



המספר 60

חגיגות 60 שנה למדינה מזמנות התייחסות למספר 60. במהלך תהליך הלמידה השגרתי היום יומי אין די הזדמנויות לשלב את ההיסטוריה של המתמטיקה. לכן, מצאתי לנכון לשלב את המתמטיקה וההיסטוריה כדי ליצור קשר בין תחומי המעשיר ומפרה הן את המורים והן את התלמידים. "שילוב ההיסטוריה בהוראת המקצוע יכול להעשיר את ההוראה ולהפכה להוראה משמעותית יותר עבור התלמידים, שיזכו להבנה מעמיקה יותר של רעיונות מתמטיים. ההיסטוריה תלמד את התלמידים כי נדרשו עשרות וגם מאות שנים של מאמצים, לפני שנעשו צעדים משמעותיים בהתפתחות המתמטיקה, וכי יש עדיין "חורים" אותם יש למלא". בהיסטוריה של המתמטיקה קיימות סיטואציות אנושיות מעניינות, ואלה יציגו את המתמטיקה כחלק משמעותי של התרבות האנושית. שילוב ההיסטוריה של המתמטיקה יספק שדה רחב ומעניין של קריאה ולימוד ויש בו כדי להביא תלמידים רבים להעמקת ההתעניינות במקצוע". (דוזורצ'ב, י. ויניצקי, ג. קופר, א. תכנים היסטוריים לשילוב בהוראת המתמטיקה. הטכניון- המחלקה להוראת המדעים, מהדורת ניסוי.)

הידעתם?

- ★ 60 הוא המספר הקטן ביותר המתחלק בששת המספרים העוקבים 1,2,3,4,5,6
- ★ 60 הוא "מספר נאה", שהוא מספר המתחלק רק בחזקות של 2, 3 ו-5. כלומר, מספר מן הצורה, $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$
- ★ 60 הוא מספר זוגי פריק
- ★ 60 הוא המספר הקטן ביותר בעל 12 גורמים/מחלקים
- בשעה 60 דקות - בדקה 60 שניות
- ★ במשולש שווה צלעות גודלה של כל זווית הוא 60 מעלות
- ★ 60 שווה לסכום שני מספרים ראשוניים תאומים $29 + 31$
- ★ 60 שווה לסכום 4 מספרים ראשוניים עוקבים $11 + 13 + 17 + 19$
- ★ 60 הוא מספר שופע (עודף) שסכום גורמיו (ללא המספר עצמו) גדול מהמספר עצמו.
- ★ 60 הוא מספר **מספר הרשאה** (Harshad number), או **מספר ניבן** (Niven number) - מספר שלם המתחלק בסכום ספרותיו בבסיס ספירה מסוים. $60 = 6 + 0 = 6$
- ★ זו הזדמנות להכיר את המתמטיקאי ההודי קפריקר (Kaprekar) ואת המספר המיוחד 6174.
- ★ 60 מסמל חוזק צבאי בתנ"ך. ספר דברים מציין שבחבל ארגוב היו "שישים עיר חומה גבוהה דלתיים ובריה". בשיר השירים מצוין "הנה מיטתו שלשלמה שישים גיבורים סביב לה מגיבורי ישראל".

★ זוג הנשוי שישים שנה חוגג את חתונת היהלום.

★ ערכה של האות ס' הוא 60.

★ 60 הוא מכפלתם של המספרים היוצרים שלשה פיתגורית $3 \times 4 \times 5$

★ לחלק מ-13 הגופים החצי משוכללים של ארכימדס יש 60 צלעות ולחלקם יש 60 קדקודים.



★ 60 הוא מספר פירמידלי משובע (פירמידה בעלת בסיס משובע)

Heptagonal Pyramidal Number הרביעי בסדרה. סדרת המספרים הפירמידלים

משובעים..1, 8, 26, 60, 115.

מצורפת פעילות העוסקת בשיטה הבבלית לכתיבת מספרים.

בתכנית הלימודים של כיתה ה' מוצע ללמד את הספרות הרומיות כהעשרה, אך במסגרת העיסוק השנה במספר 60 נראה מתאים יותר לעסוק בשיטה הבבלית, בה כתובים המספרים בבסיס 60 (בסיס סקסגסימלי). התמודדות עם משימה זו מעמיקה את הבנת עיקרון ערך המקום בכתיבת מספרים. בבתי ספר בהם לומדים בכיתות ה' את תרבות מסופוטמיה, שהיא ערש התרבות האנושית, מתחבר הנושא להיסטוריה.

לאחר הפעילות ניתן לערוך דיון כיתתי או להפנות חלק מהתלמידים ללמידה מעמיקה יותר:

דיון

- חשיבות עיקרון ערך המקום.
- השוואה לשיטות שאינן משתמשות בערך המקום והדגמת החיסרון שלהן
- המצריך שימוש במספר גדול של סימנים (השיטה המצרית)
- מהו חיסרון השיטה הבבלית לכתיבת מספרים?
- תפקיד האפס
- האם הבסיס נוח? מדוע בחרו אנשי בבל להשתמש בבסיס 60?

מקורות:

אביקם גזית (2004) מצאתי... על אנשים שאהבו לחשוב ולחשב. הוצאת גייטס.

<http://www.counton.org/numberland/60>

<http://www.virtuescience.com/60.html>

<http://alefefes.macam98.ac.il/article/article.asp?n=14>

<http://lib.cet.ac.il/pages/item.asp?item=7876>

[http://he.wikipedia.org/wiki/60_\(%D7%9E%D7%A1%D7%A4%D7%A8](http://he.wikipedia.org/wiki/60_(%D7%9E%D7%A1%D7%A4%D7%A8)

<http://www.wisdomportal.com/Numbers/60.html>



השיטה הבבלית



בשיטה הבבלית המספרים כתובים בבסיס 60, ויש לספרה ערך על פי מיקומה.

הבבלים השתמשו רק בשני סימנים: יתד אנכית ויתד אופקית.

את המספרים מ-1 עד 9 הם כתבו בעזרת יתדות אנכיות, את המספר 10 בעזרת יתד אופקית, ואת המספרים מ-11 עד 59 באמצעות צירופים של אחדות ועשרות.

1	⌋	11	⌋⌋	21	⌋⌋⌋	31	⌋⌋⌋⌋	41	⌋⌋⌋⌋⌋	51	⌋⌋⌋⌋⌋⌋
2	⌋⌋	12	⌋⌋⌋	22	⌋⌋⌋⌋	32	⌋⌋⌋⌋⌋	42	⌋⌋⌋⌋⌋⌋	52	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋
3	⌋⌋⌋	13	⌋⌋⌋⌋	23	⌋⌋⌋⌋⌋	33	⌋⌋⌋⌋⌋⌋	43	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	53	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋
4	⌋⌋⌋⌋	14	⌋⌋⌋⌋⌋	24	⌋⌋⌋⌋⌋⌋	34	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	44	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	54	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋
5	⌋⌋⌋⌋⌋	15	⌋⌋⌋⌋⌋⌋	25	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	35	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	45	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	55	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋
6	⌋⌋⌋⌋⌋⌋	16	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	26	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	36	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	46	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	56	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋
7	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	17	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	27	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	37	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	47	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	57	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋
8	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	18	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	28	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	38	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	48	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	58	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋
9	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	19	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	29	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	39	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	49	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋	59	⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋⌋
10	⌋	20	⌋⌋	30	⌋⌋⌋	40	⌋⌋⌋⌋	50	⌋⌋⌋⌋⌋		

מספרים הקטנים מ-60 נכתבו לפי העיקרון החיבורי, כאשר הערך של כל מספר נקבע עפ"י הסכום של ערכי הסימנים המרכיבים אותו. ניתן היה להשתמש בסימן של יתד אנכית עד 9 פעמים (10 יתדות אנכיות מוחלפים ביתד אופקית), וביתד אופקית ניתן היה להשתמש עד 5 פעמים (עד שמגיעים למספר 59).

עבור מספרים הגדולים מ-59, השיטה הפוזיציונלית (ערך המקום) נכנסת לפעולה. משתמשים בחזקות עוקבות של 60.

השיטה הבבלית, בדומה לשיטה העשרונית, נותנת ערך מקום לכל ספרה.

ערך המקום בשיטה העשרונית נקבע לפי כפולות של 10 מימין לשמאל.

ערך המקום בשיטה הבבלית, נקבע לפי כפולות של 60 מימין לשמאל.

המקום הראשון בצד ימין בשתי השיטות הוא 1. $10^0 = 1$ $60^0 = 1$

המספר 60 מקביל ל-10 בשיטה העשרונית ו- 60^2 מקביל ל-100, וכך הלאה.

שיטה עשרונית

אלפים	מאות	עשרות	אחדות
$10^3 = 1000$	$10^2 = 100$	10	1

שיטה בבלית

$60^3 = 216000$	$60^2 = 3600$	60	1
-----------------	---------------	----	---

דוגמה:  :דוגמה

מה ערכו של המספר ?

הספרה הימנית ביותר היא 40, היא מורכבת מ- 4 סימנים של 10.

הספרה לשמאלה היא 46 כי היא מורכבת מ- 4 סימנים של 10 ועוד 6 סימנים של 1

הספרה שלשמאלה היא 57 כי היא מורכבת מ- 5 סימנים של 10 ועוד 7 סימנים של 1.

הספרה האחרונה היא 1.

נשבץ בטבלה את הספרות המתאימות:

$60^3 = 216000$	$60^2 = 3600$	60	1
1	57	46	40

נחשב את ערכו של מספר:

$$1 \times 60^3 + 57 \times 60^2 + 46 \times 60 + 40 \times 1 = 424,000$$

כמה ספרות (סימנים) בשיטה הבבלית? 

- א. 10 ב. 60 ג. 2 ד. 20

פי כמה גדולה כל ספרה מזאת הכתובה מימינה? 

- א. 10 ב. 60 ג. 3600 ד. 2



מהם המספרים הרשומים בשיטה הבבלית? היעזרו בטבלה ורשמו תרגיל מתאים.
 רשמו את המספר כסכום של מכפלות ואז חשבו את ערכו.



$60^3 = 216000$	$60^2 = 3600$	60	1



תרגיל: _____ $x 60^2$ + _____ $x 60$ + _____ $x 1$ = _____

המספר :



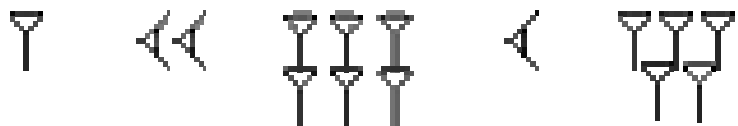
תרגיל:

המספר :



תרגיל:

המספר :



תרגיל:

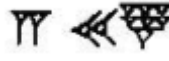
המספר :



יש בעיה

לבבלים הקדמונים לא היה סימן לאפס, ולכן ניתן היה להעניק כמה פירושים לאותו הסימן. המשמעות הנכונה הייתה מתקבלת מהקשר בו נכתב המספר.

דוגמה:

הערך של המספר  יכול להיות 147, בהנחה שלא חסרים אפסים בכלל, או 8820 בהנחה שחסר אפס בסוף המספר.

ראו זאת בטבלאות:

$$2 \times 60 + 1 \times 27 = 147$$

$60^3 = 216000$	$60^2 = 3600$	60	1
		$2 \times 60 = 120$	$27 \times 1 = 27$

$$2 \times 3600 + 27 \times 60 = 8820$$

$60^3 = 216000$	$60^2 = 3600$	60	1
	$2 \times 60^2 = 7200$	$27 \times 60 = 1620$	אפס

הבעיה נפתרה חלקית

רק בתקופה מאוחרת יותר (בסביבות 300 לפנה"ס), הבבלים המציאו סימן מיוחד לציון מקום ריק בין שתי ספרות באמצע המספר, אבל עדיין היה חסר להם סימן לציון מקומות ריקים בסוף המספר. רק כ-450 שנה לאחר מכן מופיע אצל הבבלים סימן מיוחד לאפס, שמשמש גם באמצע המספר וגם בסופו.



מתי משתמשים כיום בבסיס 60?

אנו מחלקים כל שעה ל-60 דקות, וכל דקה ל-60 שניות.

כמו כן, כאשר אנו מודדים זוויות באמצעות מעלות, אנו מייחסים להקפה אחת של מעגל ערך של 360 מעלות.