מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية
משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

دَرس قَصير بِمَوضوع مُتواليات وَمُستقيم اَلأعداد

اَلهَدَف: اَلرَّبط بَين اَلفَرق في اَلمُتوالِيَة اَلحِسابِيَّة وَبَين مِقدار اَلقَفزَة على مُستَقيم اَلأعداد وَاَلعَدّ بِقَفَزات.

تطوير ברכה סגליס, לובה ויסוצ'אנסקי, ד"ר אתי נוי ופרופ' ראיסה גוברמן.

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

טל' 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

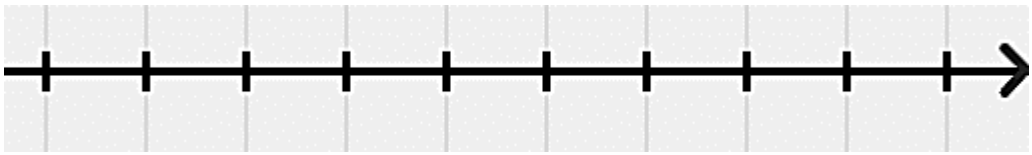
مُتوالِيات وَمُستَقيم اَلأعداد

في اَلتَّمارين اَلتَّالِيَة:

- أكمِلوا اَلأعداد اَلنّاقِصَة في كُلّ مُتَوالِيَة.
- عَيِّنوا اَلأعداد في كُلّ مُتَوالِيَة على مُستَقيم اَلأعداد.
- أشيروا بِواسِطَة أقواس بَين خُطوط اَلتَّقسيم في مُستَقيمات اَلأعداد وَسَجِّلوا فَوقها مِقدار اَلقَفزَة.
- أكمِلوا اَلعَدّ شَفَهيّا في كُلّ مُتَوالِيَة (5 أَعداد أُخرى تَقريبا).

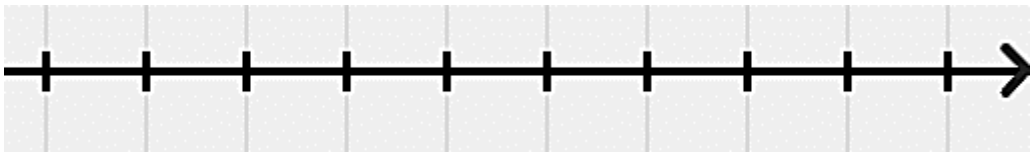
أ.

3, ☐ 5, ☐ , ☐ 8



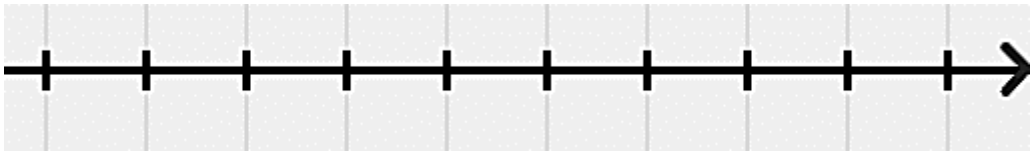
ب.

☐ , 2, ☐ , ☐ , 8, 10



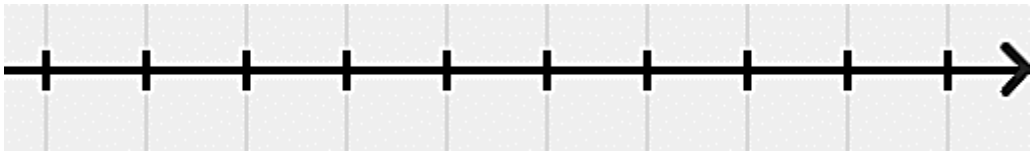
ג.

5, 10, ☐ , ☐ , ☐ , 30



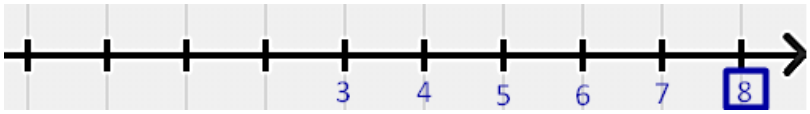
ד.

☐ , ☐ , ☐ , 50, 60, ☐ , 80

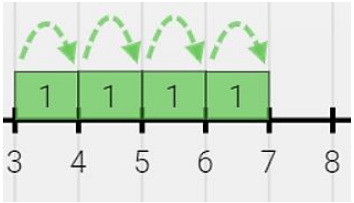


أساليب تَدريس بيداغوجِيَّة في الرّياضِيّات

هَدف الفَعالِيَّة	الرَّبط بَين اَلفَرق في اَلمُتوالية اَلحِسابيَّة وَبَين مِقدار اَلقَفزة على مُستقيم اَلأعداد وَاَلعَدّ بِقَفزات.
المَوضوع في المِنهاج التَّعليمي	**اَلصَّف الأوَّل:** اَلعَدّ وَاَلإحصاء اَلزَّوجي، اَلخُماسي وَبِالعَشرات. مُستقيم اَلأعداد، فَعاليَّات مَع اَلأعداد – اِستِنتاج اَلقانونيَّة في مُتواليات وَإكمال اَلأعداد اَلنَّاقصة فيها (صفحة 19).
وَصف عام للفعّالِيَّة	يوجَد في هذه اَلفعاليَّة أربع مَهامّ. في كلّ واحِدة مِن اَلمَهامّ على اَلتَّلاميذ أولا إكمال اَلأعداد اَلنَّاقصة فيها، ثمَّ تَسجيل اَلأعداد التي تَتكوَّن مِنها اَلمُتوالية على مُستقيم اَلأعداد، اَلإشارة إلى مِقدار اَلقَفزة وفي اَلنِّهاية اَلاستِمرار في اَلعَدّ اَلشَّفهي حتى 5 أعداد أُخرى تَقريبا بِحَسب قانونيَّة كلّ مُتوالية. اَلمَهام مُرتَّبة بِحَسب مُستوى صُعوبة اَلعَدّ: اَلعَدّ في اَلمُهمَّة أ بأعداد مُتتالية، اَلعَدّ في اَلمُهمَّة ب بِقَفزات 2، اَلعَدّ في اَلمُهمّة ج بِقَفزات 5 وَاَلعَدّ في اَلمُهمَّة د بِقَفزات 10. اَلمُهمَّتان ب وَ د تتَطلَّبان أيضا قُدرة على اَلعَدّ إلى اَلوَراء (اَلعَدَّ اَلتَّنازلي). مُهمة نَسخ اَلأعداد مِن اَلمُتوالية إلى مُستقيم اَلأعداد تَبدو وَكأنَّها إجراء تِقَني، لكنَّها تَتطلَّب مِن اَلتَّلاميذ اَلفَهم بِأنَّه يُمكن تَعيين أعداد ليسَت مُتتالية على مُستقيم اَلأعداد وَأنَّ مِقدار اَلقَفزة بَين خُطوط اَلتَّقسيم يُمكن أنْ يَكون مُختلفا مِن مُستقيم لِآخَر. تَهدف هذه اَلمُهمَّة إلى أنْ يَتعلَّم اَلتَّلاميذ بِأنَّه توجَد مُوازاة بَين مُتوالية حِسابيَّة وَبَين مُستقيم اَلأعداد وَالعَدَّ بِقَفزات. مِن اَلنَّاحية اَلرياضيَّة، اَلفَرق بَين كلّ حَدَّين مُتتاليَين في اَلمُتوالية اَلحسابيَّة هو عَدد ثابت. بِحَسب اَلمنهاج اَلتَّعليمي، مُصطلح اَلفَرق لا يُعلَّم في اَلصَّف اَلأوَّل، وَلذلك مِن اَلمُفضَّل عَدم تَعليم هذه اَلاستراتيجية بِشكل رَسميّ. مِن اَلأفضل أنْ يَتوصَّل اَلتَّلميذ لِهذا اَلفَهم نَتيجة لِتَنفيذ اَلفَعاليَّة (حِساب "مِقدار اَلقَفزة").
اِستِعمال وَسائِل إيضاح أو وَسائِل مُحوسَبَة	• جَدول اَلمِئَة كَوَسيلة لِإيجاد تَرتيب اَلأعداد. • ألوان مُختلفة لِلإشارة إلى اَلأعداد اَلمُعطاة في مُتوالية في جَدول ألـ 10، 30 وَ 100. عندما نَتمعَّن في اَلأعداد التي أشَرنا إليها بِالإمكان رُؤية قانونيَّة اَلمُتوالية. مِثال للمهمة ب: 1 (2) 3 4 5 6 7 (8) 9 (10)

	مِثال للمهمة ج: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 • مستقيم أعداد رقميّ، يَشمل إمكانيَّة اَلإشارة إلى اَلقَفزات. • جدول مئة رقميّ، يَشمل إمكانيَّة تَلوين تَربيعات.
المَعرفة المُسبقة اللازِمة لتَنفيذ الفعَّاليَّة	• مَعرفة اَلأعداد حتى 100 (أسماء اَلأعداد، قِراءة وَكِتابة). • اَلقُدرة على اَلعَدّ اَلاستِمراري اِبتداءً مِن عَدد مُعيَّن. • القدرة على العد حتى 100، بقفزات 2، 5، 10. • مَعرفة مُستقيم اَلأعداد.
طَرائِق حَلّ مُمكِنَة	**اَلمُهمَّة أ:** لا يوجد في اَلمُهمَّة عَددَين مُتتاليَين، وَلذلك لا توجد إمكانيَّة لِحِساب اَلفَرق بِصورة فَورية. على اَلأغلَب، سَيكتب اَلتَّلاميذ اَلأعداد اَلنَّاقصة بِشَكل حَدسيّ لِأنَّ اَلمُتوالية هي مُتوالية اَلأعداد اَلطَّبيعيَّة في مَجال اَلعَشرة. تَتطلَّب اَلمُهمّة اَلقُدرة على اَلعَدّ اَلاستِمراري اِبتداءً مِن عَدد مُعيّن. يَستطيع اَلتَّلاميذ تَعيين اَلأعداد على مُستقيم اَلأعداد بِثَلاث إمكانيَّات: • تَعيين أعداد اَلمُتوالية اِبتداءً مِن خَط اَلتَّقسيم اَلأوَّل. • تَعيين أعداد اَلمُتوالية اِبتداءً مِن خَط اَلتَّقسيم اَلثَّالث. • تَعيين اَلأعداد بِحَسب اَلتَّرتيب مِن 1 حتى 9 بِدون عَلاقة مَع اَلمُتوالية. مِن اَلمحبّذ أنْ يُعيِّن اَلتَّلاميذ على مُستقيم اَلأعداد فَقط أعداد مِن أعداد اَلمُتوالية وَليس مُهِمّا خَط اَلتَّقسيم الذي يَبدؤون مِنه. هَكذا مثلًا، يُمكن تَعيين أعداد اَلمُتوالية مِن اَلعَدد اَلكَبير إلى اَلعَدد اَلصَّغير، بِحَيث يُسجَّل على خَط اَلتَّقسيم مِن جِهة اَليَمين اَلعَدد 8، وَمِن ثمَّ اَلقَفز إلى اَلوَراء حتى اَلعَدد 3. 

في هذه اَلمُهمَّة يُعَلِّم اَلمُعلّم اَلتّلميذ كيف يُشير إلى مِقدار اَلقَفزة بِواسطة رَسم قَوس بَين خَطَيّ تَقسيم مُتتاليين وَمِن ثمّ تَسجيل مِقدار َالقَفزة، هَكذا:



مُلاحظة: في كُتب اَلتّدريس وَفي اَلتّعليم في اَلمَرحلة اَلابتدائيَّة مِن اَلمَألوف اِستخدام اَلمُصطلح "مِقدار اَلقَفزة"، رَغم أنَّ هذا اَلتّعبير ليس مُصطلحا رِياضيّا.

يُمكن اِستعمال اَلمُهمَّة أ لِتمثيل تَنفيذ اَلتّعليمات. في هذه اَلحالة مِن اَلمُفضّل أنْ يُمثِّل اَلمُعلّم اَلتّعليمات على اَللَوح قَبل تَوزيع وَرقة اَلعَمل.

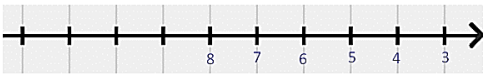
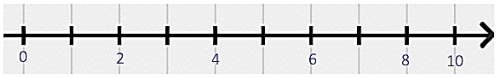
مُهمَّة ب:

- يَتمعَّن اَلتّلاميذ في اَلحَدَّين اَلمُتَتاليَين 8، 10 وَيَستنتجون أنَّه يَجب اَلعَدّ بِقَفزات 2. اِعتمادًا على ذلك، يَعدُّون لِلوَراء بِقَفزات 2 وُصولا لِلعَددين 6 و 4، وَيَفهمون بِأنَّهم عَدُّوا بِصورة صَحيحة عندما يَصلون إلى اَلعَدد 2 وَمِن ثمَّ يَقفزون إلى اَلعَدد 0. مِن اَلمُحتمل أيضا أنْ يَقفز اَلتّلاميذ إلى اَلأمام مِن اَلعَدد 2 إلى اَلعَدد 4 وَمِن ثمَّ إلى اَلعَدد 6.
- يُمكن حِساب اَلفَرق $10 - 8 = 2$، وَلذلك يَجب طَرح 2 في كلّ مرَّة:

$$8 - 2 = 6$$
$$6 - 2 = 4$$
$$2 - 2 = 0$$

- إذا أمعَنا اَلنَّظر في اَلأعداد اَلمُعطاة في اَلمُتوالية، نُلاحظ أنَّ جَميعها هي أعداد زَوجيَّة. اِعتمادًا على ذلك، يُمكن إكمال اَلأعداد اَلزَّوجيَّة اَلنَّاقصة.
- يُمكن اَلاستعانة أيضا بِجدول اَلمئة (او جَدول ألـ 50، جَدول ألـ 20) لِإيجاد اَلفَرق أو اَلقانونيَّة.
- تَسجيل اَلأعداد على مُستقيم اَلأعداد يَتطلَّب مِن اَلتّلميذ اَلفَهم بأنَّ عليه انْ يُسجِّل فقط اَلأعداد اَلزَّوجيَة، بِحَسب ما هو مُسجَّل في اَلمُتوالية. إذا حاوَل اَلتّلميذ أنْ يُسجِّل جَميع اَلأعداد من 0 وحتى 10، يَكتشف بِأنَّه توجَد خُطوط تَقسيم ناقِصة. إمكانيَّة أُخرى لِكِتابة اَلأعداد، بِواسطة إضافة خَط تَقسيم واحِد على مُستقيم اَلأعداد، وَإمكانيَّة أخرى أنْ يَفهم بِأنَّ مِقدار اَلقَفزة بَين كلّ عَددَين هو 2.

	مُهمَّة ج: • يُمكن قِراءة اَلأعداد في اَلمُتوالية وَتَمييز نَمَط فيها، اَلعَدّ بِقفزات 5، وَبِحَسب ذلك تَسجيل أعداد اَلمُتوالية حتى 30. • يُمكن حِساب فَرق اَلمُتوالية $5 = 5 - 10$ وَاِكتشاف ان مِقدار اَلقَفزة هو 5، وَمِن ثمَّ إكمال اَلمُتوالية بِواسطة قَفزات مِقدارها 5. • يُمكن إجراء عَدّ اِستمراري بِواسطة إحصاء اَلأصابع وَاكتِشاف أنَّ مِقدار اَلقَفزة هو 5. مِن ثمَّ يُمكن الاَستِمرار في هذه اَلاستراتيجية (إحصاء 5 أصابع وَعَدَّ اِستمراري) لِإكمال اَلأعداد اَلأخرى. • يُمكن اَلاستعانة أيضا بِجدول اَلمِئة (او جَدول ألـ 50، جَدول ألـ 20) لِإيجاد اَلفَرق او النَّمط. تَسجيل اَلأعداد على مُستقيم اَلأعداد يَتطلَّب مِن اَلتَّلاميذ اَلفَهم بِأنَّه عليهم تَسجيل فقط أعداد اَلمُتوالية. أيّ أنَّ مِقدار اَلقَفزة بَين كلّ خَطَي تَقسيم هو 5. **مُهمَّة د:** • يَتمعَّن اَلتَّلاميذ بِأعداد اَلمُتوالية وَيُلاحظوا نَمط اَلعَدّ بِعَشرات. بِحَسب ذلك يُكملوا أعداد اَلمُتوالية حتى 80. • يُمكن حِساب فَرق اَلمُتوالية $10 = 50 - 60$ وَاِكتشاف أنَّ مِقدار اَلقَفزة هو 10، وَهكذا إكمال اَلمُتوالية بِواسطة إضافة او طرح 10 في كل مرة. • يَستطيع اَلتَّلاميذ أنْ يَكتشفوا اَلعَلاقة بَين 50 و 60 مِن خِلال مَعرفتهم بِالعدَّ بِعشرات كامِلة (كما في لُعبة اَلغُميضة – اَلاختِباء)، وَمِن ثمَّ اِستخدام هذه اَلمَعرفة لِإكمال اَلأعداد اَلأخرى. • يُمكن اَلاستعانة أيضا بِجَدول ألـ 100 لِإيجاد اَلفَرق او اَلنَّمط. إنَّ تَسجيل اَلأعداد على مُستقيم اَلأعداد يَتطلَّب مِن اَلتّلاميذ اَلفَهم بِأنَّه عَليهم تَسجيل أعداد اَلمُتوالية فقط. هذا يَعني أنَّ اَلقَفزة بَين كلّ خَطَيّ تَقسيم مُتجاورين هي 10. **لِلتَّلاميذ الذين يَجدون صُعوبة كَبيرة في تَنفيذ اَلفَعاليَّة يُمكن أنْ نَقلب تَرتيب اَلإجراءات التي يَجب تَنفيذها: نَبدأ بِالعَدّ بِقَفزات (يُمكن أيضا بِمُساعدة جَدول الـ 100)، إكمال تَسجيل اَلأعداد على مُستقيم اَلأعداد وَمِن ثمَّ في اَلنِهاية إكمال اَلأعداد اَلنَّاقصة في اَلمُتواليات.
أخطاء مِن المُمكن أنْ تُشير إلى وُجود صُعوبات في فَهم المُصطلَح أو المَهارة	• صُعوبة في فَهم اَلمُهمَّة – ما يَجب فِعله. خِصّيصا لِأنَّه في كلّ مُهمّة توجَد ثَلاث تَعليمات مُختلفة (صُعوبة في شَملها مَعا).

	• صُعوبة في مَعرفة اَلأعداد، في اَلعَدّ اَلاستِمراري أو اَلعَدّ بِقَفزات (في هذه اَلحالات يُمكن اَلاستِعانة بِجَدول ألـ 100 لِلإشارة إلى أعداد اَلمُتوالية، وَمِن خِلال ذلك اَلتَّوصل لِتَنفيذ اَلإجراءَين اَلآخرَين، أي اَلعَمل بِتَرتيب عَكسيّ). • صُعوبة في اَلفَهم بِأنَّ اَلفَرق بَين كلّ حَدَّين مُتَتاليَين في مُتوالية حِسابيَّة هو عَدد ثابِت. • صعوبة في حساب مقدار القفزة (إجراء عَمليَّة طَرح بين عَددَين بِمَكانَين مُتَتالِيَين)). • صُعوبة في اَلفَهم بِأنَّه في مُستقيم اَلأعداد يُمكن أنْ نُسجِّل أعدادًا لَيست مُتتالية، وَأنَّ مِقدار اَلقَفزة يُمكن أنْ يَتغيَّر مِن مُستقيم لِآخَر. • اَلتَّلميذ اَلذي يَكتب اَلأعداد على مُستقيم اَلأعداد بِعَكس اتِجاه اَلسَّهم، يَعني أنْ يَبدأ اَلمُتوالية مِن اِليمين إلى اِليَسار (لا يَتطرَّق لِاتجاه اَلسَّهم)، مثلًا: **3, ☐ 5, ☐ , ☐ 8**  • عَدم اَلمُحافظة على مِقدار قَفزة موحَّد، مَثلًا: **☐ , 2, ☐ , ☐ , 8, 10** 
اِقتراحات للنّقاش عِند اِنتِهاء الفعاليَّة	• كيف عَرفتم مِقدار اَلقَفزة بَين خُطوط اَلتَّقسيم؟ كيف حَسبتمُ ذلك؟ • ما اَلمُتوالية التي كان فيها اَلتَّحدي اَلأكبَر؟ لِماذا؟
اِقتراحات للتَّوسُّع في الفعاليّة	• اِبنوا مُتوالية مِن عِندكم، عَيِّنوا أعدادًا على مُستقيم اَلأعداد وَأشيروا إلى مِقدار اَلقَفزة. • اِبنوا مُتوالية بِحَسب اَلتَّعليمات أعلاه، لكن، كلّ تَلميذ يَبني مُتوالية فيها أعداد ناقِصَة وَيَطلب مِن تِلميذ آخر أنْ يُكمل اَلأعداد اَلنَّاقصة وَيُعيِّنها على مُستقيم اَلأعداد. بعد ذلك يَتناقشون حَول اَلنَّتائج.