טרנספורמציות וסימטריה במישור
מונחון ה: סימטריה

ד"ר ניצה כהן, המכללה האקדמית לחינוך ע"ש דוד ילין, ירושלים

מונחון זה הוא החמישי מבין מספר מונחונים שעניינם טרנספורמציות וסימטריה במישור.

הקדמה ותזכורת:

המושג "סימטריה" קשור באופן ישיר למושג "טרנספורמציות איזומטריות". מסיבה זו חשוב לקרוא תחילה את **מונחון ד**, שעניינו: [מבט כולל על טרנספורמציות איזומטריות](#).

למען הנוחות נזכיר כאן מונחים בסיסיים בהקשר זה:

העתקה איזומטרית (טרנספורמציה איזומטרית) היא העתקה של נקודות המישור השומרת על מרחקים בין הנקודות. אנו מתעניינים במונחונים אלה רק בהעתקות במישור.

מבחינים ב- 3 העתקות איזומטריות בסיסיות: **שיקוף, הזזה וסיבוב:**

שיקוף

תיאור כללי – השיקוף בישר m הוא העתקה, המעתיקה כל נקודה במישור אל "תמונת הראי" שלה ביחס לישר m .

הישר **m** נקרא **קו שיקוף** (או **ישר שיקוף** או **ציר שיקוף**)

הזזה

תיאור כללי – טרנספורמציית ההזזה "מסיעה" את כל נקודות המישור בכיוון מסוים ובמידת אורך מסוימת. כל נקודות המישור נעות **באותו הכיוון** (כלומר לאורך קטעים מקבילים) **ובאותה המידה.**

כל הזזה מאופיינת על ידי **חץ ההזזה** (ובשפה מתמטית: **וקטור ההזזה**), המציין את **כיוון ההזזה** ואת **מידת ההזזה.** כל נקודות המישור יזוזו בכיוון של החץ, ובמידה המתאימה לאורכו של החץ.

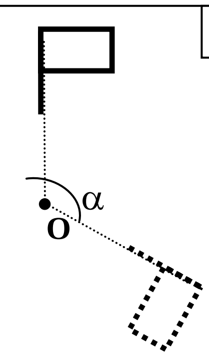
סיבוב

תיאור כללי – טרנספורמציית הסיבוב מסובבת את כל המישור סביב נקודה מסוימת ובזווית מסוימת. כל נקודות המישור מסתובבות סביב אותה הנקודה ובאותה הזווית.

אפשר לאפיין את טרנספורמציית הסיבוב בשני נתונים: **נקודת הסיבוב** ו**זווית הסיבוב.**

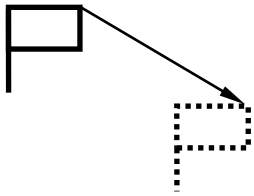
בדרך כלל אנו מתעניינים בהעתקות של **צורות**, ומתבוננים בצורה המקורית וב"תמונה" שלה, כלומר בצורה שנתקבלה לאחר ביצוע הטרנספורמציה (הצורה במיקומה החדש). הנה דוגמאות להעתקות של צורות: (בדוגמאות אלה כל הצורות המקווקוות מתקבלות מן הצורות המקוריות באחת משלוש הטרנספורמציות שלעיל.

סיבוב



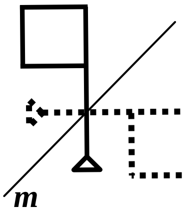
הדגל המקורי מסתובב סביב הנקודה O בזווית α

הזזה



הדגל המקורי מוזז על פי חץ ההזזה הנתון.

שיקוף



הדגל המקורי משוקף בישר m. שימו לב שהשיקוף פועל על שני חלקי המישור בו זמנית

הערה: אנו מתייחסים במונחון זה למושג המעורפל "צורה" משום שהוא מוכר יותר. מבחינה מתמטית הכוונה היא לכל "קבוצת נקודות במישור" שנחליט עליה.

נזכיר מספר מונחים נוספים שהם הכרחיים בהבנת הסימטריה (ראו פירוט במונחונים הקודמים):

נקודת שבת היא נקודה המועתקת על עצמה (נשארת במקומה).

- נקודות השבת **של שיקוף** הן כל הנקודות שעל קו השיקוף (והן בלבד).
- נקודת השבת היחידה **של סיבוב לא זהותי** היא נקודת הסיבוב עצמה.
- **להזזה לא זהותית אין נקודת שבת** (אף נקודה לא נשארת במקומה).

שימו לב: **טרנספורמציה זהותית** היא טרנספורמציה שבה כל הנקודות נשארות במקומן, כלומר **שכל הנקודות בה הן נקודות שבת**. האפשרויות לטרנספורמציה כזו הן: **הזזה** בוקטור 0, (כלומר: מידת ההזזה היא 0), או **סיבוב** בזווית $0°$ (או בזווית $360°$, או בכל כפולה של $360°$).

הערות:

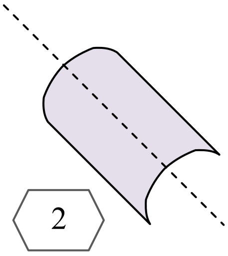
א. הזזה זהותית וסיבוב זהותי נחשבות לאותה טרנספורמציה – טרנספורמציית הזהות, שבה כל נקודה עוברת לעצמה.

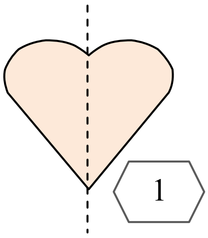
ב. לא ייתכן שיקוף זהותי, שכן בכל שיקוף שהוא, נקודה שאיננה על קו השיקוף תעבור למקום אחר (בצידו השני של קו השיקוף).

קבוצות קבועות (או "קבוצות שבת"):

יש צורות המועתקות אל עצמן – אלה נקראות **קבוצות קבועות** (או **קבוצות שבת**) ביחס להעתקה נתונה**.** כפי שניווכח בהמשך קבוצות כאלה מתקשרות באופן ישיר למושג הסימטריה. יש לשים לב שהנקודות של צורה כזו **אינן** בהכרח נקודות שבת, אולם הצורה בשלמותה נשארת במקומה, ויכולה להיות בה כעין התחלפות פנימית של נקודות.

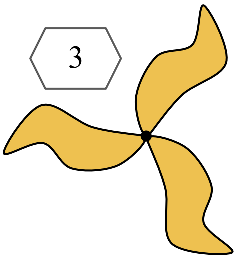
דוגמה לקבוצות קבועות בשיקוף:





הנקודות שאינן על קו השיקוף עצמו אינן נשארות במקומן, אבל הן "מתחלפות" עם הנקודות שבצד האחר של קו השיקוף, באופן שבסופו של דבר הצורה בשלמותה נשארת בדיוק כפי שהייתה מלכתחילה.

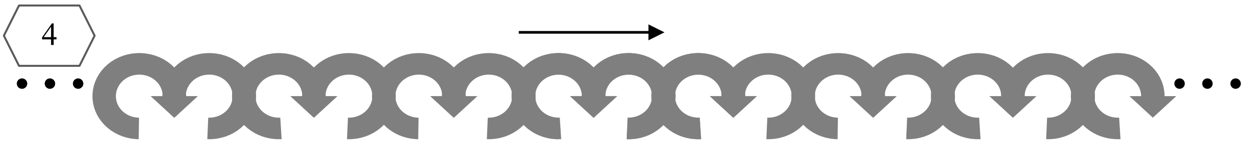
דוגמה לקבוצה כזו בסיבוב:



כאשר מסובבים את הצורה שמשמאל ב-$120°$ סביב המרכז המסומן, כל "ענף" בצורה עובר לענף שאחריו, כלומר יש שינוי במיקום הנקודות (פרט לנקודת הסיבוב עצמה, הנשארת במקומה), אבל בסה"כ הצורה הסופית שנקבל מתלכדת עם הצורה המקורית.

דוגמה לקבוצה כזו בהזזה:

דוגמה של קבוצה קבועה בהזזה איננה יכולה להיות צורה שהיא מוגבלת בגודלה, אלא **רק צורה שנמשכת לאינסוף**. נדמיין למשל את הצורה שלהלן כנמשכת לאינסוף בשני הכיוונים. אם נבצע עליה הזזה על פי החץ (הוקטור) המסומן, כל "חוליה" בשרשרת תתפוש את מקומה של החוליה הבאה, אבל הצורה בשלמותה תישאר כפי שהיא (משום שהיא אינסופית ואין בה "חוליה ראשונה" או "חוליה אחרונה")



הצגת המושג "סימטריה"

סימטריה

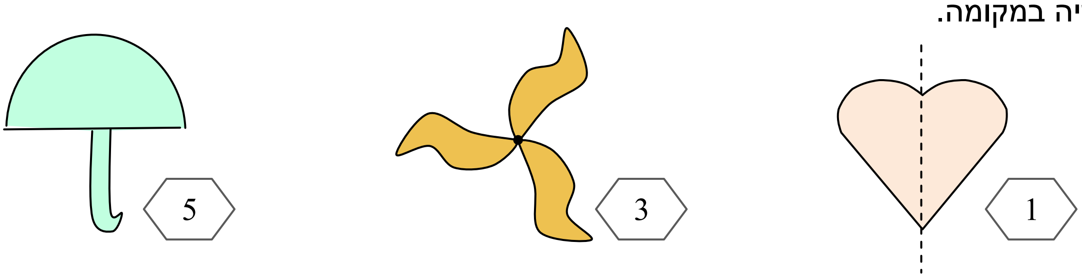
צורה M היא סימטרית, אם קיימת העתקה איזומטרית לא זהותית המעתיקה את M על עצמה.

כלומר: צורה היא סימטרית אם היא **קבוצה קבועה (קבוצת שבת)** של איזושהי העתקה לא זהותית: שיקוף, סיבוב, הזזה או צירוף שלהן.

כאשר צורה היא קבוצה קבועה באיזושהי העתקה לא זהותית, המשמעות האופרטיבית היא שהיא יכולה לכסות את עצמה (או צורה החופפת לה) בשני אופנים לפחות.

נתבונן למשל בדוגמאות שלהלן:

אם תיקחו צורות חופפות לאלה שכאן ותנסו להניח אותן על הצורות המצוירות, תיווכחו שאת צורת הלב אתם יכולים להניח בשני אופנים (פעם כמו שהוא ופעם "מהופך"), את השבשבת – בשלושה אופנים (תוך סיבוב של הצורה שלכם מעל למצוירת), ואילו את המטריה אין שום אפשרות להניח באופן אחר מאשר באופן המקורי, משום שהיא לא קבוצה קבועה בשום העתקה אפשרית פרט להעתקה הזהותית: שום שיקוף, שום סיבוב, שום הזזה, ואפילו לא צירוף של אלה לא ישאיר את המטריה במקומה.



אנחנו רואים, אם כן, שכאשר הצורה היא סימטרית, היא בהכרח יכולה לכסות את עצמה בשני אופנים לפחות שהרי היא קבוצה קבועה באיזושהי העתקה לא זהותית. מכיוון שתכונה זו היא "דו כיוונית", נוכל להגדיר את הסימטריה בהגדרה האופרטיבית הבאה:

הגדרה אופרטיבית של סימטריה:
צורה היא סימטרית, אם היא יכולה לכסות את עצמה (או צורה החופפת לה) **בשני אופנים לפחות.**

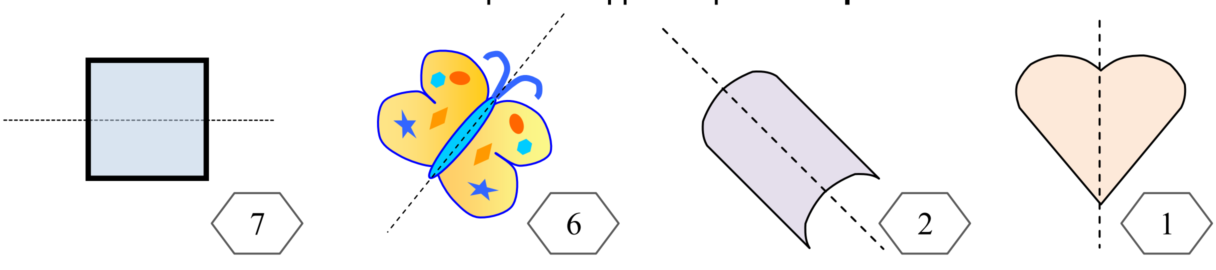
סוגים שונים של סימטריה

מבחינים בין סוגים שונים של סימטריה על פי סוג ההעתקה המעתיקה את M על עצמה, למשל:
סימטריה שיקופית, סימטריה סיבובית, סימטריה של הזזה.

1. סימטריה שיקופית

(סימטריה שיקופית תוארה במונחון א. נזכיר את עיקרי הדברים)

צורה היא בעלת **סימטריה שיקופית** אם קיים שיקוף המעתיק אותה על עצמה.



במילים אחרות, לצורה יש סימטריה שיקופית אם קיים שיקוף כך שהצורה היא **קבוצה קבועה** ביחס אליו. נזכיר שוב שהנקודות של צורה כזו אינן בהכרח נקודות שבת, למרות שהצורה בשלמותה נשארת במקומה. במהלך השיקוף יכולה להיות כעין "התחלפות פנימית של נקודות". בדוגמה 7

שלעיל, למשל, הריבוע נופל על עצמו בשיקוף בקו הנתון, אבל רק הנקודות שעל קו השיקוף הן נקודות שבת. שאר הנקודות "מחליפות צד". קו השיקוף שגורם לצורה ליפול על עצמה נקרא **קו סימטריה של הצורה** (לעיתים הוא נקרא "**ציר סימטריה**").

הגדרות אופרטיביות:

בדיקה על ידי היפוך

צורה היא בעלת סימטריה שיקופית, אם היא יכולה לכסות את עצמה כאשר הופכים אותה.

אפשר למשל לצייר את הצורה על דף שקוף, להפוך את הדף השקוף ולנסות ללכד את הצורה המועתקת עם המקורית. אם זה ניתן – סימן שלצורה המקורית יש סימטריה שיקופית. (החיסרון של דרך זו הוא שהיא לא "מסגירה" את קו הסימטריה.)

בדיקה על ידי קיפול

צורה היא בעלת סימטריה שיקופית, אם קיים לפחות קו אחד, שכאשר מקפלים את הצורה לאורכו שני החלקים מתלכדים (מכסים בדיוק זה את זה). קו הקיפול הוא קו סימטריה של הצורה.

בדיקה בעזרת מראה או לוח חצי שקוף

צורה היא בעלת סימטריה שיקופית. אם קיים לפחות קו אחד, שאם מניחים עליו מראה, ההשתקפות במראה זהה לחלקה של הצורה המוסתר מאחורי המראה.

8

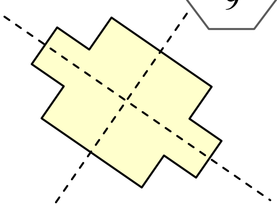
(החיסרון בדרך זו של בדיקה הוא שאי אפשר לראות בו זמנית את ההשתקפות במראה ואת החלק המוסתר כדי להשוות אותם בצורה מדויקת.

קיימת אפשרות להשתמש במקום מראה **בלוח שקוף למחצה**, שמניחים כמו שמניחים את המראה, וניתן לראות בו בעת ובעונה אחת את השיקוף של החלק הגלוי של הצורה וגם את חלקה ה"מוסתר" וכך לראות אם יש התלכדות ביניהם.)

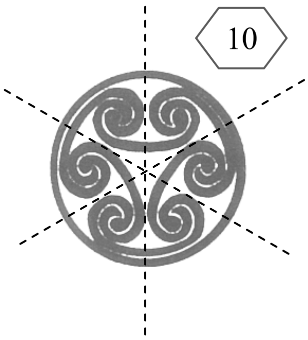
הערות:

א. ייתכן שיש לצורה כמה קווי סימטריה

9



10



ב. לעיתים נקראת הסימטריה השיקופית בשם "סימטריה קווית", המרמזת על כך שלצורה יש קו סימטריה ששיקוף בו מעתיק אותה על עצמה.

2. סימטריה סיבובית

צורה היא בעלת **סימטריה סיבובית** אם קיים סיבוב לא זהותי המעתיק אותה על עצמה.
(כלומר, אם היא קבוצה קבועה ביחס לסיבוב לא זהותי כלשהו)

הגדרה אופרטיבית:

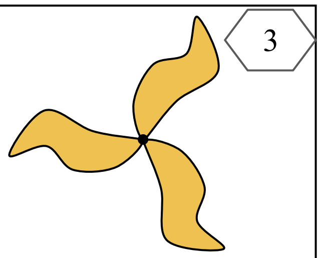
צורה היא בעלת **סימטרייה סיבובית**, אם היא מכסה את עצמה **יותר מפעם אחת** במהלך סיבוב שלם (בבדיקה זו אין הופכים את הצורה!)

נקודת הסיבוב היא המרכז שסביבו מסובבים את הצורה.

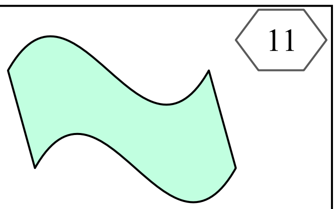
דרגת הסימטריה הסיבובית היא מספר הפעמים שהצורה מתלכדת עם עצמה במהלך סיבוב שלם.

הערה חשובה: **יש סימטריה סיבובית רק כאשר הדרגה היא 2 ומעלה.**
כאשר הדרגה היא **1**, כלומר הצורה אינה מתלכדת עם עצמה אלא כאשר השלימה סיבוב שלם **אין** סימטריה סיבובית. חשוב לזכור שאנחנו סופרים את מספר הפעמים שהצורה מתלכדת עם עצמה – כולל האופן המקורי, ולכן תמיד תהיה לפחות דרגה 1 (האופן המקורי). מה שיעשה את ההבדל בין צורה סימטרית סיבובית לצורה שאינה כזו טמון בשאלה: האם הצורה מתלכדת עם עצמה פעמים **נוספות** במהלך הסיבוב (כלומר בסיבוב שאיננו העתקת הזהות).

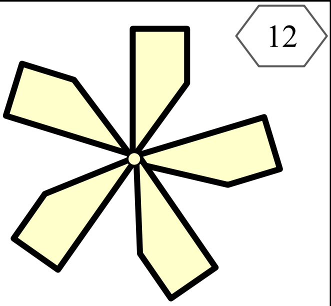
דוגמאות:



לצורה זו יש סימטריה סיבובית
מדרגה 3
(היא מתלכדת עם עצמה 3
פעמים במהלך סיבוב שלם).



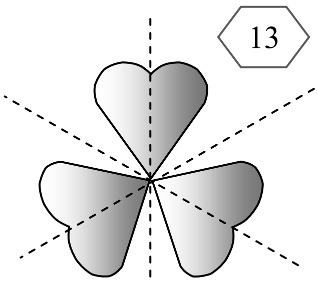
לצורה זו יש סימטריה סיבובית
מדרגה 2
(היא מתלכדת עם עצמה
פעמיים במהלך סיבוב שלם).



לצורה זו יש סימטריה
סיבובית מדרגה 5

הערות:

ייתכן שלצורה תהיה גם סימטריה שיקופית וגם סימטריה סיבובית.
ראו למשל בדוגמה שמשמאל (14): יש לצורה זו סימטריה סיבובית מדרגה 3, שכן היא תתלכד עם עצמה 3 פעמים במהלך סיבוב שלם, וגם סימטריה שיקופית (3 קווי הסימטריה המודגמים בציור)



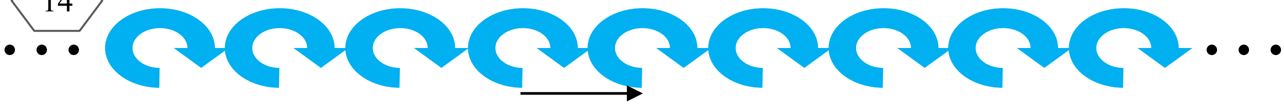
3. סימטריה של הזזה

צורה היא בעלת **סימטריה של הזזה** אם קיימת הזזה לא זהותית המעתיקה אותה על עצמה.
כלומר: אם היא **קבוצה קבועה ביחס לאיזושהי הזזה** לא זהותית.

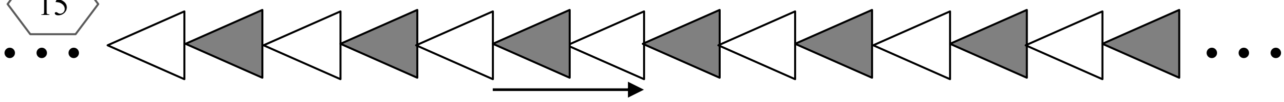
כפי שציינו קודם, קבוצה קבועה בהזזה איננה יכולה להיות צורה שהיא מוגבלת בגודלה, אלא **רק צורה שנמשכת לאינסוף** (ראו הסבר לדוגמה 4 לעיל). מכאן שצורה שיש לה סימטריה של הזזה בהכרח "נמשכת לאינסוף" ולא יכולה להיות מוגבלת.

דוגמאות (את כל הדוגמאות יש לדמיין כנמשכות לשני הצדדים עד אינסוף) :

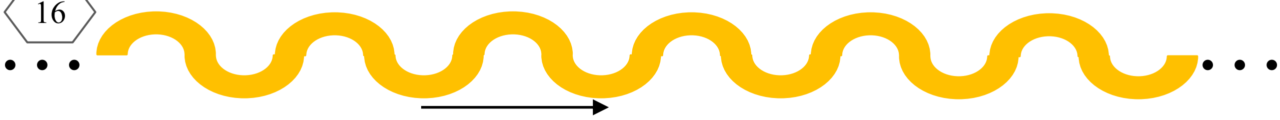
14



15



16



17

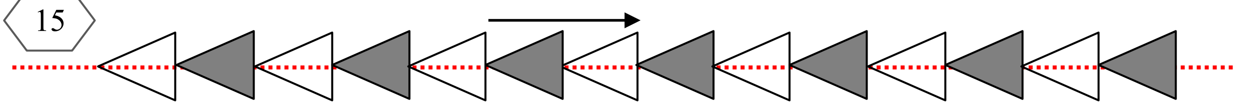
בכל אחת מהצורות האלה קיימת לפחות הזזה אחת שאם מבצעים אותה, הצורה מכסה את עצמה, כלומר נשארת צורה קבועה. בדוגמאות 14 - 16 צויר חץ הזזה כזה, שהוא מינימאלי באורכו (כל חוליה עוברת לחוליה הקרובה לה מימין). למעשה יש אינסוף חיצי הזזה שעבורם הצורה היא קבועה, כי כל חץ שיהיה כפולה שלמה (חיובית או שלילית) של החץ המצויר גם הוא יביא את הצורה לעצמה.

הערות:

א. הצורה הפשוטה ביותר שיש לה סימטריה של הזזה היא **ישר** (דוגמה 17), ובמקרה זה כל חץ שהוא מקביל לישר, בכל אורך שהוא, יעתיק את הישר לעצמו.

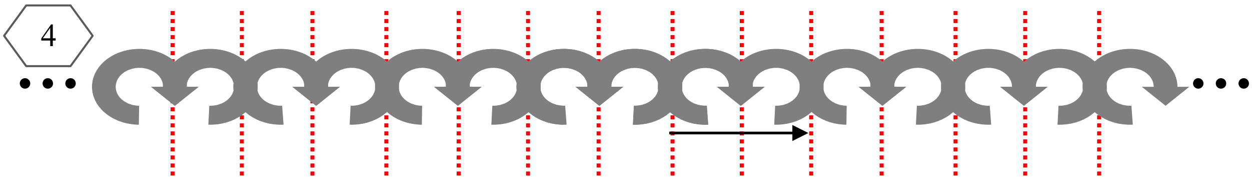
ב. מובן שייתכן שיהיו לצורה **גם סימטריה של הזזה וגם סימטריות אחרות** – למשל שיקופית או סיבובית:
לצורה 15, למשל, יש בנוסף לסימטרית ההזזה גם סימטריה שיקופית בישר אופקי (מקביל לכיוון ההזזה) העובר באמצע הפס.

15



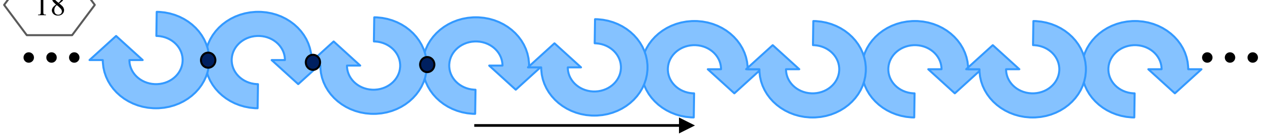
לצורה 4 יש, בנוסף לסימטרית ההזזה, גם סימטריה שיקופית, ואפשר למצוא בה אינסוף קווי שיקוף שהם אנכיים לכיוון ההזזה:

4



לצורה 18 יש סימטריות של הזזה ושל סיבוב (מסומנות כמה נקודות אפשריות לסיבוב).

18

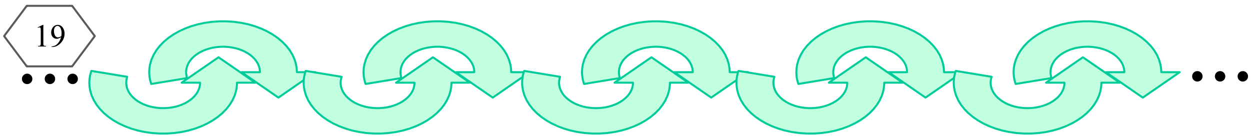


לצורה 16 שלעיל יש בנוסף לסימטריה ההזזה גם סימטריה שיקופית וגם סימטריה סיבובית (בידקו).

4. סוג נוסף של סימטריה

קיים עוד סוג של סימטריה: **סימטריה של גלישה**. לא נעסוק בה במונחון זה. נציין רק שגלישה היא למעשה צירוף של הזזה ושיקוף (היא נקראת לעתים "שיקוף מוזז" או "החלקה"), ונדגים אותה בעזרת הצורה הבאה (19), שבה כל "חץ מעוגל" מגיע אל החץ הבא על ידי שיקוף ואחר כך הזזה.

19



קבוצת כל הסימטריות של צורה

נהוג להתעניין בקבוצת כל הסימטריות של צורה נתונה.

הערה: לקבוצה זו יש מבנה מתמטי הקרוי "חבורה" כאשר הפעולה היא צירוף של טרנספורמציות. במונחון זה לא ניכנס לפן המתמטי הזה.

אפשר להבחין בשני סוגים מרכזיים של צורות: צורות שיש להן (לפחות בין השאר) סימטריה של הזזה, וכאלה שאין להם סימטריה כזו.

כפי שראינו, כאשר יש סימטריה של הזזה, הצורה בהכרח נמשכת לאינסוף. אם כל הוקטורים מקבילים זה לזה, כמו בכל הדוגמאות שהובאו בסעיף "סימטריה של הזזה" ו"סימטריה של גלישה" – מתקבלים **"קישוטי פסים"**. כפי שראינו, בקישוטי פסים ייתכן שבנוסף לסימטריות ההזזה יהיו גם סימטריות אחרות. לקישוטי פסים יש תמיד אינסוף סימטריות (שהרי תמיד יהיו לפחות כל ההזזות בחיצים שהם כפולות של אחד החיצים).

20

ייתכנו גם צורות שיש להם סימטריה של הזזה בשני כיוונים לפחות. במקרה כזה תתקבל צורה **המרצפת את כל המישור**. לא נעסוק כאן בצורות אלה, אבל נדגים ריצוף כזה.
בריצוף שמשמאל, שאנו מדמיינים אותו נמשך עד אינסוף על פני כל המישור, יש **שני כיוונים של הזזות** (כאשר בכל כיוון יש אינסוף חיצים אפשריים), ויש **נקודות סיבוב** (אינסוף). אין בריצוף זה שיקופים. (זוהי כמובן דוגמה אחת מיני רבות).

צורות שאין להן סימטריה של הזזה נקראות **"קישוטי שושן"**. בקישוטי שושן אפשריות רק סימטריות של שיקוף ושל סיבוב.

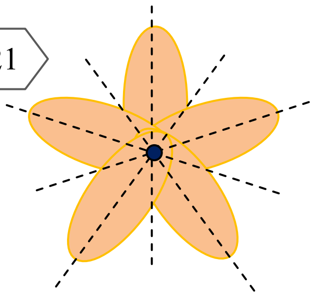
מכאן והלאה נתעניין רק בצורות שהן מוגבלות בגודלן, ולכן בהכרח הן "קישוטי שושן".

מספר הסימטריות הכללי של צורה (מוגבלת בגודלה)

מספר הסימטריות הכללי של צורה (בהגדרה אופרטיבית) הינו מספר האופנים הכללי שהצורה יכולה לכסות את עצמה (כולל האופן המקורי!). מספר הסימטריות הכללי של צורה (מוגבלת בגודלה) מורכב מדרגת הסימטריה הסיבובית + מספר קווי הסימטריה.

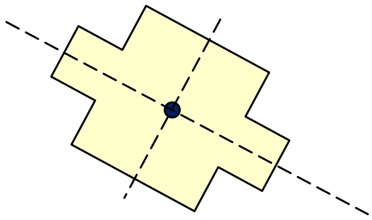
להמחשת הרעיון אפשר להעתיק את הצורה על נייר שקוף, ולנסות לכסות את הצורה המקורית באופנים שונים (יש להביא בחשבון שאפשר גם להפוך את הצורה המועתקת). חשוב להזכיר שאם אפשר לכסות את הצורה המקורית רק באופן אחד (אין אפשרות להפוך ואין אפשרות לסובב לאופן נוסף פרט למקורי) – הצורה איננה נחשבת סימטרית (ראו הגדרה).

21



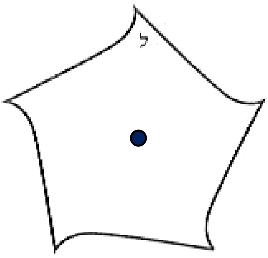
דוגמאות:
את הצורה שמשמאל ניתן להניח על עצמה בדיוק ב-10 אופנים שונים (חמישה בסיבוב, ועוד חמישה אחרי שהופכים).
זה אומר שיש לה **10 סימטריות סה"כ.**
כאשר חוקרים באילו סימטריות מדובר, מתברר שיש לצורה סימטריה סיבובית מדרגה 5, ו- 5 קווי סימטריה.

9



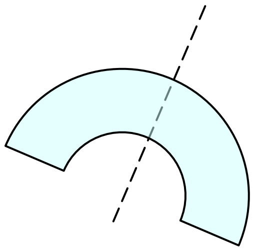
לצורה זו יש ארבע סימטריות סה"כ.
יש לה גם סימטריה סיבובית (דרגה 2),
וגם סימטריה שיקופית (שני קווי סימטריה)

22



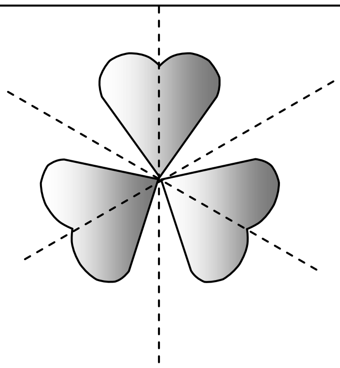
לצורה זו יש 5 סימטריות סה"כ.
יש לה סימטריה סיבובית מדרגה 5,
ואין לה קווי סימטריה שיקופית כלל.
(אי אפשר ללכד אותה עם עצמה בהיפוך, אלא רק בסיבוב).

23



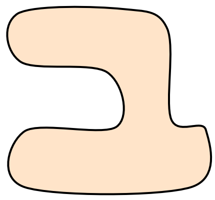
לצורה זו יש 2 סימטריות סה"כ.
אפשר להניח אותה על עצמה בשני אופנים: באופן המקור ובהיפוך. יש לה קו סימטריה שיקופית אחד, ואין לה סימטריה סיבובית (דרגת הסימטריה הסיבובית שלה 1 – העתקת הזהות).

13



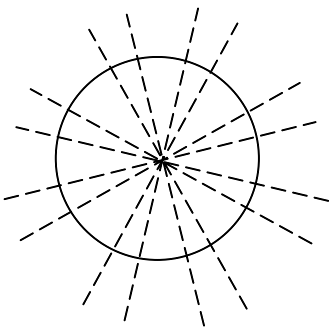
לצורה זו יש 6 סימטריות סה"כ.
יש לה 3 קווי סימטריה שיקופית
וסימטריה סיבובית מדרגה 3

24



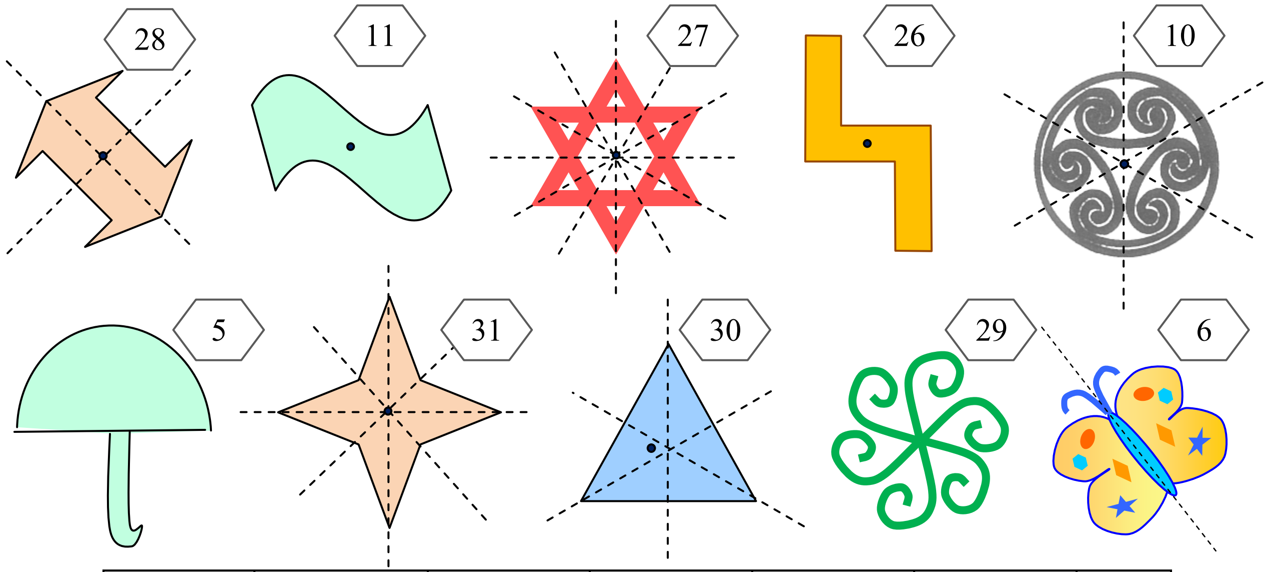
מספר הסימטריות הכללי של צורה זו הוא 1,
משום שאפשר להניח אותה על עצמה רק באופן המקורי. **אין לה לא סימטריה שיקופית ולא סימטריה סיבובית** (כלומר דרגתה 1)

25



מספר הסימטריות הכללי של העיגול הוא אינסוף.
יש לו סימטריה סיבובית בדרגה אינסופית,
ואינסוף קווי סימטריה שיקופית.

הנה דוגמאות נוספות, שנחקור אותן בטבלה שלמטה:



הצורה	האם היא סימטרית	האם יש לה סימטרייה שיקופית	מס' קווי סימטרייה	האם יש לה סימטרייה סיבובית	דרגת הסימטרייה הסיבובית	מספר סימטריות כללי
10	כן	כן	3	כן	3	6
26	כן	לא	-	כן	2	2
27	כן	כן	6	כן	6	12
11	כן	לא	-	כן	2	2
28	כן	כן	2	כן	2	4
6	כן	כן	1	לא	1	2
29	כן	לא	-	כן	6	6
30	כן	כן	3	כן	3	6
31	כן	כן	4	כן	4	8
5	לא	לא	-	לא	1	1

שימו לב שהאופן המקורי שבו הצורה מונחת על עצמה (כלומר העתקת הזהות) נספר בדרגת הסימטריה הסיבובית, ולכן כשאין לצורה סימטריה סיבובית - בדרגת הסימטריה הסיבובית רשום 1.

מעניין לשים לב לכמה תכונות שאפשר לראות בטבלה, ואכן ניתן להוכיח באופן כללי:

א. כאשר יש לצורה גם סימטריה סיבובית וגם סימטריה שיקופית – מספר קווי הסימטריה השיקופית שווה לדרגת הסימטריה הסיבובית

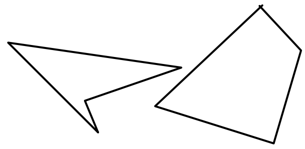
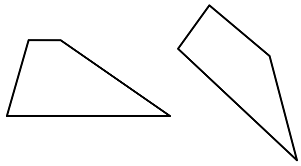
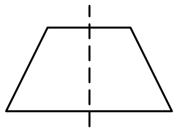
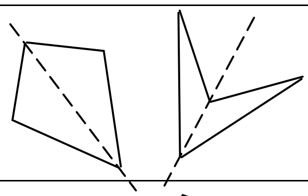
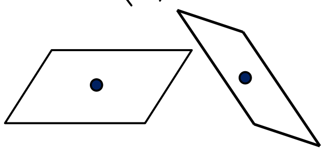
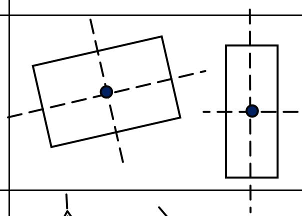
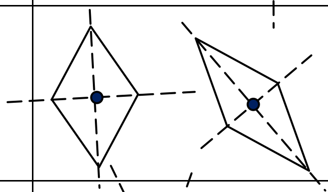
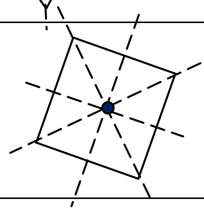
ב. כאשר יש לצורה 2 קווי סימטריה שיקופית או יותר, תמיד תהיה לה גם סימטריה סיבובית

ג. ייתכן ששתי צורות יהיו "שקולות" מבחינת הסימטריות שלהן. למשל: לצורה 10 ולצורה 30 יש בדיוק אותן הסימטריות.

ד. ייתכן שלשתי צורות יהיה אותו מספר של סימטריות בסה"כ, אבל הן לא יהיו "שקולות": למשל: לצורה 10 ולצורה 29 יש 6 סימטריות בסה"כ, אבל בצורה 10 זה נוצר מ "3+3" (שיקופית וסיבובית) ואילו בצורה 29 זו רק סימטריה סיבובית ודרגתה 6.

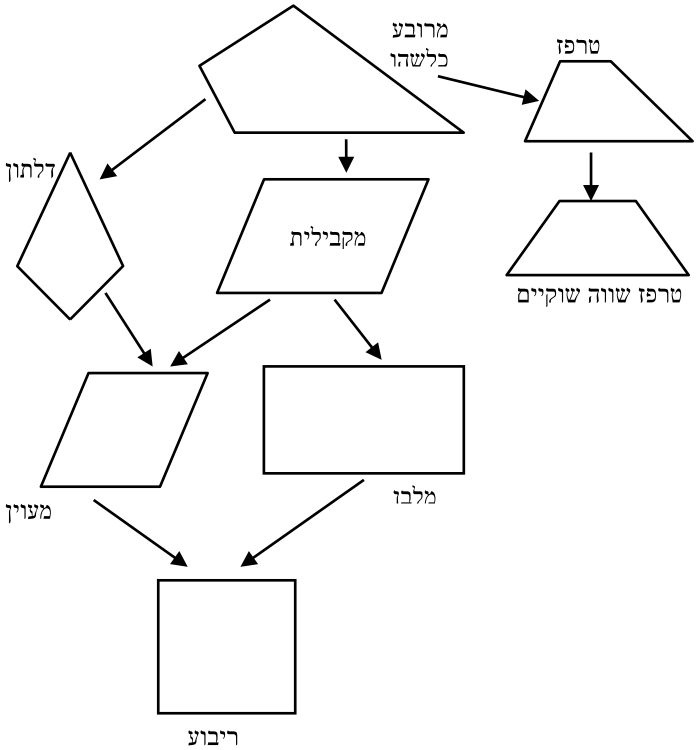
סימטריה במרובעים:

אפשר למיין את המרובעים על פי הסימטריות שלהם:

סוג המרובע		סימטרי או לא סימטרי?	מס' קווי סימטריה שיקופית	דרגת סימטריה סיבובית	מספר סימטריות כללי
מרובע לא מיוחד		לא סימטרי	**0**	**1** (360°)	**1**
טרפז שאינו שווה שוקיים		לא סימטרי	**0**	**1** (360°)	**1**
טרפז שווה שוקיים		סימטרי (סימטריה שיקופית)	**1** מסומן קו	**1** (360°)	**2**
דלתון (לא מיוחד)		סימטרי (סימטריה שיקופית)	**1** מסומן קו	**1** (360°)	**2**
מקבילית (לא מיוחדת)		סימטרי (סימטריה סיבובית	**0**	**2** (180°, 360°)	**2**
מלבן (לא מיוחד)		סימטרי (סימטריה שיקופית וסיבובית	**2** (מסומנים קווים)	**2** (180°, 360°)	**4**
מעוין (לא מיוחד)		סימטרי (סימטריה שיקופית וסיבובית	**2** (מסומנים קווים)	**2** (180°, 360°)	**4**
ריבוע		סימטרי (סימטריה שיקופית וסיבובית	**4** (מסומנים קווים)	**4** (90°, 180°, 270°, 360°)	**8**

הערה: התכונות המצוינות בטבלה הן התכונות המינימאליות שיש לכל מרובע מן הסוג האמור.למשל: בשורה של המקבילית מתוארות תכונות של מקבילית **שאינה מיוחדת,** (כלומר אינה מלבן, אינה מעוין ואינה ריבוע). כאשר המקבילית מיוחדת (למשל מלבן) יהיו בה תכונות נוספות.

אפשר לסדר את המרובעים בדיאגרמה שמתארת את יחסי ההכלה, ולראות בה שמספר הסימטריות מתאים ל"קומה" שבה נמצאים המרובעים. למשל הדלתון, המקבילית והטרפז שווה השוקיים נמצאים באותה ה"קומה" משום שלכולם 2 סימטריות, כלומר ניתן להניח אותם על עצמם בשני אופנים. ההבדל הוא שבמקבילית מדובר בסיבוב (סימטריה סיבובית), ואילו בשני האחרים בהיפוך (סימטריה שיקופית).



שימו לב שמכיוון שלמקבילית יש סימטריה סיבובית, לכל המרובעים שהם מקרים מיוחדים של מקביליות (מלבן, מעוין וריבוע) תהיה בהכרח סימטריה סיבובית.

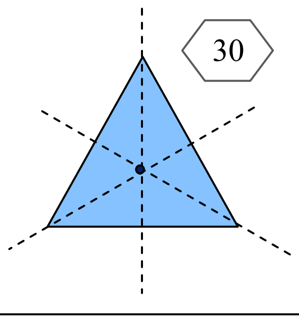
המעוין והמלבן גם הם "באותה הקומה" כי לשניהם 4 סימטריות בסך הכל. בשניהם הסימטריות מורכבות הן מסימטריה סיבובית מדרגה 2 והן משני קווי סימטריה. ההבדל ביניהם הוא בכך שקווי הסימטריה של המעוין הם האלכסונים שלו, ואילו אלה של המלבן עוברים באמצעי הצלעות שלו.

לריבוע יש כמובן את כל קווי הסימטריה של המלבן ושל המעוין – ולכן 4 קווי סימטריה, והוא היחיד בין המרובעים שדרגת הסימטריה הסיבובית שלו היא 4 (סה"כ יש לו 8 סימטריות)

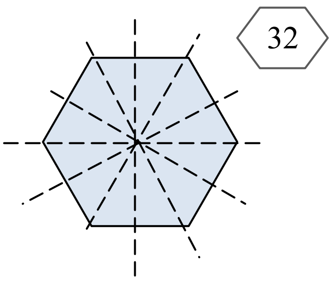
סימטריה במצולעים משוכללים

כל מצולע משוכלל הוא צורה סימטרית.

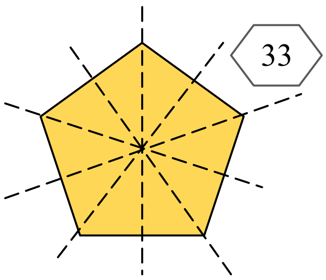
יש לו תמיד מספר קווי סימטריה כמספר צלעותיו, ודרגת סימטריה סיבובית אף היא כמספר הצלעות, מכאן שיש לו תמיד מספר סימטריות כללי שהוא כפול ממספר הצלעות.



משולש שווה צלעות:
3 קווי סימטריה
סימטריה סיבובית מדרגה 3
סה"כ 6 סימטריות



משושה משוכלל:
6 קווי סימטריה
סימטריה סיבובית מדרגה 6
סה"כ 12 סימטריות



מחומש משוכלל:
5 קווי סימטריה
סימטריה סיבובית מדרגה 5
סה"כ 10 סימטריות