1.2 בעייה מן החיים למדריך

מטרות

- קישור בין מתמטיקה לחיי יום יום.
- הכרת ייצוגים שונים (טבלה, גרף ותבנית) לתיאור מתמטי של תופעה, וקריאת המידע מן הייצוגים השונים.
- מעבר בין ייצוגים לצורך פתרון שאלות.
- השוואה בין תהליכי שינוי על- ידי תיאורם באמצעות גרף.
- מעבר מטבלה לתבנית, והשוואת התבניות המתקבלות.
- מציאת ההפרש בין תבניות ומשמעותו הגרפית.
- פתרון משוואות ואי-שוויונים.
- עיסוק באחוזים.

מקורות

Arcavi, A. (2002). The Everyday and the Academic in Mathematics. In M. E. Brenner, and J. N Moschkovich (Eds.). *Everyday and Academic Mathematics in the Classroom - A Monograph of the Journal for Research in Mathematics Education*,12–29. Reston, Va: NCTM.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., Stein, MK (1990). Functions, Graphs and Graphing: Tasks, Learning and Teaching, *Review of Educational Research, 60(1),* 1-64.

Kaput, J. (1992) Technology and mathematics education. In A.D. Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.515-556). New York: Macmillan Publishing Company.

Parker M. and Leinhardt G. (1995). Percent: A privileged proportion, *Review of Educational Research* 65 (4), 421-481.

רזניק, צ., (1995). ***מתימחשב** : פונקציות, בתוך פונקציות וביניהן*. רחובות: מכון ויצמן למדע.

חומרים

מפגש ראשון: דפי פעילות לתלמיד (4 עמודים כולל משחק).

מפגש שני: דפי פעילות לתלמיד (4 עמודים).
מחשבון גרפי או מחולל גרפים אחר.

זמן משוער

מפגש ראשון: שני שיעורים.

מפגש שני: שני שיעורים.

מבנה הפעילות

מפגש ראשון

1. פתרון שאלות נקודתיות הדורשות קריאת מידע מייצוגים שונים (שאלות 1–8) – עבודה בקבוצות ודיון.
2. השוואה כללית בין תהליכים שונים (שאלות 9, 10) – עבודה בקבוצות ודיון.
3. השוואה בין ציונים בעזרת הגרפים (שאלות 11, 12) – עבודה בקבוצות ודיון.
4. חוש לאחוזים (שאלה 13 ומשחק) – עבודה בקבוצות, משחק ודיון.

מפגש שני

1. השוואה גרפית של כל דרך מארבע הדרכים לציון המקורי (שאלות 1–8) – שרטוט בזוגות במחשבון או במחשב, עבודה ודיון.
2. אי-שיוויונים (שאלה 9–11) – עבודה בקבוצות ודיון.
3. הפרש תבניות – הגרפים של תוספת הציון (שאלות 12, 13) – עבודה בקבוצות ודיון.

מהלך הפעילות

מפגש ראשון – בעייה מן החיים.

1. פתרון שאלות נקודתיות הדורשות קריאת מידע מייצוגים שונים (שאלות 1–8) – עבודה בקבוצות ודיון.

קוראים את הסיפור עונים על השאלות 1–6 ללא כל הקדמה. המטרה היא **לא** להנחות את המורים לדרכים יעילות, אלא לתת להם להתמודד בעצמם עם השאלות. מדריך הקורס יוכל לראות את התשובות לשאלות 1–6 באופן מיידי מן הגרף שבשאלה 11. אין הכוונה להפנות את המורים בשלב זה אל הגרפים.

<u>נקודות אפשריות להתייחסות בדיון</u>

- בדיקת חלק מן השאלות 1–8 ודיון על הדרך שבה פתרו את השאלות.

עדיין לא כדאי להעיר על יעילות העבודה, רק לתת למורים להשמיע זה לזה את הדרכים שלהם.

בכיתות הניסוי בשלב הראשון המורים פרשו לעצמם כל אחת מדרכי השיפור לדרך מילולית. הדרך שהייתה הקשה להם ביותר לפירוש הייתה דרך ב, ועבורה הם מצאו פירושים שונים שרובם הביאו לאותה תוצאה (ראו להלן בדיון).

אחרי שהבינו כל דרך, או לפחות ידעו לחשב בעזרתה את הציון המשופר, המורים פתרו כל שאלה לגופה על-ידי חישוב לפי התהליך המילולי של כל שיפור. למשל לפי הדרך הראשונה יש להוסיף 10 נקודות לכל ציון, לכן הציון 64 ישתפר ל- 74.

מכיוון שפעלו בדרך זו, הם היו צריכים בשאלה 1 לחשב את הציונים המשופרים של ארבע הדרכים ובשאלה 2 לחשב את הציונים המקוריים של ארבע הדרכים.

- תרגום הטבלה לתבנית של הציון המשופר בדרך ב (x הציון המקורי).

רושמים על הלוח את כל התבניות שהתקבלו ומעודדים את המורים להוסיף תבניות אפילו שהן נראות להן שוות.

בכיתות הניסוי התקבלו חלק מהתבניות הבאות (כולל כל התבניות השגויות), את שאר התבניות השלמנו בעזרת המורים.

$$x+\frac{x}{5},\quad x+\frac{1}{5}x,\quad 1\frac{1}{5}x,\quad \frac{6}{5}x,\quad \frac{6x}{5},\quad 1.2x,\quad x+\frac{20}{100}x,$$

$$120\%x,\quad \frac{120x}{100},\quad 1.20x,\quad x+\frac{20}{100},\quad x+20\%$$

בודקים אילו מן התבניות מתאימות ואילו אינן מתאימות. יש לציין כי חלק מן המחשבונים (וגם ה-Excel) מקבלים את הביטוי 120%x ומחשבים אותו נכון. חשוב להבהיר כי במתמטיקה צורת ביטוי זו אינה מקובלת, ורושמים במקומו את התבנית המתאימה. מזכירים את המושג **תבניות תואמות**, ומבקשים מן המורים להראות איך עוברים מתבנית אחת אל תואמת לה על-ידי פעולות חשבון.

חלק מן המורים בכיתות הניסוי טענו שחלק מן התבניות הן ממש "אותו דבר", אבל הסכימו כי למרות הביטויים הדומים, דרכי המחשבה כדי להגיע לתבניות אלו שונות, וכי בעיני תלמידים רבים גם הביטויים נראים שונים.

- על העוצמה של תבניות.

מוקד הדיון הוא חוש לתבניות (symbol sense) המתאימות לשיפור הציון בדרך **ג**.

מבקשים לתרגם את דרך **ג** לתבנית ולפשט אותה. דנים על המרכיבים של שלוש התבניות הבאות:

$$50+\frac{1}{2}x \qquad\qquad \frac{100+x}{2} \qquad\qquad x+\frac{100-x}{2}$$

התבנית הימנית נוצרה מתרגום מילולי ושתי התבניות האחרות הן פישוט שלה.

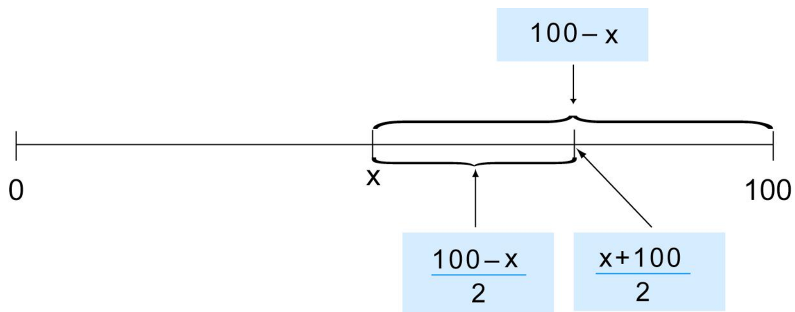
בכיתות הניסוי המורים הלכו לאורך כל השאלות עם הייצוג המילולי של דרך ג. לכל היותר בנו לעצמם טבלה. כאשר התבקשו בדיון לרשום תבנית לדרך זו, רוב המורים תרגמו באופן מילולי ורשמו את התבנית $x+\frac{100-x}{2}$ *. ולא פשטו אותה.*

כשהתבקשו לפשט, היו מורים שכפלו את התבנית ב- 2 וקיבלו לאחר פישוט 100 + x. נערך דיון על משמעות התבנית שהתקבלה, והיא נפסלה. באופן זה המורים יכלו לראות כיצד הסיטואציה יכולה לתמוך בבדיקה של מניפולציות אלגבריות.

עורכים דיון על התבניות האלה.

מכל תבנית אפשר לשלוף מידע נוסף. למשל, מהתבנית השמאלית ניתן ללמוד כי הציון המשופר בדרך זו הוא 50 ומעלה, ואחת המשמעויות היא כי כדאי לתלמידים שקיבלו ציונים נמוכים לבחור בדרך זו.

התבנית האמצעית אומרת כי הציון המשופר בדרך זו הוא הממוצע בין 100 לציון. דנים על נקודות החוזק של תבניות, שאחת מהן היא היכולת לפשט. רואים כי הרבה יותר קל לבנות טבלה לדרך **ג** באמצעות התבניות הפשוטות. מציגים גם ייצוג של תבנית הממוצע על ציר מספרים.



הממוצע הוא נקודת אמצע הקטע בין x ל- 100, לכן הוא יכול להתקבל במספר אופנים:

א. חישוב ממוצע על-ידי חיבור וחילוק ב- 2.

ב. הוספת חצי הקטע למספר הקטן – x.

ג. הורדת חצי הקטע מהמספר הגדול – 100.

רושמים גם את התבנית המתאימה לדרך האחרונה לקבלת הממוצע $100-\frac{100-x}{2}$, מפשטים ומגיעים לאותה תוצאה.

הניסוח המילולי של הדרך לקבלת תבנית, כמו שהודגם לעיל, לגבי שיטות שונות לקבלת הציון בדרך השלישית, עוזר מאוד בבניית התבנית.

מדגישים כי התבניות משרתות אותנו גם בבניית משוואות או אי-שיוויונים. למשל, כדי לענות על השאלות "עבור איזה ציון מקבלים בשתי דרכים שונות אותו ציון משופר? ציון משופר גבוה יותר?".

גם פתרון שאלות 7 ו- 8 דורש פתרון משוואות, כלומר שימוש בתבניות.

2. השוואה כללית בין תהליכים שונים (שאלות 9, 10) – עבודה בקבוצות ודיון.

עונים על סעיפי השאלות 9 ו- 10 ובודקים את התשובות.

שאלה 9

א. דרך **ב**   ב. דרך **ג** ודרך **ד**   ג. דרך **א** ודרך **ד**   ד. דרך **א** ודרך **ב**

ה. דרך **א** דרך **ג** דרך **ד** ודרך **ב** (אם 0 נחשב ציון).

אין לצפות בשלב זה שהמורים יוכלו לענות על השאלה במלואה. תשובה חלקית תתקבל בדיון ותשובה מלאה תתקבל במפגש השני.

בכיתות הניסוי, רוב המורים לא השתמשו בתבניות אלא ניסו לענות על השאלות באופן אינטואיטיבי. על סעיף ג כולם ענו שאין דרך כזו (הם קיבלו תמיכה לכך מהנוסח "אם בכלל" הרשום בשאלה). לא הגבנו, כדי לא לקלקל את ההפתעה שתיגרם עם שרטוט הגרפים של התוספות לציון במפגש הבא.

שאלה 10

השאלה דורשת כתיבת משוואה, ודורשת התייחסות אל התוספות $0.2x = 10 + 5$.

הציון המקורי של עופר הוא 75, והוא משתפר בדרך **א** ל- 85 ובדרך **ב** ל- 90.

<u>נקודות אפשריות להתייחסות בדיון</u>

לגבי שאלה 9

- ההשוואה בין תוספת קבועה בנקודות (דרך **א**) לבין תוספת באחוז קבוע (דרך **ב**).
  - הראשונה גידול ב... השנייה גידול פי...
  - בראשונה התוספת בנקודות קבועה ובשנייה התוספת בנקודות גדֵלה עם גידול בציון המקורי.
  - בראשונה הגידול באחוזים קטֵן עם גידול הציון המקורי, ובשנייה הגידול באחוז קבוע.
  - הראשונה טובה עבור ציונים נמוכים והשנייה עבור ציונים גבוהים.

- העוצמה של תבניות (סעיף ה).

תחילה עונים על השאלה בעזרת שיקולים, אם אפשר. למשל, אם התוספת הקבועה היא 10 אז ציון מקורי 10 גדל פי 2 לאחר התוספת. אם התוספת היא של 20%, אז זהו גידול פי 1.2, ולכן אינו יכול להיות גידול פי 2. לגבי דרכים ג ו- ד קשה לענות על השאלה בעזרת שיקולים.

אחר כך מבקשים לענות על השאלה בעזרת משוואות.

המשוואות המתקבלות:

$$x + 10 = 2x \qquad 1.2x = 2x \qquad 50 + \frac{1}{2}x = 2x \qquad 10\sqrt{x} = 2x$$

מגלים על-ידי פתרון המשוואות את הציון המשתפר לפי 2 ממנו בדרך **ג** (הציון $33\frac{1}{3}$) ובדרך **ד** (הציון 25).

כמו כן מגלים כי הציון 0 פותר את המשוואה של דרך **ב**. ולאור זאת ניתן לדון בשאלה האם 0 עונה על הדרישה או לא (דיון בנקודות גבוליות). ניתן גם לדון על הקשר בין המילה "פי" לפעולת הכפל. אם מתרגמים את המילה פי לכפל, לא תמיד מקבלים גידול, כמו שהכפל אינו תמיד מגדיל.

3. השוואה בין ציונים בעזרת הגרפים (שאלות 11, 12) – עבודה בקבוצות ודיון.

עונים על שאלות 11 ו- 12. מבררים באיזו דרך המורים מתאימים את הגרפים לדרכי השיפור השונות, ומעודדים אותם להציע דרכים נוספות לזיהוי.

בכיתות הניסוי רוב ההתאמות הסתמכו על ציונים מסוימים, למשל, הציון 10 השתפר בדרך א ל- 20. המורים חיפשו את הנקודה (10, 20) ומצאו בעזרתה את הגרף המתאים. מעט מהמורים הסתמכו על תהליכים גלובליים, כמו תוספת של 20% גדולה יותר בציונים מקוריים גבוהים.

<u>נקודות אפשריות להתייחסות בדיון</u>

- מבקשים מן המורים למיין בין שיטות נקודתיות לזיהוי הגרף המתאים, לשיטות גלובליות בשאלה 11, ומבקשים להוסיף דרכים גלובליות, כמו:

  בדרך **ג** כל הציונים המשופרים הם מעל 50.

  התבנית של דרך **ד** אינה תבנית שהגרף שלה קו ישר.

- דיון על שאלה 11.
  - משוחחים על ההשוואה בין החישובים שנעשו כדי לפתור את שאלות 1 ו- 2, לבין הפתרון הגרפי המהיר.
  - מבררים באילו מן השאלות אפשר לקבל מן הגרף תשובה מדוייקת (שאלות 1–6), באיזו תשובה מקורבת (שאלות 7, 8), ובאיזו אי אפשר לקבל מן הגרף תשובה (שאלה 9, אלא אם כן משרטטים גרפים אחרים, שאותם נשרטט במפגש הבא).

4. חוש לאחוזים (שאלה 13 ומשחק) עבודה בקבוצות, משחק ודיון

פותרים את שאלה 13 ומיד לאחריה משחקים את המשחק. בשאלה מתוודעים המורים לכל מיני תכונות של אחוזים, אשר את חלקם הם יכולים ליישם במשחק.

בכיתות הניסוי לא עבדו על דף העבודה, אלא רק על המשחק. הסתבר כי המורים לא הפעילו את חוק החילוף, או תכונות אחרות באחוזים.

בדיון דנים על היישום של התכונות במשחק.

מפגש שני – בעקבות בעייה מן החיים.

1. השוואה גרפית של כל דרך מארבע הדרכים לציון המקורי (שאלות 1–8) – שרטוט בזוגות במחשבון או במחשב, עבודה ודיון.

בסעיף זה ננסה להכליל את הדרכים לשיפור הציון. כל דרך נכליל במידה שונה. בשתי השיטות הראשונות, המייצגות *גידול ב...* ו*גידול פי...* נגיע להכללה אלגברית. בשיטה השלישית נראה דוגמאות פרטיות נוספות בדרך להכללה, ואת השיטה הרביעית לא נכליל, אלא נתעמק בדרך השיפור כפי שהוצגה.

<u>נקודות אפשריות להתייחסות בדיון</u>

- דיון על תוספת קבועה (שאלות).

  בדיון מבררים מה מייצג הגרף של $y = x$, ומדוע בקשו לשרטט גרף זה יחד עם הגרף של הציון המשופר בכל דרך.

  דנים בצורת הגרפים מן המשפחה $y = x + a$, ומבררים מדוע כולם ישרים מקבילים.

  משדרגים את השאלה על-ידי כך שבוחרים תבנית ריבועית, למשל $0.1x^2$, משרטטים אותה, ושואלים:

  איך יראו הגרפים של $0.1x^2 + a$ אם נציב בכל פעם מספר אחר במקום a?

  (לא כדאי לבחור כדוגמה את התבנית x^2 , כי בשרטוט המשפחה $x^2 + a$ הגרפים נראים "מתקרבים" בגלל השיפועים הגדולים.)

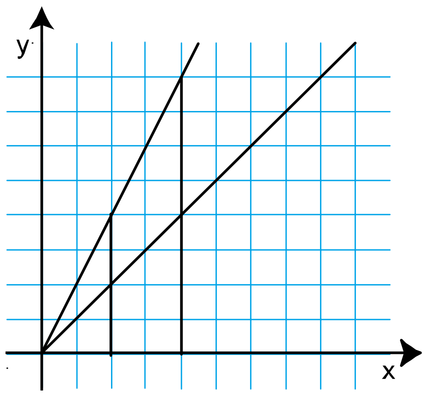
- דיון על תוספת אחוז של הציון (שאלות 3, 4).

  דנים בהבדל בין תוספת קבועה לבין תוספת של אחוז מסוים ובאופן בו הבדל זה מתבטא בגרף.

  דנים במשפחת התבניות הנוצרות כאשר משנים את אחוז הציון שנוסף. מכלילים את התבניות תחילה למשפחה $(1+p/100)x$ עבור p שהוא האחוז שנוסף. ממשיכים ומכלילים למשפחה ax. מתבוננים בצורת הגרפים מן המשפחה $y = ax$, ומבררים מדוע מתקבלת אלומת ישרים.

  מתייחסים לכך ש- ax גדול פי a מ- x, ובודקים איך זה משפיע על הגרף.

  בשרטוט שמשמאל למשל, משורטטים הגרפים של x ושל 2x.

  אפשר לראות בגרפים כי כל תוצאת הצבה בתבנית 2x גדולה פי 2 מתוצאת ההצבה ב- x, וככל ש- x גדל, ההפרש גדל.

  זו אחת הסיבות שעבור ציונים גבוהים, השיפור ב- 20% עדיף מהשיפור ב- 10 נקודות.

- דיון על שאלה 5

  בשאלה זו המורים מתבקשים לשרטט גרפים חדשים, גרפים עבור דרכים **א** ו- **ב** המתאימים לציון המקורי לא את הציון המשופר, אלא את התוספות בלבד.

  מבררים מה למדו המורים מן הגרפים.

בכיתות הניסוי עלו הנקודות הבאות.

- *התוספת בדרך א קבועה, ואינה תלויה בציון המקורי, ואילו התוספת בדרך ב עולה ככל שהציון המקורי עולה.*
- *עבור ציון מקורי 50 יש אותה תוספת - 10 נקודות.*
- *עבור ציון מקורי קטן מ- 50 התוספת בדרך א גדולה יותר מהתוספת בדרך ב.*
- *עבור ציון מקורי גדול מ- 50 התוספת בדרך ב גדולה יותר מהתוספת בדרך א.*
- *הגרפים האלה נותנים אותו מידע שנותנים הגרפים המתאימים לציון המקורי את הציון המשופר, כי הציון המקורי נשאר ורק התוספת "משפיעה".*
- *המרחק בין הגרפים על ישר מקביל לציר y אומר בכמה נקודות מקבלים יותר באחת הדרכים לעומת הדרך השנייה.*
- *כאשר מתרחקים מהציון המקורי 50 מרחק שווה לשני הכיוונים, מתקבלים מרחקים שווים בין הגרפים. (דברנו על המשמעות)*

בשאלה 5, אין מיקוד על מידע מסוים שמחפשים, אלא יש לכתוב כל מה שאפשר ללמוד מן הגרפים המשורטטים במחשב. דנים בצורת השאלה, לעומת צורות אחרות של שאלות. שאלה כזו, מבררת את החוש שיש למורים לגבי גרפים.

- דיון על השיפור בדרך **ד**

דנים על ההבדל המתמטי בין הדרכים האחרות לדרך זו. הגרפים בדרכים **א ב** ו- **ג** הם ישרים, ואילו הגרף הזה עקום. דנים בצורת התבנית והשפעתה על הגרף. מספרים שזהו התיקון שהיה מקובל כאשר היה צריך להעלות ציונים במבחני הבגרות, ומנסים לברר מדוע הוא עדיף על התיקונים האחרים.

בכיתות הניסוי עלו הנקודות הבאות.

- *שיפור בדרך זו אינו משנה את הציונים הקיצוניים 0 ו- 100.*
- *בדרך זו ציונים נמוכים משתפרים הרבה, וציונים גבוהים מעט.*

בקבוצות מתקדמות מאד אפשר להביא את המושג ממוצע הנדסי בין שני מספרים (כי השיפור בדרך **ד** הוא ממוצע הנדסי בין 100 לציון)

הממוצע החשבוני בין a ל- b	הממוצע ההנדסי בין a ל- b
$\frac{a+b}{2}$	$\sqrt{a \cdot b}$

רושמים היררכיה בין פעולות החשבון

חיבור	חיסור
כפל	חילוק
חזקה שנייה	שורש ריבועי

מעלים בדרגה אחת כל פעולה בתבנית של הממוצע החשבוני בין שני מספרים. אם הופכים את פעולת החיבור לפעולת כפל, ואת החילוק ב- 2 הופכים לשורש ריבועי, מתקבלת תבנית חדשה שמתארת את המושג "ממוצע הנדסי בין שני מספרים".

שואלים: מה הממוצע החשבוני בין 4 ו- 9, ומהו הממוצע ההנדסי שלהם?

מבקשים דוגמא לסדרה שבה כל מספר גדול מקודמו **ב**מספר קבוע (סדרה חשבונית) , ודוגמה לסדרה שבה כל מספר גדול מקודמו **פי** מספר קבוע (סדרה הנדסית). מראים כי בסדרה החשבונית כל מספר (שיש לו שני שכנים) הוא ממוצע חשבוני של שני שכניו, ובסדרה ההנדסית כל מספר (שיש לו שני שכנים) הוא ממוצע הנדסי של שני שכניו.

מוכיחים בדרך אלגברית.

שלושה איברים של סדרה חשבונית: $a-d,\ a,\ a+d$

$$\frac{(a-d)+(a+d)}{2}=\frac{2a}{2}=a$$

שלושה איברים (חיוביים) של סדרה הנדסית: $\frac{a}{q},\ a,\ aq$

$$\sqrt{\frac{a}{q}\cdot aq}=\sqrt{a^2}=a$$

ראינו כי השיפור בדרך **ג** הוא ממוצע חשבוני בין 100 לציון, ועכשיו אפשר לראות כי השיפור בדרך **ד** הוא הממוצע ההנדסי בין 100 לציון x, כי $\sqrt{100\cdot x}=10\sqrt{x}$

2. אי-שיוויונים (שאלה 9–11) – עבודה בקבוצות ודיון.

שלוש השאלות בסעיף זה מטפלות באי-שיוויונים בצורה משמעותית.

<u>נקודות אפשריות להתייחסות בדיון</u>

- הקשר בין פתרון משוואה לפתרון אי-שיוויון בייצוגים שונים, בהקשר לשאלות שלנו.

בדיון מתייחסים לנקודות הבאות

אי-שיוויון	משוואה
עונה על שאלות המטפלות בתחומים	בדרך כלל עונה על שאלות נקודתיות
פתרון אי-שיוויון בדרך גרפית הוא מציאת תחום על ציר x של נקודות גבוהות (או נמוכות) מנקודה מסוימת, ששיעור y שלה ידוע, או שהיא נקודת חיתוך בין גרפים.	פתרון משוואה בדרך גרפית הוא מציאת שיעור x של נקודה ששיעור y שלה ידוע, או של נקודת חיתוך בין גרפים.
פתרון אי-שיוויון בדרך אלגברית מחייב בדרך כלל פעולות על אגפים, כך שהסדר נשמר או מתהפך.	פתרון משוואה בדרך אלגברית מחייב בדרך כלל פעולות על אגפים, כך שהשיוויון נשמר.

בדיון מתייחסים לכך שבהינתן הגרף, גם אם מדובר רק בסקיצה, ללא מספרים על הצירים, אפשר לפתור אי-שיוויון בעזרת פתרון השיוויון המתאים ובעזרת הגרף.

בשאלה 9 עונים בדרך גרפית על שאלות מילוליות, כאשר ההשוואה היא בין כל הדרכים, כלומר, צריך למצוא באיזה תחום גרף מסוים גבוה או נמוך מכל הגרפים האחרים. בשאלה 10 פותרים אי-שיוויונים בדרך אלגברית, הבדיקה נעשית בדרך גרפית, ורק אחרי הפתרון מתאימים שאלה לאי-שיוויון. מציינים כי שאלות 9 ו- 10 הפוכות זו לזו.

3. הפרש תבניות – הגרפים של תוספת הציון (שאלות 12, 13) – עבודה בקבוצות ודיון.

בסעיף זה על הלומדים לגייס את הרעיונות הקודמים כדי לענות על שאלות מעמיקות יותר. מקיימים דיון לגבי שאלה 12. לפני שאלה 13 מבקשים מן הלומדים לשער איך נראה הגרף המתאר את התוספת לציון, ולשרטט סקיצה לפי השערתם.

נקודות אפשריות להתייחסות בדיון

- התייחסות לשאלה 12 סעיף א

בכיתות הניסוי ענו הלומדים כי הציונים אינם מתקלקלים כי הגרפים עולים.

אם מתקבלת תשובה כזו, מבקשים מן הלומדים לתת דוגמה להפחתה בציון באחוז מסוים. מבקשים לתאר בגרף את ההפחתה. הלומדים יווכחו לראות כי עלייה של הגרף אינה מבטיחה שיפור בציון. מבקשים לומר במילים, מה משמעות עליית הגרף לגבי הבעייה שלנו (ככל שהציון המקורי יותר גבוה, גם הציון החדש יותר גבוה, אבל לא מובטח שהוא יותר גבוה מן הציון המקורי).

בדיון מראים כי אפשר להתייחס לכל שיפור בנפרד ולכל השיפורים ביחד.

התייחסות לכל ציון בנפרד: תוספת של 10 נקודות אינה יכולה לקלקל את הציון. תוספת של 20% אינה יכולה לקלקל את הציון. הממוצע החשבוני בין הציון ל- 100 תמיד גדול מן הציון, כי הממוצע החשבוני של שני מספרים נמצא ביניהם. לגבי השיפור בדרך ד, $10\sqrt{x} = \sqrt{100x}$. $x = \sqrt{x^2} = \sqrt{x \cdot x}$. אם נרשום 100 במקום אחד ה- x-ים מתחת לשורש, נקבל כתוצאה מספר גדול מ- x כי $x \le 100$.

התייחסות לכל הציונים יחד: כדי שהציונים לא "יתקלקלו", הם צריכים להיות גבוהים מהציונים המקוריים או שווים להם. הגרפים המתאימים להם צריכים להיות גבוהים מן הישר y = x המתאים לציון המקורי את הציון המקורי. ואכן, כל הגרפים מקיימים תכונה זו.

בשאלה 13 יוכלו הלומדים לענות, בדרך אחרת, על השאלה אם יש ציונים המתקלקלים באחת השיטות – על-ידי שרטוט הגרפים של התוספת לציון.

שואלים: מה צריכות לקיים כל התוספות לציון כדי שהציונים לא "יתקלקלו"?

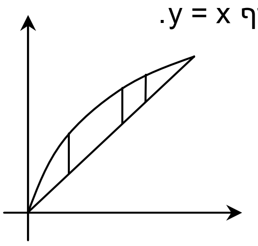
- התייחסות לשאלה 12 סעיף ג

בכיתות הניסוי חלק מן הלומדים חשבו שאין שני ציונים שיש להם אותה תוספת. הדבר קרה כנראה מפני שחישבו מספר מקרים פרטיים, של ציונים שלמים, ולא מצאו תוספות שוות.

מבקשים לשרטט סקיצה של הגרף המתאר את הציון המשופר בדרך **ד** ואת הגרף y = x.

שואלים: היכן רואים בגרף את התוספת לציון?

האם התשובה לשאלה 12ג משתנה בעקבות שרטוט הגרף?



- התייחסות לשאלה 13

כל תוספת "מתנהגת אחרת. גרף א קבוע, גרף ב עולה, גרף ג יורד, ושלושתם ישרים. גרף ד עקום, בתחילה עולה ואחר-כך יורד. מבקשים לומר במילים את משמעות ההתנהגות של הגרפים לגבי הבעייה. למשל, ככל שהציון המקורי גבוה יותר, התוספת בדרך **ב** גבוהה יותר ובדרך **ג** נמוכה יותר.

מבררים לגבי כל סעיף של שאלה 12 כיצד ניתן לענות עליו בעזרת הגרף של תוספת הציון.

12. א. הציונים אינם "מתקלקלים" כי התוספת תמיד חיובית.

ב. הציון ששיפורו מקסימלי הוא 25 כי הנקודה (25, 25) על הגרף היא הגבוהה ביותר.

ג. לכל ציון יש בן זוג כך שלשניהם אותה תוספת. רואים זאת כאשר מעבירים מקבילים לציר x.