טרנספורמציות וסימטריה במישור

מונחון ד: מבט כולל על טרנספורמציות איזומטריות במישור

ד"ר ניצה כהן, המכללה האקדמית לחינוך ע"ש דוד ילין, ירושלים

מונחון זה הוא הרביעי מבין מספר מונחונים שעניינם טרנספורמציות וסימטריה במישור.

הקדמה ותזכורת:

העתקה איזומטרית (טרנספורמציה איזומטרית) היא העתקה של נקודות המישור השומרת על מרחקים בין הנקודות.

באופן אינטואיטיבי אפשר לראות העתקות כאלה כ"תנועה" של נקודות במישור כש"צורתן" ו"גודלן" של הצורות המועתקות אינם משתנים.

אנו מתייחסים כאן להעתקות **במישור** בלבד, כלומר העתקות שהתחום שלהן והטווח שלהן הוא קבוצת נקודות המישור. העתקות כאלה נקראות **טרנספורמציות** במישור.

מבחינים ב- 3 טרנספורמציות (העתקות) איזומטריות בסיסיות: **שיקוף, הזזה, סיבוב**.

במונחונים הקודמים תוארה כל אחת מהטרנספורמציות בנפרד. במונחון זה נתבונן במבט כולל על שלוש הטרנספורמציות.

נזכיר תחילה את שלוש הטרנספורמציות (לפירוט ראו מונחונים נפרדים):

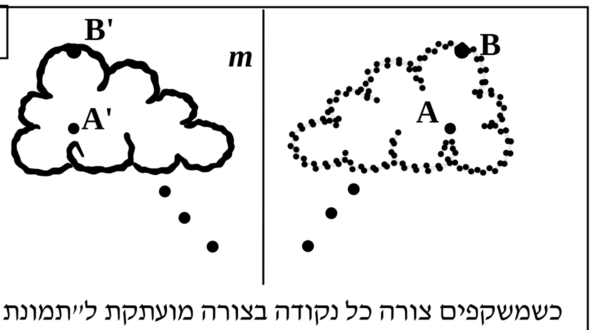
שיקוף

תיאור כללי – השיקוף בישר ***m*** הוא העתקה, המעתיקה כל נקודה במישור אל "תמונת הראי" שלה ביחס לישר ***m***.

הישר **m** נקרא **קו שיקוף** (או **ישר שיקוף** או **ציר שיקוף**)

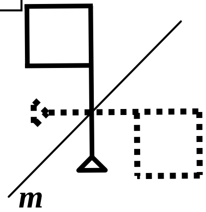
- כל שיקוף מאופיין על ידי "**קו שיקוף**", שבאופן אינטואיטיבי אפשר לחשוב עליו כישר שעליו מונחת "מראה דו צדדית". כל אחד משני "חצאי המישור" שבשני צידי המראה משתקף במראה ו"עובר" אל הצד האחר. הנקודות שעל קו השיקוף עצמו נשארות במקומן.
- בדרך כלל אנו מתעניינים בשיקוף של **צורות**, ומתבוננים בצורה המקורית וב"תמונת הראי" שלה. הנה דוגמאות לשיקוף של נקודות ושל צורות:

דוגמה א



כשמשקפים צורה כל נקודה בצורה מועתקת ל"תמונת הראי" שלה, למשל: A מועתקת ל- 'A, B מועתקת ל- 'B, ובסך הכל מתקבלת צורה החופפת לצורה המקורית.

דוגמה ב



בדוגמה זו מודגמת העובדה שהשיקוף פועל על שני חלקי המישור בו זמנית

- שימו לב: מדובר בשיקוף **במישור** ולא במרחב, ולכן, יש **<u>קו שיקוף</u>** ולא מישור שיקוף. גם כאשר אנו משתמשים בראי (שהוא מישורי ומשקף את כל המרחב התלת ממדי) אנו מתייחסים רק **לישר השיקוף**, שהוא קו החיתוך של הראי עם המישור שאנו מתעניינים בו (ראו פירוט על כך במונחון המוקדש לשיקוף).

<u>הזזה</u>

תיאור כללי – טרנספורמציית ההזזה "מסיעה" את כל נקודות המישור בכיוון מסוים ובמידת אורך מסוימת. כל נקודות המישור נעות **באותו הכיוון** (כלומר לאורך קטעים מקבילים) **ובאותה המידה.**

כל הזזה מאופיינת על ידי **חץ ההזזה** (ובשפה מתמטית: **וקטור ההזזה**), המציין את **כיוון ההזזה** ואת **מידת ההזזה**. כל נקודות המישור יזוזו בכיוון של החץ, ובמידה המתאימה לאורכו של החץ.

- כל הזזה נקבעת, אם כן, על ידי **כיוון ומידת אורך**.

שני נתונים אלה באים לידי ביטוי ב**חץ ההזזה** (וקטור ההזזה). אורך החץ מציין את המרחק (גודל ההזזה) וכיוונו את כיוון ההזזה.

אפשר לתאר את חץ ההזזה כ"פקודה" שלפיה מבצעים את ההזזה. כלומר, ההזזה מעתיקה את כל נקודות המישור כך:

א. כל הנקודות מועתקות <u>באותו הכיוון</u> (שהוא הכיוון של חץ ההזזה)

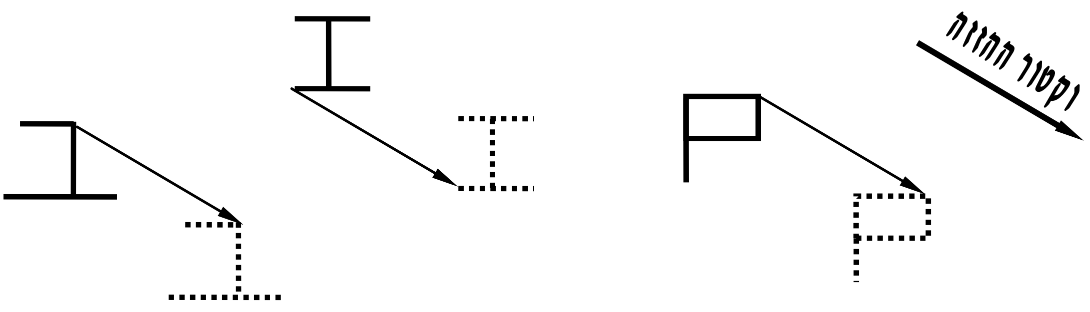
ב. כל הנקודות זזות <u>באותה מידה</u> (שהיא מידתו של חץ ההזזה)

משמעות הדבר היא שאם נתבונן בקטע המחבר בין הנקודות המקוריות לנקודות המתקבלות לאחר ההזזה – קטע זה יהיה מקביל לחץ ההזזה ובאותו הכיוון, והוא יהיה שווה באורכו לאורכו של חץ ההזזה.

- בדרך כלל אנו מתעניינים בהזזה של **צורות**, ומתבוננים בצורה המקורית וב"תמונה" שלה, כלומר בצורה שנתקבלה לאחר ההזזה (הצורה במיקומה החדש).

הנה דוגמאות להזזה של צורות:

(בדוגמאות אלה כל הצורות המקווקוות מתקבלות מן הצורות המקוריות בהזזה שמתוארת בעזרת החצים. כולן נעות על פי אותו החץ, כאילו "הסיעו" את כולן בכיוון ובמידה של חץ ההזזה).



הערה: את וקטור ההזזה אפשר לצייר במקומות שונים. כל עוד אורכו וכיוונו קבוע - זהו אותו הוקטור.

סיבוב

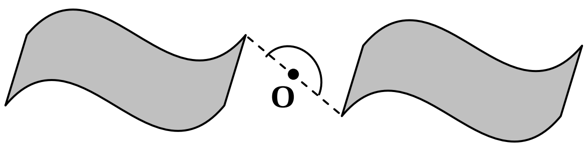
תיאור כללי – טרנספורמציית הסיבוב מסובבת את כל המישור סביב נקודה מסוימת ובזווית מסוימת. כל נקודות המישור מסתובבות סביב אותה הנקודה ובאותה הזווית.
אפשר לאפיין את טרנספורמציית הסיבוב בשני נתונים: **נקודת הסיבוב** ו**זווית הסיבוב**.

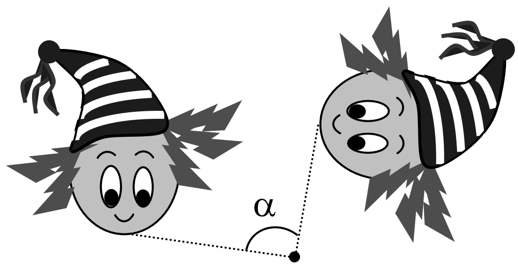
- כל סיבוב נקבע אם כן על ידי נקודת סיבוב וזווית סיבוב.

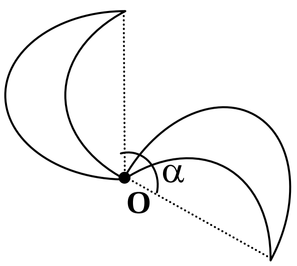
נקודת הסיבוב (הנקראת לעתים גם "מרכז הסיבוב" או "ציר הסיבוב") - היא הנקודה שסביבה החלטנו לסובב את כל נקודות המישור. **זווית הסיבוב** קובעת כמה נסובב סביב נקודה זו.

- בדרך כלל אנו מתעניינים בסיבוב של **צורות**, ומתבוננים בצורה המקורית וב"תמונה" שלה, כלומר בצורה שנתקבלה לאחר הסיבוב (הצורה במיקומה החדש).

<u>הנה דוגמאות</u> לסיבוב של צורות:



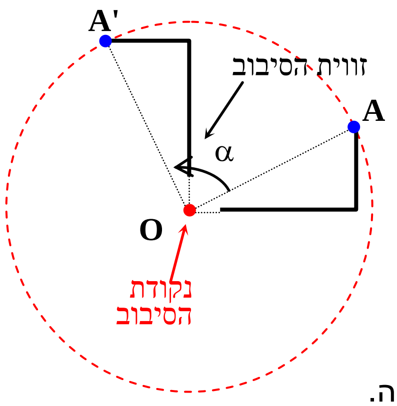




- נתבונן במסלולה של נקודה A כלשהי, כאשר נתונים נקודת סיבוב O וזווית סיבוב α.
הנקודה A תגיע אל הנקודה A' (הנקראת "תמונת הסיבוב" של A)
כך ש:

$$\overline{OA} = \overline{OA'}$$

$$\angle AOA' = \alpha$$



אפשר לדמיין את A מסתובבת על מעגל ברדיוס OA מסביב לנקודת הסיבוב O, עד שהזווית הנוצרת בין הרדיוסים (המקורי והחדש) שווה בדיוק לזווית הנתונה α. **A'** היא הנקודה שאליה הגיעה **A**.

הערה: מתוארת כאן התנועה של נקודה שאיננה נקודת הסיבוב עצמה.
אם הנקודה A היא O עצמה, אז היא נשארת במקומה (כלומר: זוהי **נקודת שבת**).

- זווית חיובית מציינת סיבוב נגד כיוון השעון ואילו זווית שלילית מציינת סיבוב עם כיוון השעון.

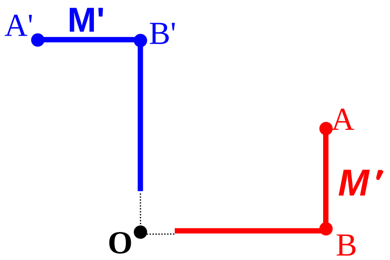
נסכם ונשווה את התכונות של שלוש הטרנספורמציות:

א. הערות כלליות לשלוש הטרנספורמציות

1. כל אחת משלוש הטרנספורמציות פועלת על **נקודות**.
כפי שציינו לעיל, לעיתים קרובות אנו מתעניינים במה שקורה **לצורה** - כלומר לקבוצת נקודות.
במקרה זה אנו מתבוננים בצורה שהתקבלה (כלומר בקבוצת התמונות של הצורה המקורית)

דוגמה: 'M (הצורה הכחולה) היא סיבוב של הצורה M (האדומה) בזווית 90° סביב O.
למעשה, 'M נוצרת מקבוצת כל תמונות הסיבוב של כל נקודות M (כאן מודגמות שתים מהן – A ו-B).

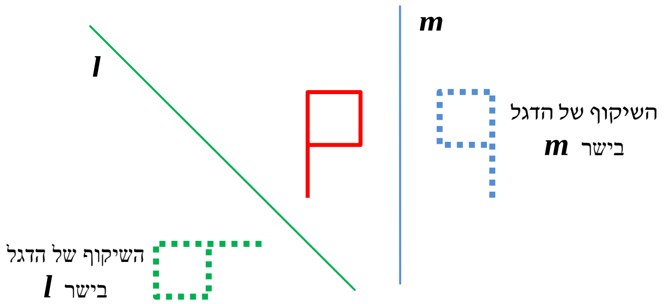
(כך גם לגבי שיקוף או הזזה.)



2. כל אחת משלוש הטרנספורמציות פועלת **בעת ובעונה אחת על כל נקודות המישור**.
יתכן שאנו מתעניינים רק בצורה מסוימת ובתמונתה, אך יש לזכור שהטרנספורמציה פעלה גם על נקודות המישור שלא התעניינו בהן.
לגבי השיקוף נזכיר שוב שהוא פועל על כל נקודות המישור ולא רק על צד אחד של ישר השיקוף (ראו דוגמה ב לעיל). השימוש בראי להדגמה עלול לטשטש תכונה זו, ולכן אנו מדגישים אותה שוב.

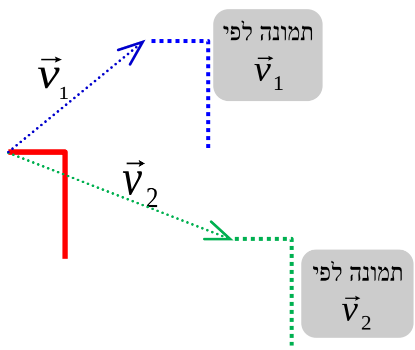
3. יש אינסוף שיקופים, אינסוף הזזות, ואינסוף סיבובים, שכן כל ישר מגדיר שיקוף אחר, כל וקטור (חץ הזזה) – הזזה אחרת, וכל נקודה וזווית – סיבוב אחר.
(לכן: **אין לדבר** על "**ה**שיקוף של A" באופן סתמי, אלא על "השיקוף של A בישר **m**" וכך גם על "הזזה של A **בווקטור מסוים**", או על "סיבוב של A **סביב נקודה O בזווית** α".)

דוגמה א: אותו דגל (האדום) משוקף על ידי כל אחד מהישרים למקום אחר.
השיקוף שלו בישר הכחול (m) יהיה הדגל הכחול, ואילו השיקוף שלו בישר הירוק (l) יהיה הדגל הירוק.



דוגמה ב:
כל אחד משני הווקטורים מגדיר הזזה אחרת.
ומזיז את הצורה המקורית למקום אחר.
לכן אי אפשר לדבר על "תמונת ההזזה של הצורה" אלא על תמונת ההזזה שלה בווקטור v_1 או תמונת ההזזה שלה בווקטור v_2 (או בכל וקטור אחר שנחליט עליו).

משהוחלט מהו וקטור ההזזה, כל הנקודות (ולכן גם כל הצורות) ינועו על פי וקטור זה בלבד.



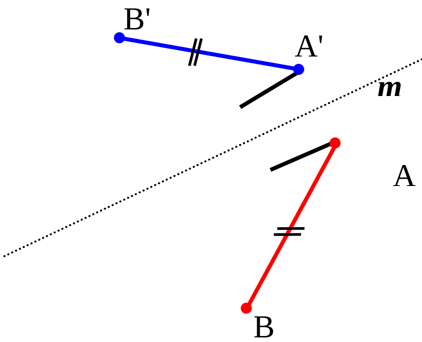
וכך גם לגבי הסיבוב...

ב. שמורות של שיקוף, סיבוב והזזה

(שמורה פירושה תכונה שנשמרת)

4. שימור מרחקים

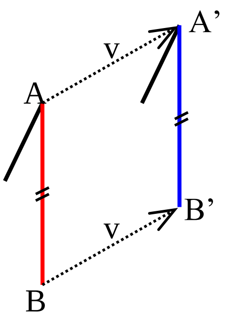
כל אחת משלוש הטרנספורמציות הללו **שומרת מרחקים**,
כלומר: **המרחק בין שתי נקודות שווה למרחק בין שתי תמונותיהן.**



א. בשיקוף:

נתייחס לשיקוף בישר ***m***.
נתבונן בשתי נקודות כלשהן A ו-B ובתמונות השיקוף שלהן A' ו-B'.
(כאן לקחנו 2 נקודות מתוך צורה נתונה)
המשמעות של שמירת המרחק היא ש: **AB = A'B'**
כלומר: אם מחברים את A עם B ומחברים את A' עם B' מקבלים קטעים השווים באורכם.

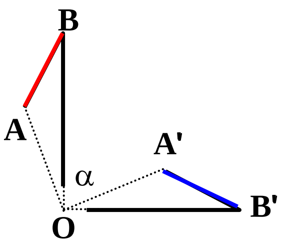
הערה: לא מדובר על המרחק מן הציר! (גם הוא כמובן נשמר אלא שזוהי דרישה של ההגדרה ולא התכונה הנבדקת כאן). כאן מדובר בהשוואת המרחק בין המקורות והמרחק בין התמונות.



ב. בהזזה:

נתייחס להזזה בוקטור v.
נתבונן בשתי נקודות כלשהן A ו-B ובתמונות ההזזה שלהן A' ו-B'
המשמעות של שמירת המרחק היא ש: **AB = A'B'**

הערה: לא מדובר על המרחק בין כל נקודה לתמונתה. (גם הוא כמובן נשמר, שכן הוא שווה באורכו לוקטור ההזזה, אלא שזוהי דרישה של ההגדרה ולא התכונה הנבדקת כאן).



ג. בסיבוב:

נתייחס לסיבוב בזווית α סביב O.
נתבונן בשתי נקודות כלשהן A ו-B ובתמונות הסיבוב שלהן A' ו-B'
המשמעות של שמירת המרחק היא ש: **AB = A'B'**

הערה: לא מדובר על שמירת המרחק אל נקודת הסיבוב (גם הוא כמובן נשמר אלא שזוהי דרישה של ההגדרה ולא התכונה הנבדקת כאן).

בזכות תכונה זו של שמירת מרחקים, השיקוף, ההזזה, והסיבוב
הן **טרנספורמציות איזומטריות**

5. שמירת זוויות: נובעת משמירת מרחקים, ולכן קיימת בכל האיזומטריות.
מידתה של זווית אינה משתנה לאחר טרנספורמציה איזומטרית.

6. שמירה על קווים ישרים (קולינאריות): אם שלוש נקודות היו על ישר אחד, גם תמונותיהן יהיו על ישר אחד. (ולכן: בכל אחת מהאיזומטריות: **תמונה של קו ישר תהיה גם היא קו ישר**. ומכאן שלא ייתכן שקטע יהפוך בטרנספורמציה איזומטרית לקו עקום.)

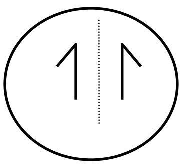
7. שמירה על סדר הנקודות על הישר:
אם B נמצאת בין הנקודות A ו- C על ישר מסוים, אזי גם B' תימצא בין A' ל- C' על תמונת הישר הנ"ל. גם תכונה זו נובעת משמירת המרחקים, ומתקיימת בכל האיזומטריות.

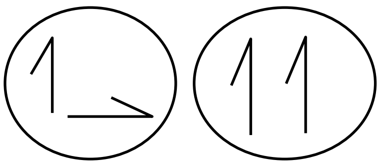
מן התכונות 4 - 7 נובע שהשיקוף, ההזזה והסיבוב **מעתיקות כל צורה לצורה החופפת לה.**

ג. תכונות אחרות (השוואה בין השיקוף הסיבוב וההזזה):

8. שימור או היפוך של מגמה:
רעיון המגמה הוסבר במונחונים הקודמים.
באופן אינטואיטיבי אפשר להתייחס למגמה כאל שאלה על "היפוך" הצורה, ולתאר זאת על ידי הדימוי הבא: אם אפשר להגיע מהצורה האחת לאחרת על ידי העתקת הצורה על דף שקוף ותנועה של דף זה בלי להרימו מן המישור, סימן שהמגמה נשמרה. אם יש צורך להרים את הדף השקוף ולהפוך אותו כדי ללכד את הצורה עם הצורה האחרת – סימן שהמגמה התהפכה.

הסיבוב וההזזה הן העתקות **שומרת מגמה.**
השיקוף, לעומת זאת, **הופך מגמה.**


שיקוף : המגמה מתהפכת


סיבוב והזזה : המגמה נשמרת

9. טרנספורמציה זהותית:
טרנספורמציה זהותית היא טרנספורמציה שבה כל הנקודות נשארות במקומן.

נבחן אפשרויות לטרנספורמציה כזו:

הזזה זהותית – היא הזזה בוקטור 0, (כלומר: מידת ההזזה היא 0). מובן שבמקרה זה הנקודות נשארות במקומן.

סיבוב זהותי הוא סיבוב בזווית 0° (או בזווית 360°, או כל כפולה של 360°). גם הפעם בסופו של התהליך, כל נקודה נשארת במקומה (או חוזרת למקומה המקורי), ולכן זוהי העתקה זהותית.

לא ייתכן שיקוף זהותי, שכן בכל שיקוף שהוא, נקודה שאיננה על קו השיקוף תעבור למקום אחר (בצידו השני של קו השיקוף).

הערה: הזזה זהותית וסיבוב זהותי נחשבות לאותה טרנספורמציה – טרנספורמציית הזהות, שבה כל נקודה עוברת לעצמה.

10. נקודות שבת:

נזכיר: נקודת שבת **היא נקודה המועתקת על עצמה** (נשארת במקומה).
(ראו פירוט במונחונים הקודמים.)

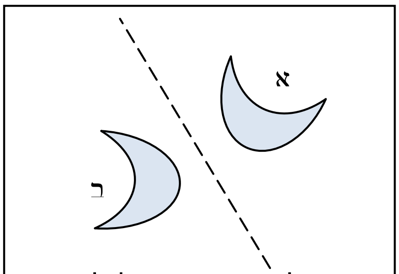
- נקודות השבת **של שיקוף**: כל הנקודות שעל קו השיקוף (והן בלבד).
- נקודת השבת היחידה **של סיבוב לא זהותי**: נקודת הסיבוב עצמה.
- **להזזה לא זהותית אין נקודת שבת** (אף נקודה לא נשארת במקומה)

מובן ש**בטרנספורמציית הזהות** (סיבוב זהותי או הזזה זהותית) – כל הנקודות הן נקודות שבת.

11. תכונת ההדדיות ייחודית רק **לשיקוף**, **ולסיבוב ב-°180**:

בשיקוף:
כאשר נקודה X עוברת בשיקוף נתון לנקודה Y,
תעבור Y באותו שיקוף ל- X.

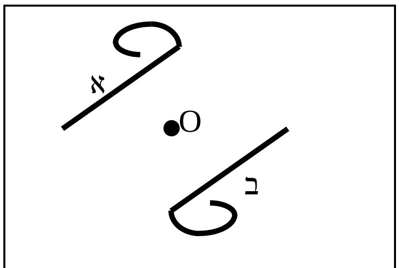
יוצא מכך שגם כאשר מדובר בצורה, אם צורה **א'** היא שיקוף של צורה **ב'** אז גם צורה **ב'** היא השיקוף של צורה **א'**.



א' היא השיקוף של ב'
וב' היא השיקוף של א' בקו הנתון.

בסיבוב ב-°180:
כאשר נקודה X עוברת בסיבוב ב-°180 לנקודה Y,
תעבור Y באותו סיבוב ל- X.

יוצא מכך שגם כאשר מדובר בצורה, אם צורה **ב** מתקבלת מצורה **א** בסיבוב של ב-°180 סביב O, אז גם צורה **א** תתקבל מצורה **ב** באותו הסיבוב.



בסיבוב של °180סביב O
ב' היא תמונת א' וא-' היא תמונת ב'

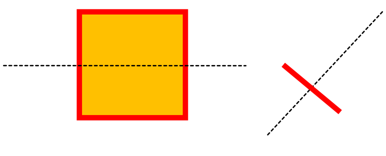
הערה: מסיבה זו קוראים לעתים לסיבוב ב-°180 סביב נקודה נתונה O בשם: "שיקוף בנקודה" (להבדיל משיקוף בישר).

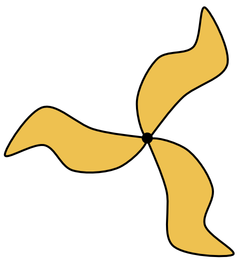
בסיבוב אחר ובהזזה לא תיתכן הדדיות כזו.

12. קבוצות שבת:

יש צורות המועתקות אל עצמן – אלה נקראות **קבוצות שבת,** והן מתקשרות למושג הסימטריה שיובהר במונחון הבא. יש לשים לב שהנקודות של צורה כזו **אינן** בהכרח נקודות שבת, אולם הצורה בשלמותה נשארת במקומה, ויכולה להיות בה כעין התחלפות פנימית של נקודות.

דוגמה לקבוצות כאלה בשיקוף:
הנקודות שאינן על קו השיקוף עצמו אינן נשארות במקומן, אבל הן "מתחלפות" עם הנקודות שבצד האחר של קו השיקוף, באופן שבסופו של דבר הצורה בשלמותה נשארת בדיוק כפי שהייתה מלכתחילה.



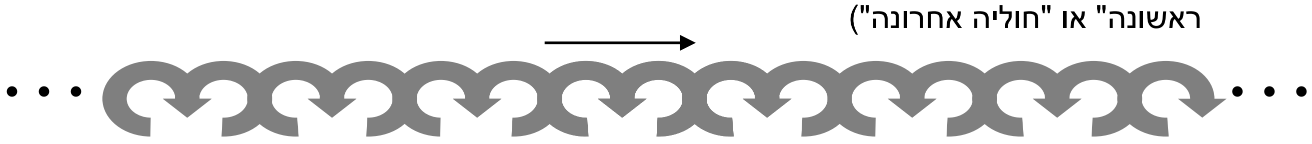


דוגמה לקבוצה כזו בסיבוב:

כאשר מסובבים את הצורה שמשמאל ב-°120 סביב המרכז המסומן, כל "ענף" בצורה עובר לענף שאחריו, כלומר יש שינוי במיקום הנקודות (פרט ל- O עצמה הנשארת במקומה), אבל בסה"כ הצורה הסופית שנקבל מתלכדת עם הצורה המקורית.

דוגמה לקבוצה כזו בהזזה:

דוגמה של קבוצת שבת בהזזה איננה יכולה להיות צורה שהיא מוגבלת בגודלה, אלא **רק צורה שנמשכת לאינסוף**. נדמיין למשל את הצורה שלהלן כנמשכת לאינסוף בשני הכיוונים. אם נבצע עליה הזזה על פי החץ (הוקטור) המסומן, כל "חוליה" בשרשרת תתפוש את מקומה של החוליה הבאה, אבל הצורה בשלמותה תישאר כפי שהיא (משום שהיא אינסופית ואין בה "חוליה ראשונה" או "חוליה אחרונה")



מובן שגם **קו ישר** הוא דוגמה טובה לקבוצת שבת בהזזה כל עוד חץ ההזזה הוא בכיוון של ישר זה (בכל אורך שהוא).

הערות:

א. רעיון זה של "קבוצת שבת" עומד ביסודו של מושג **הסימטריה**, שאותו נפרט במונחון הבא.

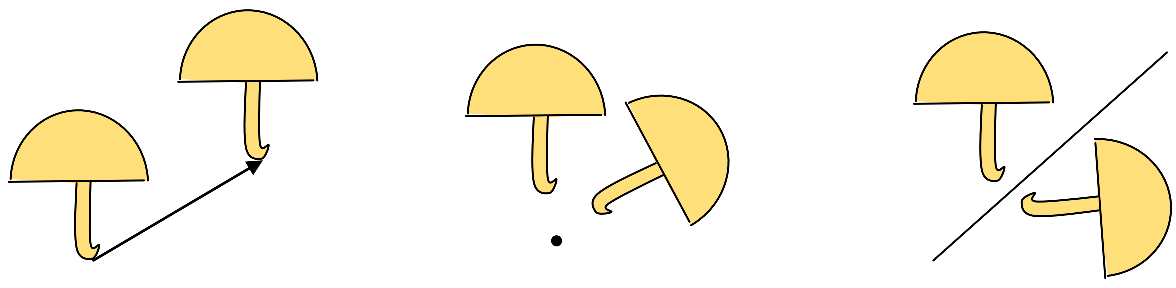
ב. כפי שרואים מן הדוגמאות, אין הכרח שתהיה תכונת ההדדיות כדי שתהיה אפשרות לקבוצת שבת.

13. שמירת כיוון:

תכונה שהיא ייחודית להזזה ואיננה קיימת בשיקוף ובסיבוב היא שמירה על כיוונים: ההזזה שומרת על כיוונים של קרניים, כלומר: כל קרן במקור מקבילה לקרן המתאימה לה בתמונה, ו"פונה לאותו הכיוון".

תכונה זו גורמת לכך שבהזזה צורות אינן משנות כיוון (אינן "מסתובבות").

בדוגמה הבאה, למשל, מטריה שהייתה "זקופה" תישאר זקופה בכל הזזה שהיא. בסיבוב שאינו זהותי היא תמיד תשנה את כיוונה, ואילו בשיקוף ייתכן שתשמור על הכיוון וייתכן שתשנה אותו (כלומר שמירת הכיוון איננה מובטחת).



בשיקוף ייתכן שהצורות ישנו את הכיוון שלהן.	בסיבוב (לא זהותי) הצורות ישנו את הכיוון שלהן.	**בהזזה הצורות יישמרו על הכיוון שלהן** (שתי המטריות פונות כלפי מעלה)

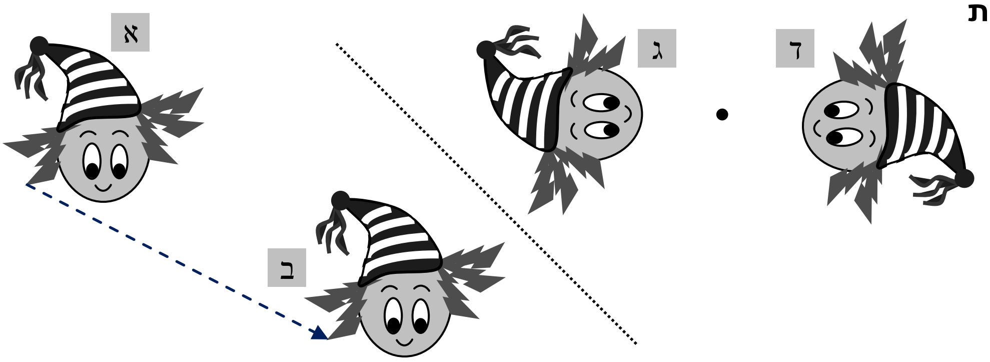
הערה: יש להבחין בין "כיוון" לבין "מגמה". בסיבוב, למשל, המגמה נשמרת, אבל הכיוון של הצורות משתנה. הצורות מסתובבות ומשנות כיוון, למרות שהן אינן "מתהפכות" במגמתן.

ד. מבט כולל על העתקות איזומטריות

14. על הקשר בין איזומטריות לבין מושג החפיפה (במישור)

ראינו שתמונת השיקוף, ההזזה או הסיבוב של צורה נתונה היא תמיד צורה החופפת לה. נבחן כעת את הכיוון ההפוך:
נתבונן בזוג צורות חופפות, וננסה לבחון האם תמיד נוכל למצוא שיקוף, סיבוב או הזזה המעתיקים את אחת הצורות בדיוק על האחרת?

דוגמאות



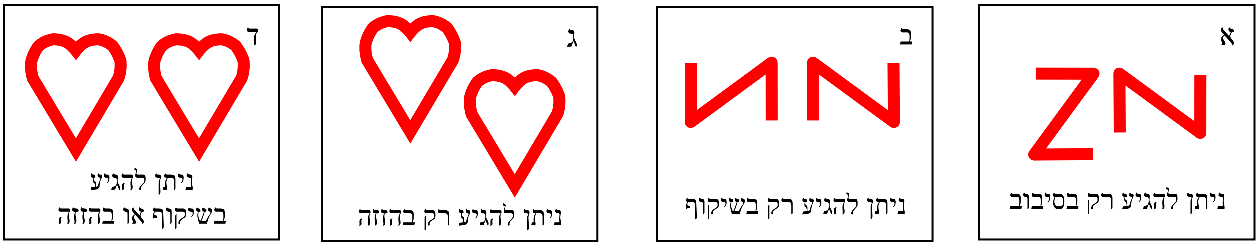
בדוגמאות הליצנים שכאן אפשר להגיע מליצן **א** לליצן **ב** בהזזה, מ-**ב** ל-**ג** בשיקוף, מ-**ג** ל-**ד** בסיבוב (במקרה זה ב- 180°). אבל מ-**א** ל-**ג** לא ניתן להגיע בתנועה אחת של שיקוף סיבוב או הזזה (סיבוב והזזה לא באים בחשבון משום שהם שומרים על המגמה וכאן יש לנו היפוך מגמה, ואילו שיקוף לא יעזור משום שלא ניתן למצוא קו שיקוף מתאים). ניתן להגיע מ- **א** ל- **ג** רק בצירוף של שתי "תנועות" (כאן למשל הגענו על ידי ביצוע הזזה ואחר כך שיקוף).
אם נבחן זאת באופן כללי, יתברר לנו שאכן מכל צורה לכל צורה חופפת לה אפשר להגיע באחת משלוש הטרנספורמציות – שיקוף סיבוב או הזזה, או באיזשהו צירוף שלהן.

תכונה זו נותנת משמעות יפה ל**מושג החפיפה** בגיאומטריה האוקלידית במישור:
לעתים קרובות מתארים צורות חופפות בעזרת הדימוי של "הבאת הצורה האחת על האחרת באופן שהיא תכסה אותה בדיוק". אבל מהי בדיוק המשמעות של "הבאת הצורה"? הרי לא מדובר בצורות מוחשיות! האיזומטריות יכולות לתת הסבר יפה ל"תנועה" זו: שתי צורות במישור הן חופפות אם ניתן להגיע מהאחת אל האחרת על ידי טרנספורמציה איזומטרית: שיקוף, סיבוב, הזזה או צירוף שלהן.

15. זיהוי ה"תנועה" שנעשתה

כאשר נתונות לנו שתי צורות חופפות, אפשר לעתים קרובות לזהות באיזו "תנועה" ניתן להגיע מן הצורה האחת אל האחרת, אלא שיש להביא בחשבון שלא תמיד התשובה היא יחידה.

הנה דוגמאות:

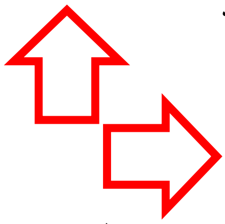


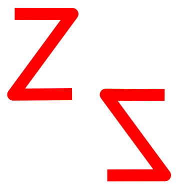
בדוגמאות **א-ג** ניתן היה לזהות בדיוק מהי התנועה, אבל בדוגמה **ד** ניתן להגיע הן בשיקוף והן בהזזה.

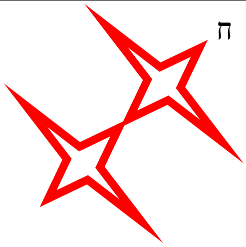
הנה דוגמאות נוספות למצבים שבהם יש יותר מאפשרות אחת או שאין כלל אפשרות באחת מבין שלוש האיזומטריות שנלמדו, אלא רק בצירוף שלהן:

ה

ניתן להגיע
בסיבוב או בהזזה

ו

ניתן להגיע
בשיקוף או בסיבוב

ז

לא ניתן להגיע ב"תנועה אחת" אלא רק בצירוף (למשל שיקוף והזזה)

ח

ניתן להגיע בשיקוף או בהזזה או בסיבוב

16. הרכבת טרנספורמציות – על קצה המזלג

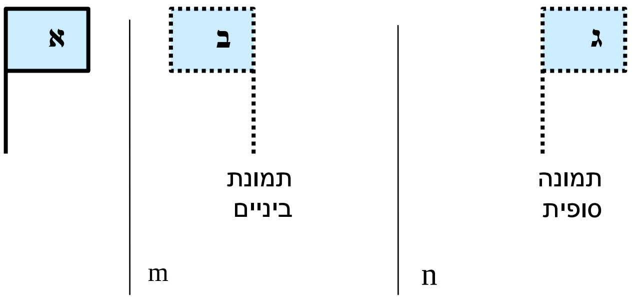
ראינו שאפשר לבצע שתי טרנספורמציות בזו אחר זו, למשל: מזיזים בוקטור v ואחר כך משקפים בישר m. צירוף כזה של טרנספורמציות בזו אחר זו נקרא **"הרכבת טרנספורמציות".**

(שימו לב: אפשר להרכיב כל שתי טרנספורמציות, למשל: סיבוב בזווית α_1 סביב הנקודה M_1 ואחר כך סיבוב בזווית α_2 סביב הנקודה M_2, ואפילו טרנספורמציה על עצמה, למשל: שיקוף בישר m ואחר כך שוב שיקוף בישר m.)

התוצאה של הרכבה כזו היא טרנספורמציה שתעשה "בתנועה אחת" את אותה הפעולה שנעשתה בהרכבה. כלומר כל נקודה במישור תגיע בדיוק לאותו המקום אם נפעל בשתי הטרנספורמציות שבהרכבה או אם נפעל בטרנספורמציית התוצאה.

דוגמה מס' 1:

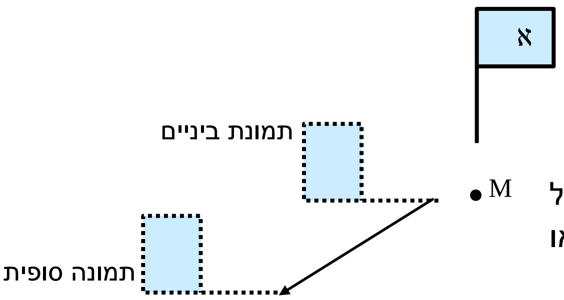
נבצע על דגל **א** שיקוף בישר m
ואחר כך שיקוף בישר n:



דגל **ג** המתקבל לאחר שני השלבים הוא התמונה הסופית של הצירוף. (שימו לב: את הטרנספורמציה השנייה מפעילים **על התמונה** של הטרנספורמציה הראשונה.) במקרה זה התמונה הסופית שהתקבלה היא **הזזה** של הדגל המקורי.

דוגמה מס' 2:

נבצע סיבוב של דגל **א** סביב M בזווית של 90^0 , ואחר כך הזזה בוקטור v .



כאן התמונה הסופית שהתקבלה היא **סיבוב** של הדגל המקורי (כמובן שלא בהכרח באותה זווית או סביב אותה נקודה כמו הסיבוב הנתון).