

# מצור לעצים

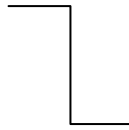
מריטה ברבש, המכללה האקדמית לחינוך אחווה

## מצולע הוא קו פשוט שבור סגור.

נתחיל להסביר מהסוף כל מרכיב בהגדרה זו וגם, במידת הצורך, את הסיבות להופעתו של המרכיב בהגדרה.

קו סגור הוא קו שמתחילים ומסיימים את שרטוטו באותה הנקודה. כך, מעגל או צורת הספרה 8 הם קווים סגורים; לעומת זאת, צורת האות "כ" איננה קו סגור.

קו שבור הוא קו שמורכב מקטעים ישרים בלבד. אף אחת מהדוגמאות שהוזכרו קודם אינה קו שבור; אלה קווים עקומים. לעומת זאת, הצורה הבאה היא קו שבור:



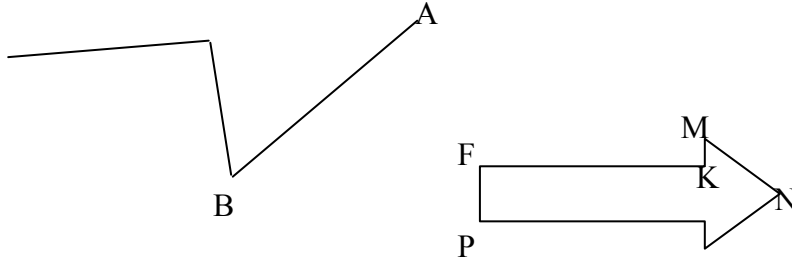
קו שבור אינו מכיל חלקים של קווים עקומים וגם לא יכול לכלול קרן כאחד החלקים שלו. כך, אם נהפוך אחד הקטעים לקרן, נקבל קו שאיננו כוללים אותו בין קוים שבורים, למרות הדמיון הוויזואלי הרב. הבחנה זו חשובה מאוד משום שמטרתנו היא להגיע בסופו של דבר למצולעים, והכלת קווים המכילים קרן בין קוים שבורים אינה מאפשרת "לסגור" את הקו.

קו זה איננו קו שבור למרות  
דמיון רב לצורה הקודמת

קו פשוט הוא קו שאיננו חותך את עצמו. כך, צורת הספרה 8 איננה קו פשוט, בעוד שהמעגל הוא קו פשוט.

מדוע כאשר מגדירים מצולעים, מגבילים את ההתייחסות לקווים פשוטים בלבד?  
 הסיבה לכך תהיה ברורה אחרי שניתן מספר הגדרת למושגים הקשורים במצולעים.

צלע של מצולע (או של קו שבור בכלל) הוא כל אחד מהקטעים היוצרים אותו.



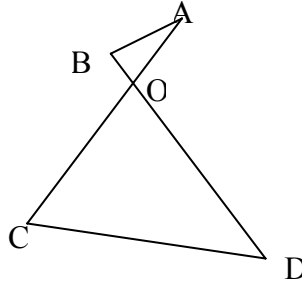
כך למשל, כל אחד מהקטעים  $AB$ ,  $PF$ ,  $MN$  שבשרטוט שלפנינו הוא צלע של מצולע או של קו שבור אליו הוא שייך.

קדקוד של מצולע הוא נקודת קצה של אחת הצלעות שלו. לדוגמה, הנקודות  $A$ ,  $B$  הן חלק מהקדקודים של הקו השבור הפתוח השמאלי שבתמונה, והנקודות  $N$ ,  $K$ ,  $P$  הן חלק מהקדקודים של הקו השבור הסגור מימין.

שתי צלעות של מצולע נקראות **צלעות סמוכות** אם יש להן קדקוד משותף. למשל, הצלעות  $FK$  ו- $KM$  הן צלעות סמוכות במצולע לעיל, והצלעות  $FK$  ו- $MN$  אינן צלעות סמוכות. קל לראות זאת גם לפי שמות הצלעות הניתנות על ידי אותיות המסמנות את הקדקודים שלהן:  $K$  היא האות המשותפת לשמות שתי הצלעות המסמנות את הקדקוד המשותף שיש להן, בעוד שבשמות של הצלעות  $FK$  ו- $MN$  אין אות משותפת, מכיוון שאין להן קדקוד משותף.

שני קדקודים של מצולע נקראים **קדקודים סמוכים**, אם הם שייכים לאותה צלע של המצולע.

התכונות של מצולעים תלויים במידה רבה בצלעותיהם, למשל, באורכים שלהם, בזוויות ביניהן וכדומה. אם נאפשר התייחסות גם לקווים שחותכים את עצמם, אנחנו עלולים להימצא במצבים שבהם לא נדע באיזה מצולע מדובר, מהן צלעותיו, מהם קדקודיו וכדומה. כדי להבין את הבעיה, נתבונן, למשל, בצורה הבאה:

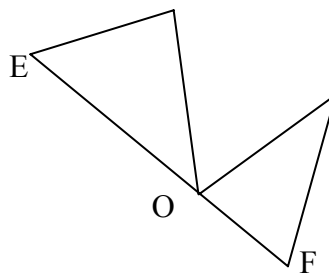


האם אלה שני משולשים בעלי קדקוד משותף O או מרובע

ABCD החותך את עצמו, כאשר הנקודה O היא נקודת חיתוכן של הצלעות AC ו-BD שלו? כמובן שתשובה לשאלה זו חיונית להמשך למידת התכונות של הצורה, וברור שכל אחד עלול לתת תשובה אחרת.

### על מנת למנוע את המצב הזה של חוסר התייחסות חד משמעית לצורה, לא כוללים את הקווים החותכים את עצמם בין מצולעים.

לאור החלטה זו, ברור כעת כי הצורה היא צירוף של שני משולשים בעלי קדקוד משותף. מאותה הסיבה של שאיפה לבהירות וחד-משמעיות בהתייחסות לצורות, **לא כוללים בין המצולעים גם כאלה שבהם אחד הקדקודים נמצא על אחת הצלעות, וגם כאלה שבהם שתי צלעות סמוכות נמצאות על ישר אחד**. לפי הסכמה זו נוכל לקבוע חד משמעית, למשל, כי בשרטוט למטה מופיעים שני משולשים בעלי קדקוד משותף O ושתיים מהצלעות OE ו-OF שלהם נמצאות על אותו ישר, אך **לא** משושה שבו שתיים מהצלעות הסמוכות OE, OF נמצאות על ישר אחד וגם **לא** מחומש שבו אחד הקדקודים – הקדקוד O – נמצא על אחת הצלעות שלו EF.

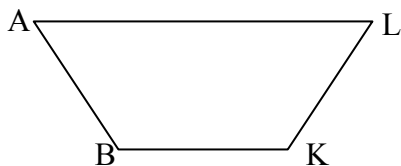


כפי שניתן לראות מההגדרה שמופיעה בהתחלה, המצולע הוא **קו**, כלומר, צורה גיאומטרית שאפשר לשרטט אותה **במשיכת קולמוס** אחת, מבלי להרים את היד מהנייר.

## מתן שמות למצולעים

כאשר מדובר על שיום מצולעים, מתייחסים לשתי סוגיות: למתן **שם למצולע ספציפי** המופיע בשרטוט, ומתן **שם למצולע בהתאם לשייכות שלו** לקבוצת מצולעים מסוימת.

**שם למצולע ספציפי** מקובל לתת לפי סימון קדקודיו באותיות לועזיות גדולות, כפי שעשינו כאן, כאשר סדר הופעת שמות הקדקודים הוא גם סדר שבו משרטטים את המצולע במשיכת קולמוס, ואפשר להתחיל מכל קדקוד. לא חוזרים על שם הקדקוד ההתחלתי פעמיים, למרות שבהיותו מצולע קו סגור, הקדקוד ההתחלתי הוא גם הקדקוד הסופי. כך, המרובע הבא יכול להיקרא ABKL ויכול גם להיקרא KBAL:



שם המצולע לפי השייכות שלו לקבוצה תלוי כמובן לאיזו קבוצה אנו מתכוונים. למשל, את המצולע ABKL אפשר לכנות בשמות כמו "טרפז", "מרובע", ואולי עוד.

נתייחס כאן לסוגיה הכללית ביותר המתייחסת לכל המצולעים, והיא **מתן שם בהסתמך על מספר הצלעות** (או הקדקודים) של המצולע. קודם כל נשים לב שלמצולע מספר צלעות כמספר קדקודים, ולכן אין סכנה להתבלבל אם מחליטים לתת את שם לפי מספר הצלעות או לפי מספר הקדקודים.

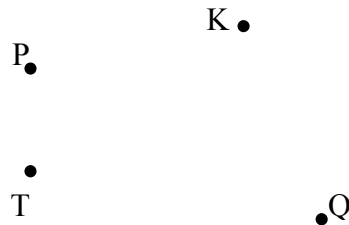
הכלל למתן שמות למצולעים לפי מספר הצלעות או מספר הקדקודים שלו הוא פשוט מאד וניתן להציג אותו כך:

$$n\text{-צלעות} \rightarrow n\text{-קדקודים}$$

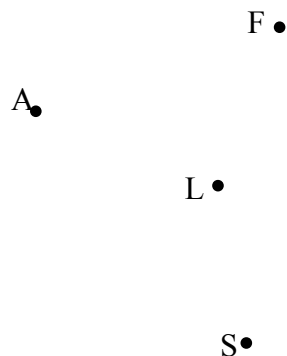
כאשר במקום הקווים מכניסים את אותיות השורש של שם המספר. למשל, אם נכניס את האותיות ר, ב, ע, נקבל **מְרֻבֵּעַ**, ואם נכניס את האותיות ש, ב, ע, נקבל **מְשֻׁבָּעַ** – מצולע בעל שבע צלעות. דרך מתן שמות זו מקובלת כאשר מספר הצלעות אינו עולה על 10. מצולע בעל 8 צלעות נקרא "מתומן" ולא "משומן". מאותו שורש מוכרות גם מילים כמו **תמנון** – ייצור ימי בן שמונה זרועות; **תמניון** – פאון בן שמונה פאות.

מיון נוסף חשוב מאד של מצולעים הוא למצולעים קמורים ולא קמורים.

על מנת להסביר מהו מצולע קמור, נמליץ לעשות את הדבר הבא: נסמן על דף נייר מספר נקודות שנועדו להיות קדקודי המצולע, ונקפל את הדף דרך כל שתי נקודות סמוכות, לפי הסדר. אם, למשל, נסמן על הדף ארבע נקודות  $P, K, Q, T$ , כפי שהן מופיעות בשרטוט, ונקפל את הדף קודם כך שקו הקיפול יעבור דרך הנקודות  $P, K$ , לאחר מכן – דרך  $Q, K$  וכן הלאה, נקבל בסוף מצולע  $PKQT$  שהוא מצולע קמור.



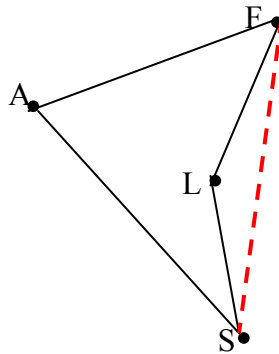
לעומת זאת, אם הנקודות ממוקמות כפי שממוקמות הנקודות  $L, S, F, A$ : נגלה שאחד מקווי הקיפול מפריד בין קדקודי המצולע. למשל, קו הקיפול העובר דרך הנקודות  $L, F$  יפריד בין הנקודות  $A$  ו- $S$ . במילים אחרות, לא נצליח ליצור את המצולע בעל קדקודים  $L, S, F, A$  על ידי קיפול הנייר, וזאת משום שמצולע זה איננו מצולע קמור.



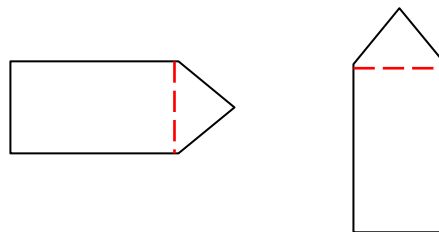
מושג האלכסון במצולע הוא אחד המושגים היוצרים תפישות שגויות רבות בשל הקשרה החוץ-מתמטי של המילה. מחוץ למתמטיקה המילה "אלכסון" מפורשת כקו שהוא לא מאוזן ולא מאונך. במתמטיקה אין שום משמעות לכיוון שבו מונח הקטע אותו מכנים "אלכסון".

**אלכסון במצולע הוא קטע שקצותיו - שני קודקודי המצולע שאינם סמוכים.**

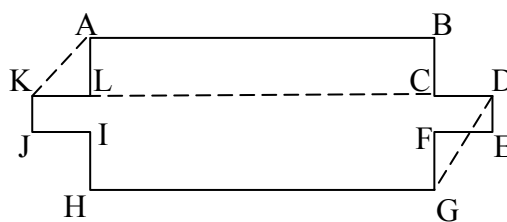
במילים אחרות, זהו קטע שאיננו צלע של המצולע וקצותיו – קדקודי המצולע. מההגדרה משתמע שאלכסון יכול להיות בתוך המצולע אבל יכול להיות גם מחוצה לו. במצולע לא קמור, למשל, הקטע FS הוא אלכסון במצולע AFLS.



אלכסון יכול להיות מונח בשרטוט בצורה מאוזנת או מאונכת – אין לזה שום משמעות, הרי השרטוט נמצא על דף נייר אותו אפשר לסובב כרצוננו. למשל, האלכסון המקווקו במחומש הבא מונח במאונך, אבל אם נסובב אותו ב- $90^0$ , אז אותו אלכסון יהיה מאוזן, וכמובן אפשר לשרטט את אותו השרטוט כך שהאלכסון יהיה בכל כיוון שהוא.



בנוסף לכך, האלכסון יכול לחתוך צלע של מצולע, ואפילו להתלכד אתה חלקית, לעבור בחלקו בתוך המצולע ובחלקו – מחוצה לו, ואף להתלכד חלקית עם אלכסון אחר. דוגמאות לכל המצבים הללו ניתן לראות במצולע הבא בעל 12 הצלעות שבשרטוט:



- האלכסון AK נמצא כולו מחוץ למצולע.
- האלכסון GD בחלקו נמצא בחוץ למצולע ובחלקו – בתוכו.
- חלקים מהאלכסון KD הם הצלעות CD ו-LK של המצולע, וחלקו האחר – האלכסון LC.
- אלכסונים כמו KC, IF ועוד מכוונים בשרטוט זה במאוזן, והאלכסונים כמו LI או BG – במאונך, אך כמובן אין לזה שום משמעות, שכן את המצולע אפשר למקם על דף הנייר בהטיה אחרת, וכיווני האלכסונים ישתנו בהתאם.