה עצמה "גיאומטריה" פירושה

ביוונית "מדידת אדמה":  $geo =$  אדמה,  $metro =$  מדידה. למעשה, יש צורך במדידת כל גודל פיסיקלי ולכך בוחרים **יחידות מדידה מתאימות**, שהן **כמויות קבועות וידועות לכל גודל פיסיקלי**: משקל, טמפרטורה, מהירות, נפח, זווית ועוד. בדרך כלל, למדידת גודל פיסיקלי כלשהו קיימות מספר יחידות מדידה. בתרבויות עתיקות השתמשו בגדלים הנגישים ביותר כיחידות מדידה - חלקי גוף האדם, כמו אמה או טפח, או בגדלים הקשורים לגוף האדם, כמו צעד. אנו מכירים גם יחידות מדידה כמו אֵיפָה - למדידת נפח. גם בעבר הלא כל כך רחוק היו לתרבויות שונות יחידות מדידה שונות, כשחלקן נשמרו עד היום. למשל, בארצות דוברות אנגלית משתמשים עד היום ברגל, אינץ', מיל למדידת אורכים, בגלון אמריקאי ובגלון



בריטי (השונים זה מזה בגודלם!), ביחידות אחרות למדידת נפח ועוד.

יחידות מדידה הקשורות לגוף אינן אחידות בין אדם לאדם. כמו כן, קיים קושי נוסף והוא ביחסים ביניהן: היחס בין כל שתי יחידות מדידה לא קשור בשום צורה ליחס בין יחידות מדידה אחרות של אותו גודל פיסיקלי. יחסים אלה נחוצים כדי לעבור מיחידת מדידה אחת לאחרת לפי הצורך.

רק בסוף במאה ה-18 תחילת המאה ה-19 חל שינוי. ב-1789 נוסדה הלשכה הראשונה למידות ומשקלות ב- סֶבֶר (Sèvres), בצרפת. כך נבחרו יחידות מדידה אחידות לגדלים פיסיקליים בסיסיים: מטר – למדידת אורך, שנייה – למדידת זמן, קילוגרם – למדידת מסה (כמות החומר)\*. בנוסף לכך, יצירת יחידות אחרות למדידת אותם הגדלים מבוססת על שיטה עשרונית: יחידה גדולה יותר או קטנה יותר מתקבלת מהיחידה הבסיסית על ידי כפל בחזקה של 10. לדוגמה, 1 מילישנייה היא  $0.001=10^{-3}$  של שנייה; 1 ק"מ הוא  $1000 = 10^3$  מ', 1 ס"מ הוא  $0.01=10^{-2}$  מ',

\* בתכנית הלימודים לבית הספר היסודי מתייחסים ליחידה זו כיחידה למדידת משקל. לא נדון בהבדל בין המושגים. הוא נובע משיקולים פיזיקליים ואינו רלוונטי לחינוך היסודי.

ועוד. שיטה זו מאפשרת למדוד כמויות גדולות או קטנות של אותו גודל פסיקלי על ידי היחידות המתאימות ביותר, ומעבר מיחידה ליחידה בשיטה אחידה: כפל בחזקה המתאימה של 10. משמעות המדידה היא **השוואה עם יחידת המדידה הנבחרת**. תוצאת המדידה היא **מספר המלווה בשם יחידת מדידה** בה נערכה ההשוואה. מספר זה מבטא את **היחס שבין הגודל הנמדד לבין יחידת המדידה**. כך, כאשר אומרים שמישהו שוקל 56 ק"ג, פירוש הדבר שמשקלו גדול פי 56 ממשקל המשקולת של 1 ק"ג, או, במילים אחרות, שהיחס בין משקלו למשקל המשקולת התקנית של 1 ק"ג הוא 56:1.

ניתן למדוד גדלים כלשהם באמצעות **השוואה ישירה** או בדרך **החישוב**. השוואה ישירה היא ההשוואה שתוצאתה תהיה "גדול", "קטן", או "שווה"; לדוגמא, השוואת גבהים בין שני אחים. דוגמה להשוואה שתוצאתה מספרית היא הצמדת סרט מדידה לבד. דוגמה למדידה על ידי חישוב היא מציאת היקף המשולש על ידי חיבור אורכי שלוש צלעותיו.

בגיאומטריה מודדים בעיקר ארבעה סוגים של עצמים גיאומטריים: זוויות, קווים, משטחים ותחומים במישור ובמרחב.

תוצאת המדידה של קו היא **אורך**. בתחילת לימודי הגיאומטריה לומדים למדוד אורכים של קטעים, קווים שבורים ומצולעים. בהמשך, מתבססים על מדידות אלו כדי למצוא אורכים של קווים אחרים, למשל, של חלקי מעגל ועקומות אחרות.

תוצאת המדידה של **תחום במישור** או של **משטח במרחב** היא **שטח**.



Niu Wen (1922-) "Measuring Land"

<http://www.escholarship.org/editions/view?docId=ft829008m5&doc.view=content&chunk.id=d0e7373&toc.depth=100&anchor.id=0&brand=ucpress&query=imperialism>

תוצאת המדידה של **תחומים במרחב** היא **נפח**. מדידות אורך, שטח ונפח מבוססות על כללים דומים. לצורך מדידת זוויות בבית ספר יסודי משתמשים בשתי יחידות: מעלה וזווית ישרה. בהמשך, מכירים יחידת מדידה נוספת של זוויות - **רדיאן**, שהיא בעלת חשיבות מרבית ללימודי המתמטיקה.



<http://mathcenter-k6.haifa.ac.il>

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

## כללי מדידת אורך ושטח

לצורך מדידת האורך ומדידת השטח בוחרים יחידות מדידה מתאימות וכן מתבססים על הכללים הבאים למדידת אורך, שטח ונפח:

כללי מדידת הנפח		כללי מדידת השטח		כללי מדידת האורך	
לכל תחום במרחב קיים <b>נפח</b> , שהוא <b>מספר</b> אי שלילי. <b>נפח</b> התיבה הוא <b>מכפלת אורכי</b> שלושת המקצועות שלה היוצאים מאותו הקדקוד, שנמדדו ביחידת אורך אחת.	.1	לכל תחום במישור קיים <b>שטח</b> , שהוא <b>מספר</b> אי שלילי. <b>שטח</b> המלבן הוא <b>מכפלת אורכי</b> שתי הצלעות היוצאות מאותו הקדקוד, שנמדדו ביחידת אורך אחת.	.1	לכל קו יש <b>אורך</b> , שהוא <b>מספר</b> אי שלילי. אורך הקטע הוא היחס בינו לבין קטע מיוחד שהוא יחידת המדידה הנבחרת. אורך המצולע מכונה <b>ההיקף</b> . <b>היקף</b> המצולע הוא <b>סכום אורכי</b> צלעותיו, כשכולן נמדדו באותה יחידת האורך.	.1
ניתן לבחור בכל גוף כיחידה מדידת הנפח, <b>אך מקובל</b> לבחור כיחידת מדידה הנפח את <b>הקוביה</b> שמקצועה שווה ליחידת המדידה של האורך ("קוביית היחידה").	.2	ניתן לבחור כל מצולע כיחידה מדידת שטח, <b>אך מקובל</b> לבחור כיחידה למדידת השטח את <b>הריבוע</b> שצלעו שווה ליחידת מדידת האורך ("ריבוע היחידה").	.2	ניתן לבחור כל קטע כיחידה למדידת אורך. קטע כזה מכונה לעיתים "קטע היחידה".	.2
אם שני תחומים במרחב <b>חופפים</b> ביניהם, נפחיהם <b>שווים</b> זה לזה, אם שניהם נמדדו באותה יחידת הנפח.	.3	אם שני מצולעים <b>חופפים</b> ביניהם, שטחיהם <b>שווים</b> זה לזה, אם שניהם נמדדו באותה יחידת השטח.	.3	אם שני מצולעים <b>חופפים</b> ביניהם, ההיקפים שלהם <b>שווים</b> זה לזה, אם שניהם נמדדו באותה יחידת אורך.	.3
אם מחלקים תחום כלשהו במרחב לכמה תחומים, נפחו יהיה שווה לסכום נפחי כל חלקיו, כאשר כולם נמדדו באותה יחידת הנפח.	.4	אם מחלקים מצולע לכמה מצולעים, שטחו יהיה שווה לסכום שטחי כל חלקיו, כאשר כולם נמדדו באותה יחידת השטח.	.4	אם מחלקים קטע כלשהו לכמה קטעים אחרים, אורך הקטע שווה לסכום אורכי כל החלקים, כאשר כולם נמדדו באותה יחידת האורך.	.4



## יש לשים לב למספר נקודות חשובות.

### במידה ולא מתייחסים אליהן, תתכנה טעויות או עלולות להיווצר תפישות שגויות:

1. בשפה המדוברת המילה "שטח" מתייחסת לתחום, למשל, לחלקת אדמה; אומרים, למשל, "בשטח עירוני" ומתכוונים "בגבולות העיר". שימוש זה גורם לטעויות רבות בגיאומטריה. כפי שאפשר לראות מהכללים המתמטיים למציאת שטח, שטח של **תחום** גיאומטרי הוא **מספר** בצירוף **יחידת מדידה** והוא מבטא את תוצאת השוואת התחום הפנימי של צורה גיאומטרית עם צורה נבחרת כלשהי, המשמשת יחידת מדידה של שטח. הבדל זה בא לידי ביטוי בניסוח כללים למציאת אורכים, שטחים ונפחים: אנו מדברים על מצולעים שיש ביניהם **חפיפה**, אך ההיקפים או השטחים **שווים** ביניהם, וכן על תחומים במרחב **חופפים** זה לזה, אך גם על נפחים **שווים** ביניהם. זאת משום ש**חפיפה** היא תוצאת ההשוואה בין **עצמים גיאומטריים**, לעומת **שוויון** שהוא תוצאה של השוואה בין **מספרים**.
2. מדידות שטח ונפח מתבססות, בהיבטים רבים, על מדידת האורך. כך, יחידת המדידה המקובלת של שטח מתבססת על יחידת המדידה של אורך, וכך גם שטח המלבן, שהוא הבסיס לחישובי שטח של צורות גיאומטריות אחרות. בהתאם לכך, ליחידות השטח קוראים לפי יחידה מתאימה של האורך, בתוספת האות "ר" לציון המילה "ריבועי"; למשל: "סמ"ר" הוא סנטימטר ריבועי, כלומר, שטח של ריבוע שצלעו – 1 ס"מ. כאשר מציינים שטח או אורך של צורה כלשהי, חייבים לרשום (או להגיד) צמד של שני נתונים: את המספר ויחידת המדידה, **למשל**: 5 מ"ר או 15 סמ"ר, או 10 ק"מ. באופן דומה, נפח התחום במרחב (אומרים גם של "גוף" במרחב, ומתכוונים לתחום הפנימי של הגוף) הנמדד על ידי נפח של קובית היחידה, מבוטא בחזקה השלישית של יחידת מדידת האורך, הנקראת גם "מעוקבת": כך, נפח תיבה שמידותיה הן 2 מ', 3 מ', 4 מ' הוא 24 מ'<sup>3</sup>, או 24 מ"ק (מטרים מעוקבים).
3. יחידות המדידה חייבות להתאים לגודל הנמדד: אי אפשר למדוד שטח ביחידות מדידה של אורך, שכן אי אפשר **להשוות** שטח עם אורך. כמו כן, לפני חישוב שטח או נפח הצורה, על סמך מדידות כלשהן, יש להביע את כל המדידות **ביחידת מדידה אחת**, והיא זו שעליה תתבסס יחידת מדידת השטח או הנפח. כך, בדוגמה הקודמת, אפשר להביע את מידות התיבה גם בדצימטרים: 20 דצ"מ, 30 דצ"מ, 40 דצ"מ, ואז נפחה יהיה 24,000 דצמ"ק, או 24,000 דצימטרים מעוקבים, ושטחי הפאות שלה יהיו 600 דצמ"ר, 1,200 דצמ"ר, 800 דצמ"ר.
4. כאשר מקבלים את השטח או את האורך כתוצאת חישוב, לא רושמים יחידות של כל האיברים בחישוב, אך רושמים את יחידות התוצאה לידה בסוגריים, **למשל**: אם צלעות של מלבן הן 3 ס"מ ו- 5 ס"מ, ההיקף שלו הוא  $16 = 2(3+5)$  (ס"מ), ושטחו הוא  $15 = 3 \times 5$  (סמ"ר). לפעמים, כשאין חשיבות ליחידות מדידה, רושמים פשוט את המילים "יחידות שטח" או "יחידות אורך".
5. **שטח המלבן בלבד הוא מכפלת המידות שלו**. כמו כן, **נפח התיבה בלבד הוא מכפלת מידותיה**. כדי לחשב את שטחי כלל הצורות האחרות במישור, ונפחי כלל הגופים האחרים במרחב, יש צורך בביצוע מדידות נוספות.