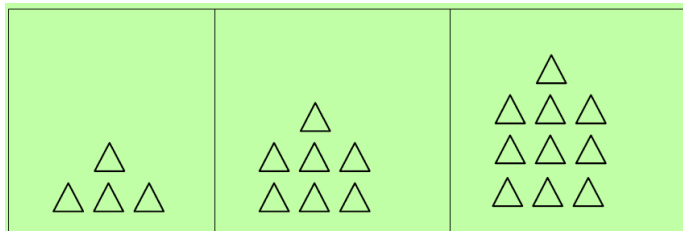


כיצד ניתן לפתח חשיבה אלגברית  
בעזרת זיהוי חוקיות, המללה והכללה?



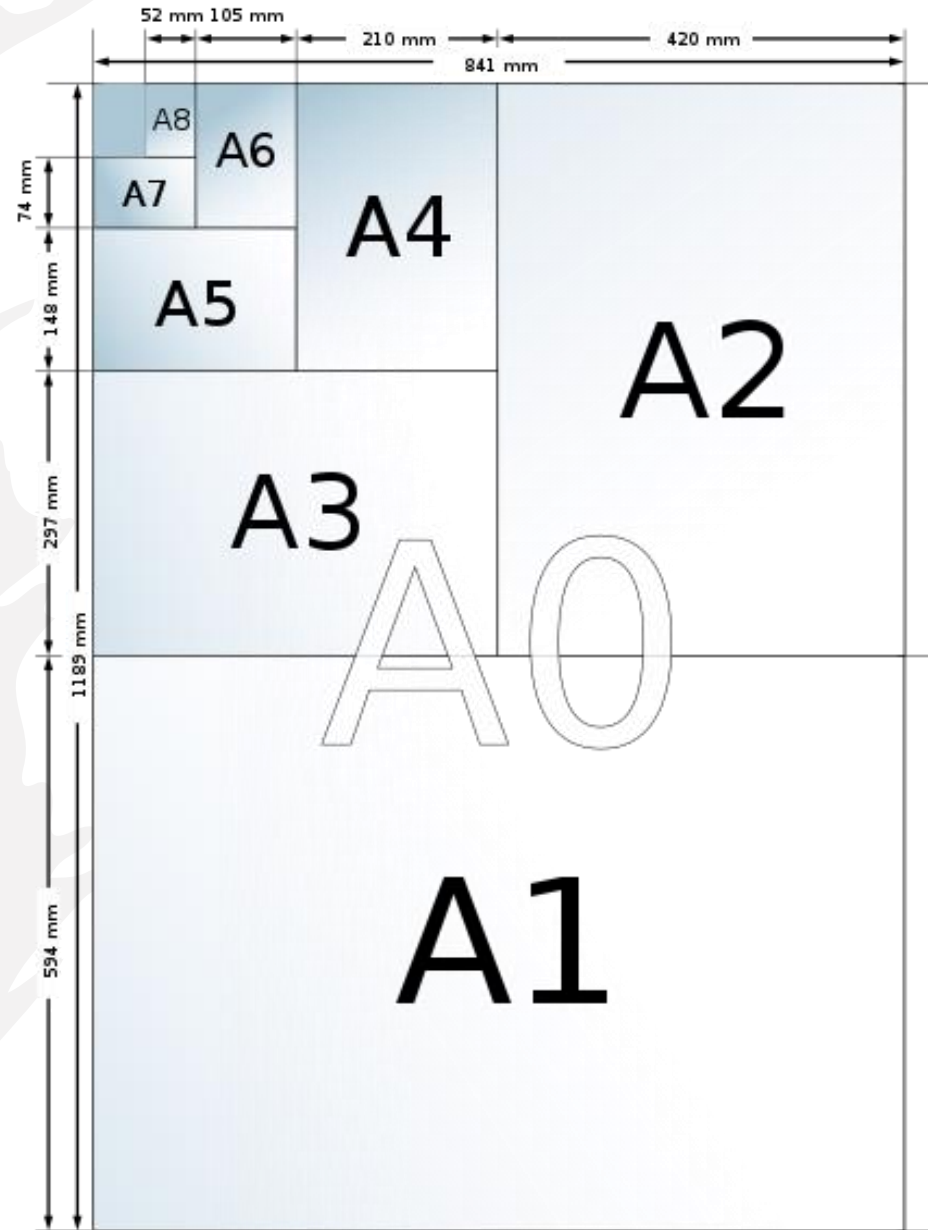
ד"ר שולה וייסמן  
אקדמית גורדון

4, 7, 10, 13, 16, 19, ....

12, 14, 16, 18, 20, ....

מה החוקיות בהגדרת  
גודל נייר תקני?

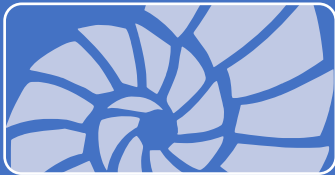
מה הקשר ל  $\sqrt{2}$  ?



# למה לעסוק בחוקיות?



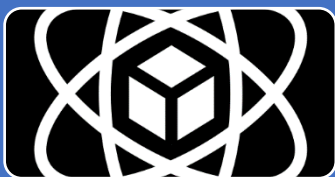
פעולה בסיסית וחשובה בכל תחום מדעי



מזמנת זיהוי מבנים ודפוסים, ניסוח חוקיות  
והסקה



# למה לעסוק בחוקיות?



פעולה בסיסית וחשובה בכל תחום מדעי



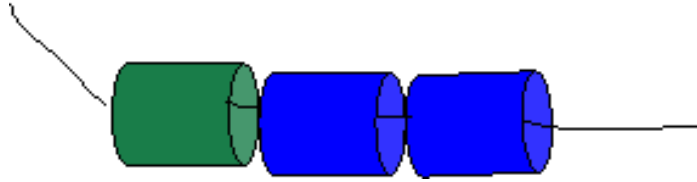
מזמנת זיהוי מבנים ודפוסים, ניסוח חוקיות  
והסקה



מאפשרת שיח מתמטי וחשיפה לדרכי  
פתרון שונות



מתאימה לרמות שונות

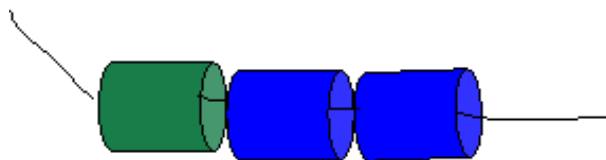


## חרוזים בשרשרת

נתונה קופסא ובה חרוזים בשני צבעים: **ירוק** ו**כחול**.  
אתם מתבקשים להשחיל על חוט את החרוזים באופן  
הבא:

חרוז **ירוק** ואחריו **2** חרוזים **כחולים** ולהמשיך את  
השרשרת על פי סדר זה

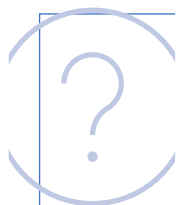
# השחלת החרוזים נעשית באותה חוקיות אילו שאלות ניתן לשאול?



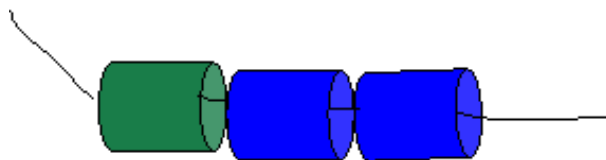
כמה חרוזים יהיו בשרשרת  
אם הושחלו חמישה  
חרוזים ירוקים?



השלימו, על פי דגם זה, כך  
שיהיו 20 חרוזים כחולים.  
כמה חרוזים ירוקים יהיו?



# השחלת החרוזים נעשית באותה חוקיות אילו שאלות ניתן לשאול?



כמה חרוזים יהיו בשרשרת  
אם הושחלו חמישה  
חרוזים ירוקים?



השלימו, על פי דגם זה, כך  
שיהיו 20 חרוזים כחולים.  
כמה חרוזים ירוקים יהיו?



יוני השלים ל-33 חרוזים בסה"כ.  
כמה חרוזים ירוקים בשרשרת של יוני?

עירית ישוב אור הדסים החליטה לנטוע עצי פרי לאורך שדרות העיר.

לרשותה עצי תפוז ועצי לימון.

העיריה החליטה לשתול בשדרות את העצים בסדר הבא:

שלושה עצי תפוז ועץ לימון אחד, ושוב שלושה עצי תפוז ועץ לימון אחד וכך הלאה בסדר זה, כאשר השדרה חייבת להסתיים בעץ לימון.



השלימו את הטבלה הבאה:

מספר עצי התפוז	מספר עצי הלימון	סך כל העצים בשדרה
3	1	
6		
	7	
		12
		16



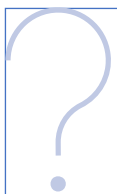
# אילו שאלות ניתן לשאול?



מהו הקשר בין מספר  
עצי הלימון בשדרה לבין  
סך כל העצים בשדרה?



מהו הקשר בין מספר  
עצי התפוז לבין מספר  
עצי הלימון?



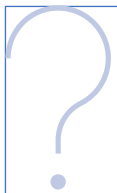
# אילו שאלות ניתן לשאול?



מהו הקשר בין מספר עצי הלימון בשדרה לבין סך כל העצים בשדרה?



מהו הקשר בין מספר עצי התפוז לבין מספר עצי הלימון?



נסחו טענות למשל: מספר עצי התפוז גדול פי 3 ממספר עצי הלימון



מה מאפיין את מספר עצי התפוז בשדרה?



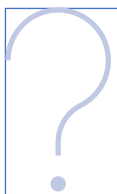
# אילו שאלות ניתן לשאול?



מהו הקשר בין מספר עצי הלימון בשדרה לבין סך כל העצים בשדרה?



מהו הקשר בין מספר עצי התפוז לבין מספר עצי הלימון?



נסחו טענות למשל: מספר עצי התפוז גדול פי 3 ממספר עצי הלימון



מה מאפיין את מספר עצי התפוז בשדרה?

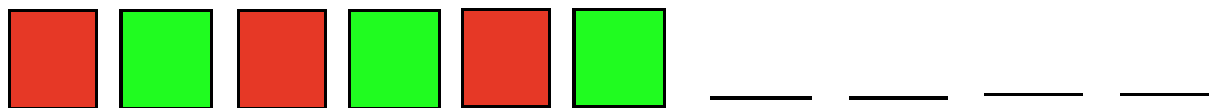


תנו דוגמאות למספרים שונים שיכולים להיות עבור מספר עצי התפוז בשדרה



האם תתכן שדרה ובה 11 עצי תפוז? נמקו את תשובתכם

# חוקיות בסדרות של צורות (לכיתות א-ב)



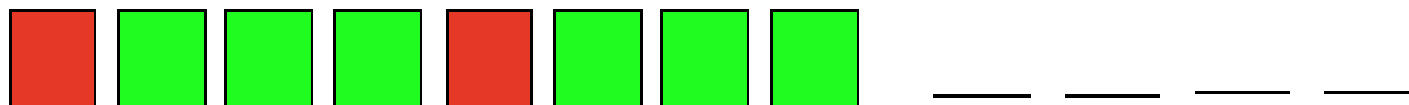
א- השלימו את ארבעת האיברים הבאים בסדרה. הסבירו את תשובתכם.

ב- אם הסדרה מסתיימת בריבוע ירוק ויש בה 5 ריבועים אדומים כמה ריבועים ירוקים יהיו בה?

ג- אם בסדרה יש בסך הכל 10 ריבועים והיא מסתיימת בריבוע ירוק. כמה ריבועים ירוקים יש בה?

ד- אם בסדרה יש בסך הכל 9 ריבועים והיא מסתיימת בריבוע אדום. כמה ריבועים ירוקים יש בה?

# חוקיות בסדרות של צורות (לכיתות א-ב)



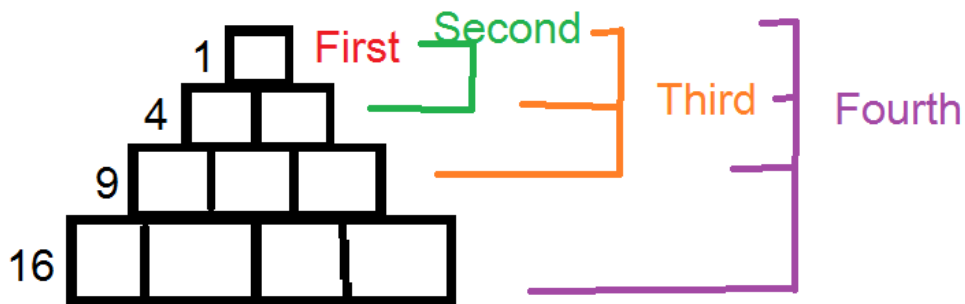
א- השלימו את ארבעת האיברים הבאים בסדרה. הסבירו את תשובתכם.

ב- ידוע כי הסדרה מסתיימת בריבוע אדום ויש בה 4 ריבועים אדומים כמה ריבועים ירוקים יהיו בה?

ג- ידוע כי הסדרה מסתיימת בריבוע ירוק ויש בה 3 ריבועים אדומים כמה ריבועים ירוקים יכולים להיות בה?

ד- האם ייתכן כי הסדרה מסתיימת בריבוע אדום ויש בה בסך הכל 10 ריבועים ירוקים? הסבירו את תשובתכם.

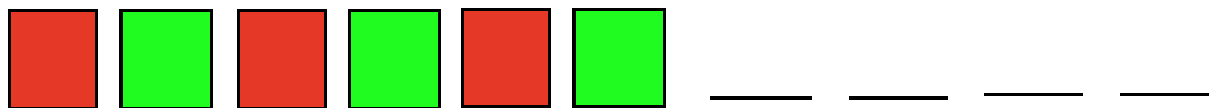
ה- ידוע כי הסדרה מסתיימת בריבוע אדום תנו שלוש דוגמאות למספר הריבועים הירוקים בסדרה?



צרו סדרה משלכם  
 רשמו מה החוקיות שלה  
 חברו שאלות שניתן לשאול

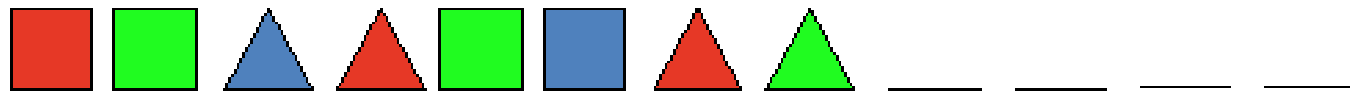
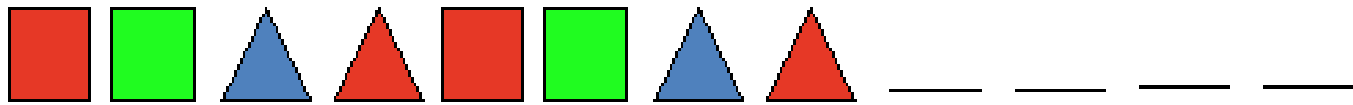


# חוקיות בסדרות של צורות (לכיתות ג-ו)



- א- השלימו את ארבעת האיברים הבאים בסדרה. הסבירו את תשובתכם.
- ב- אם הסדרה מסתיימת בריבוע ירוק ויש בה 10 ריבועים אדומים כמה ריבועים ירוקים יהיו בה?
- ג- ידוע כי הסדרה מסתיימת בריבוע אדום. מספר האיברים בסדרה יכול להיות 15 או 16? הסבירו את תשובתכם.
- ד- ידוע כי הסדרה מסתיימת בריבוע ירוק. מספר האיברים בסדרה יכול להיות: 22 או 23? הסבירו את תשובתכם.
- ה- אם בסדרה יש בסך הכל 20 ריבועים והיא מסתיימת בריבוע ירוק. כמה ריבועים ירוקים יש בה?
- ו- אם בסדרה יש בסך הכל 31 ריבועים והיא מסתיימת בריבוע אדום. כמה ריבועים ירוקים יש בה?

# חוקיות בסדרות של צורות (לכיתות ג-ו)



צרו סדרה משלכם, רשמו מה החוקיות שלה וחברו שאלות שאפשר לשאול



# סיכום



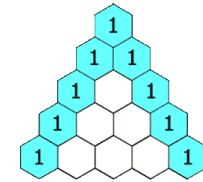
לפתרון המשימות  
בוצעו חישובים לצד תובנה  
מספרית, חשיבה אלגברית  
וניסוח הכללות



פעילות כזו מאפשרת:

- התנסות לרמות שונות
- ראיית קשר והכללה
- שיח מתמטי

- טיפוח לומד עצמאי
- פיתוח חשיבה
- פתרונות יצירתיים



חשיבות רבה להבנת  
המבנים המתמטיים  
בכיתות היסוד

מושגים שנבנים בצורה  
משמעותית, יהוו בסיס  
איתן להבנת המבנים  
המורכבים יותר בלימודי  
ההמשך

# המלצות



לעודד תלמידים לעבור לייצוגים מופשטים  
ולהאמין שהם מסוגלים לכך



להציג לתלמידים פתרונות שיש בהם רמה גבוהה של  
הפשטה ולא רק פתרונות מספריים



לערוך דיון מתמטי אודות הפתרונות

# מן המחקר

תלמידי בית הספר היסודי כבר מוכנים לחשיבה אלגברית ומסוגלים להגיע להכללות אלגבריות תוך כדי דיונים אריתמטיים  
(Kaput & Blanton, 2001)

$f(x)$

כיצד מורים יכולים לנצל עבודה עם חוקיות כדי לקדם חשיבה אלגברית?  
(Lee & Freiman, 2009)

כשם שניתן לפתח חוש למספרים (number sense), כך ניתן לפתח חוש לסמלים (symbol sense) לכן חשוב להתחיל ליצור תשתית לחשיבה אלגברית עוד בכיתות היסוד  
(Arcavi, 1994)



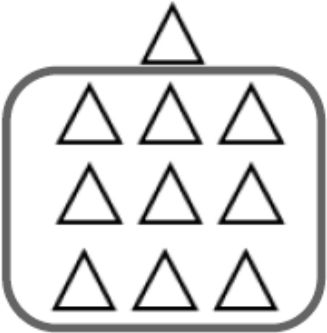
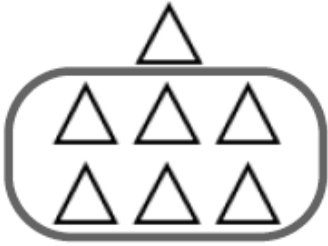
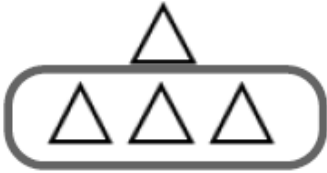
וייסמן, ש' (2015). יצירתיות במציאת חוקיות כגשר בין אריתמטיקה לאלגברה. בתוך א' גזית וד' פטקין (עורכים), **יצירתיות בפתרון בעיות במתמטיקה: אסטרטגיות, דילמות וטעויות**. (עמ' 148-174). תל-אביב: מכון מופ"ת



וייסמן, ש' (2023). עידוד חשיבה אלגברית בבית הספר היסודי. מספר חזק 2000, 34, 50-60.

**חשיבה אלגברית<sup>3</sup>:** מה שלא משתנה בתגים הוא המשולש הבודד.

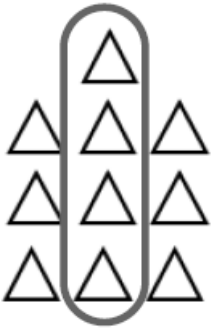
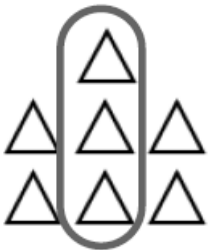
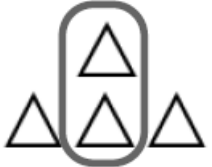
מלבדו יש בתג הראשון שלשה אחת, בתג השני שתי שלשות וכן הלאה.

			
תג שלישי	תג שני	תג ראשון	
$3 \cdot 3 + 1$	$3 \cdot 2 + 1$	$3 \cdot 1 + 1$	תיאור אריתמטי

לכן בתג ה- 35 יש  $3 \cdot 35 + 1$  משולשים (במקום ה- 35 יהיו 35 שורות של שלושה משולשים ועוד המשולש בקצה, סך הכול  $3 \cdot 35 + 1 = 106$ ).

**תיאור מילולי:** מספר המשולשים = מספר התג כפול שלוש ועוד אחד.

**תיאור אלגברי:** בתג הנמצא במקום  $x$  יהיו  $3x + 1$  משולשים.

			
תג שלישי	תג שני	תג ראשון	
$4 + 2 \cdot 3$	$3 + 2 \cdot 2$	$2 + 2 \cdot 1$	תיאור אריתמטי

לכן מספר המשולשים המתאים לתג ה-35 הוא  $36 + 2 \cdot 35$ .

**תיאור מילולי:** מספר המשולשים = מספר שגדול ב-1 ממספר התג ועוד פעמיים מספר התג.

**תיאור אלגברי:** באופן כללי, מספר המשולשים בתג הנמצא במקום ה- $n$  הוא  $(n + 1) + 2n$ .