



## מה קורה כאשר מה שרואים ושומעים משם, זה לא מה שרואים ושומעים מכאן

ד"ר צביה מרקוביץ – אורנים המכללה האקדמית לחינוך

האוזן לא רק שאינה עוזרת, אלא אף מפריעות, מקשים ללא ספק על מקצת מהתלמידים, הופכים אצלם את הלמידה למורכבת ומסובכת עוד יותר, ובעיקר דורשים מאתנו המורים להביא גם נתון זה בחשבון במהלך ההוראה.

במאמר זה נביא כמה דוגמאות שעלו במהלך שיעורי מתמטיקה או במהלך ראיונות עם תלמידים ומתארות מצבים שבהם העין והאוזן מהוות גורם מפריע ללמידה.

**דוגמה ראשונה - כש-0.5 הוא לא רק חצי תלמידים קיבלו את המשימה הבאה:**

**משימת הג'ובי העשירי**

האם אתם יכולים אצלו 0.5 ?

אם כן, נא אצלו.

אם לא, נא להסביר מדוע.

משימה זו ניתנה לתלמידים במסגרת מחקר שעסק בהבנת הקשר בין שברים פשוטים למספרים עשרוניים (Markovits & Sowder, 1991). מסתבר, כפי שנתאר להלן, שמשימה זו מהווה קושי לחלק מהילדים, קושי הקשור במה שהאוזן שומעת ובמה שהעין רואה. במחקר ראינו עשרים תלמידים משתי כיתות זכודי לבדוק כיצד הם מבינים את הקשר בין שברים פשוטים לבין מספרים עשרוניים. התלמידים ראינו לפני יחידת לימוד שעסקה בנושא ואחריה. בראיון הראשון הם קיבלו את משימת "החצי העשירי".

מתשובות התלמידים התברר לנו שהמשימה הייתה קשה להם. רק תלמיד אחד-מעשרים התלמידים צבע נכון שישה עיגולים. אחד עשר תלמידים צבעו חמישה עיגולים (כנראה שהסתכלו על ה-5 על ה-0.5).

תהליך הלמידה הוא תהליך מורכב ומסובך. השאלה "איך אנחנו לומדים" מעסיקה חוקרים רבים בכל העולם, ומטרתם היא ללכת עוד צעד קטן קדימה ולהבין עוד קצת איך זה קורה, ומה צריך לעשות כדי שזה יקרה בצורה יעילה יותר. למרות שעדיין רב הנסתר על הגלוי, ישנם דברים שאותם אנחנו ככל הנראה יודעים.

אנחנו יודעים, למשל, שלמידה אינה יכולה להיות יעילה אם היא נעשית באמצעות "העברה" של ידע מהמורה לתלמיד. המורה אינו יכול להעביר את הידע שיש אצלו בראש לראשו של התלמיד, התלמיד לומד רק כאשר הוא בונה בעצמו את הידע שלו (הגישה הקונסטרוקטיביסטית) ותפקיד המורה לעזור לתלמיד לבנות ידע זה. אנחנו גם יודעים, שלא כל התלמידים לומדים ומבינים באותה דרך. לכן המורים מסבירים או פותרים בעיה לא רק בדרך אחת, אלא בכמה דרכים, כדי להגיע לכמה שיותר תלמידים. אנחנו יודעים שתלמידים שונים מתמודדים עם משימות במתמטיקה בדרכים שונות, ואנחנו המורים צריכים "להיכנס לראש של הילד" כדי להבין "איך מסתובבים הגלגלים אצלו בראש".

אנחנו גם יודעים שיש תלמידים שהאוזן עוזרת להם ללמוד, והם לומדים מצוין משמיעה של דברי המורה או של דברי חבריהם לכיתה, אנחנו יודעים שיש מי שאצלם "תמונה שווה יותר מאלף מילים" והראייה עוזרת להם ללמוד.

אבל האם אנחנו יודעים שישנם גם מקרים שבהם העין והאוזן לא רק שאינה עוזרת ללמידה, אלא אף מהוות גורם מפריע? האם אנחנו יודעים שישנם ילדים שאצלם מה שהעין רואה זה בעצם לא ממש מה שהיא רואה אלא משהו אחר, ומה שהאוזן שומעת זה אולי לא ממש מה שהיא שומעת? מצבים אלה, שבהם העין

ש: הם שניהם 3.

מ: אבל אג לא יכולה לצבוע 0.5 של צה (21 העיגולים)?

ש: צה עדיין יהיה... אלא... גמל עשיריות, ואין כאן 10 עיגולים. יש שנים עשר.

\* המראינת הצביעה על 0.5 ועל 1/2 ולא ביטאה את שמם בקול.

שרון וגם תלמידים אחרים מושפעים ככל הנראה מהשם של 0.5-חמש עשיריות. אם 0.5 הוא חמש עשיריות, הרי שצריך לצבוע חמש עשיריות. אבל מכיוון שאין לנו עשיריות והיות שישנם 12 עיגולים ולא 10 הרי שאי אפשר לצבוע. שרון יודעת ש-0.5 שווה לחצי, והיא יודעת שניתן לצבוע חצי מהעיגולים, אבל עדיין 0.5 זה חמש עשיריות ואת זה אי אפשר לצבוע.

**האזן שומעת** "חמש עשיריות" ודבר זה מפריע לשרון ולילדים אחרים "להתייחס ל-0.5 כאל "חצי" במשימת ה"חצי העשרוני".

### דוגמה שנייה – כששונה זה דומה ודומה זה שונה

במשימה הבאה התלמידים מתבקשים להשוות בין שני מספרים רציונליים, האחד נתון כשבר פשוט והאחר כמספר עשרוני.

### משימת ההשוואה

נא לרשום >, <, =:

1/2  0.5

1/4  1.4

חלק מהתלמידים אינם רושמים את הסימן "=" במשבצת הראשונה, אבל כותבים אותו במשבצת השנייה. הטעויות הן מכל מיני סיבות, אבל אין ספק שיש מי שטועים בגלל מה שהעין רואה. תלמיד בכיתה ה' אמר לנו, כשנתבקש להשוות בין 1/4 לבין 1.4: "הם שווים. הנה אני מסתכל עליהם ואני רואה, בשניהם יש 1, בשניהם יש 4, והקו זה כמו הנקודה." ואכן יש דמיון רב מבחינה חזותית בין 1.4 לבין 1/4. לעומת זאת אין שום דמיון חזותי בין 1/2 לבין 0.5 בראשון יש אחת ושתיים ובשני יש חמש ואפס. דווקא שני המספרים שלא שווים נראים דומים, בעוד המספרים אשר נראים אותו הדבר - שונים.

מה שהעין רואה מבלבל ומפריע ויוצר קושי חזותי שבוודאי מהווה מכשול לחלק מהתלמידים.

שלושה תלמידים אמרו שאי-אפשר לצבוע וחמישה תלמידים צבעו דברים אחרים-חלק מהם צבעו חצי מעיגול אחד. כדאי להעיר, שיתכן שישנם ילדים שיאמרו כי אי-אפשר לצבוע מכיוון שאולי לא נראה להם שכל העיגולים שווים. אפשר לומר להם שהעיגולים שווים או שהם יכולים לצבוע חצי מכל עיגול.

לאחר יחידת לימוד קצרה בנושא מהות השברים הפשוטים ומהות המספרים העשרוניים, שוב קיבלו התלמידים את אותה המשימה במהלך ראיון נוסף. הפעם שישה תלמידים צבעו נכון שישה עיגולים, שבעה תלמידים צבעו חמישה עיגולים, שישה תלמידים אמרו שאי-אפשר לצבוע, ותלמיד אחד צבע חצי עיגול.

כדי לבדוק אם הבעיה נעוצה בעצם השאלה או אולי רק באופן שבו הצגנו את ה"חצי" כל 14 התלמידים שלא צבעו שישה עיגולים קיבלו במהלך הראיון, ובצמוד ל"משימת החצי העשרוני" את אותה שאלה בדיוק, עם 12 העיגולים, אלא שהפעם נשאלו: "האם אפשר לצבוע 1/2". התברר שכל 14 התלמידים, בלי שום קושי, צבעו שישה עיגולים.

חשבנו שבשלב הזה, התלמידים שצבעו ללא קושי חצי מהעיגולים יראו מיד את הקשר בין שאלה זו לבין השאלה הקודמת שבה התבקשו לצבוע 0.5 של העיגולים ויבקשו לחזור לשאלת ה"חצי העשרוני" ולתקן את תשובתם. טעינו. אף תלמיד לא ראה את הקשר ולא ביקש לחזור לשאלת ה-0.5. בשלב זה שאלנו שאלה רומזת: "מה אתה יכול לומר על 1/2 ועל 0.5?" שבעה מ-14 התלמידים אמרו ש-0.5=1/2 שניים לא ענו, וחמישה אמרו ש-0.5 > 1/2. בין שבעת התלמידים, שאמרו כי 0.5=1/2 ראו שלושה את הקשר בין שתי השאלות וביקשו לתקן את צביעת העיגולים בשאלה עם ה-0.5 אבל ארבעה תלמידים לא ראו את הקשר בין שתי השאלות, אף-על-פי שידעו כי 1/2 ו-0.5 שווים. משהו הפריע להם. להלן קטע מראיון עם שרון, אחת מארבעת התלמידים האלה:

(מ - מראינת, ש - שרון)

מ: את יכולה לצבוע 0.5 \* משה? (מצביעה על 12 העיגולים). ש: לא, יש יותר מדי.

מ: את יכולה לצבוע 1/2 \* משה? (מצביעה על 12 העיגולים).

ש: (צובעת אלא היסוס 6 עיגולים).

מ: מה את יכולה לומר על 0.5 ועל 1/2?

מחוץ לבית-הספר, עלול להוות גורם מפריע בלימודי המתמטיקה בתוך בית-הספר.

**דוגמה רביעית-מתי 600 זה לא באמת 600?**  
 תתארו לכם שאתם נותנים לתלמיד בכיתה ג' או ד' תרגיל כפל במאונך. התלמיד פותר נכון את תרגיל הכפל, אבל הוא לא מסתפק בתוצאה שקיבל, ומוסיף משפט, כמו בסיטואציה הבאה הלוקוחה מחוברת העוסקת בסיטואציות מתמטיות בכיתה (מרקוביץ, בהכנה):

**סיטואציית הכפל**

<p>התלמיד פתר כך:</p> $\begin{array}{r} 300 \\ \times 27 \\ \hline 2,100 \\ 600 \\ \hline 8,100 \end{array}$	<p>תלמיד קיבל את התרגיל</p> $\begin{array}{r} 300 \\ \times 27 \\ \hline \end{array}$
--	---

ואמר: "המורה, פתרתי את התרגיל כמו שלימדת אותי, ויצא לי 8,100 אבל כשאני מחבר 2,100 עם 600 יוצא לי 2700, ואני לא כל כך מבין מה קורה פה."

סיטואציה זו מציגה לפנינו את אחת הדילמות שבה נמצאים התלמידים. לעתים קרובות התלמידים "מבינים" את הצד הטכני, כלומר הם מסוגלים לפתור את התרגיל ולהגיע לתשובה נכונה, אבל יש להם בעיה. נראה שבמקרה זה ישנה התנגשות בין המספר הכתוב, לבין המשמעות של מספר זה. על הנייר כתוב 600, אבל בעצם התלמיד צריך להבין שאין זה אומר שבאמת יש שם 600 יחידות, לעומת השורה שמעל, ששם המספר 2100 כן אומר שיש 2100 יחידות. ה-600 אף-על-פי שהוא 600 ויש לו בדיוק שני אפסים, הוא בעצם 6000, רק שהורידו לו את האפס, או בעצם לא שמו אותו מלכתחילה. כלומר, העין רואה, אבל זה לא מה שהעין רואה, זה משהו אחר. התלמיד צריך להבין שהמספר 600 הוא 600 עשרות, כלומר 6000 יחידות, וההזזה של המספר 600 מקום אחד שמאלה היא שקובעת עובדה זו. אבל לתלמיד שתואר בסיטואציה הזאת כנראה לא מספיק, ומה **שהעין רואה** חזק יותר.

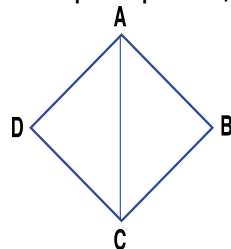
**סיכום**

ראינו ארבע דוגמאות הממחישות כיצד העין והאוזן אצל חלק מהילדים ובסיטואציות מסוימות עלולות ליצור בעיה. כדי לעזור לתלמידים אלה צריכים המורים

**דוגמה שלישית-כשלהרחיב זה לא תמיד להגדיל**

הדוגמה השלישית עוסקת בקשר בין שפת היום יום לשפת המתמטיקה. ישנן מילים רבות שבשפת היום-יום יש להן משמעות מסוימת שאינה שווה בהכרח למשמעותן במתמטיקה. פעמים רבות תלמידים נתפסים למשמעות מחיי היום יום, ומנסים להשתמש בה גם במתמטיקה, אבל זה לא תמיד מצליח. ישנן דוגמאות רבות לכך, ונביא כאן רק כמה מהן:

□ **אלכסון** במתמטיקה הוא קו ישר המחבר שני קודקודים לא סמוכים במצולע. בשפת היום יום המילה אלכסון משמעה קו משופע. דבר זה עלול לגרום לתפיסה מוטעית ולאמירה, ש-AC במרובע ABCD איננו אלכסון, מכיוון שאין הוא קו משופע.



□ המילה **שכיח** בזיקה לנתונים בסטטיסטיקה מציינת את הנתון החוזר על עצמו מספר רב ביותר של פעמים. בשפת היום-יום המילה שכיח מזכירה מאוד את המילה "לשכוח", ואסוציאציה זו עלולה לגרום לפירוש המושג שכיח ההפך ממשמעותו בסטטיסטיקה.

□ המילה **אפס** בחיי היום-יום מכוונת בדרך כלל לכלום, לשום דבר. לכן קורה לא אחת שהילדים אומרים שגם במתמטיקה האפס הוא שום דבר, לא צריך אותו, אפשר לא להתייחס אליו וכו'.

□ הביטוי **הרחבת שברים** כולל בתוכו את המילה הרחבה. להרחיב בשפת היום-יום פירושו להגדיל. לדוגמה: "העירייה מרחיבה את הכביש", "אני צריך להרחיב את הבגדים", "אוטובוס רחב יותר ממכונית". אבל כשמרחיבים שבר גודלו אינו משתנה. שני השברים, זה שלפני ההרחבה וזה שקיבלנו אחרי ההרחבה שווים זה לזה. כלומר, כשהרחבנו את השבר אכן הגדלנו את מספר החלקים בו, אבל לא גרמנו לו להיות גדול יותר.

נראה שדווקא מה **שהאוזן שומעת** בחיי היום-יום



חצי, אפס נקודה חמש) ולהשתמש בכל פעם בשם אחר. דיון בדומה ובשונה בין 1.4 ו-1/4 בתחילת לימוד נושא השברים הפשוטים יכול למנוע טעויות בעתיד. דיון במילים שונות שבהן אנחנו משתמשים הן בשפת היום-יום והן במתמטיקה יכול להבהיר את הדומה ואת השונה במשמעותן של מילים אלה. דרך ההוראה מושפעת מהדרך שבה ילדים לומדים, ולכן חשוב להיות מודעים לקושי הנוצר אצל חלק מהילדים בעקבות מה שהעין רואה ומה שהאוזן שומעת. דרך הלמידה של הילדים מושפעת מדרך ההוראה שלנו, לכן חשוב לדאוג שבמהלך ההוראה תהייה התייחסות מתאימה למצבים כאלה, כדי שמה שרואים ושומעים משם יהיה מתאים ככל האפשר למה שרואים ושומעים מכאן.

קודם לכל להיות מודעים שמצבים כאלה אכן קיימים, ולהכיר מקרים רבים ככל האפשר שבהם מצב כזה יכול להתעורר.

כמו כן, אנחנו יכולים לשלב במהלך ההוראה משימות המתייחסות לנושא זה. משימות אלה יכולות לעזור לאותם תלמידים שיש להם קושי, ויכולות כמובן להעמיק את ההבנה אצל כל התלמידים בכיתה. למשל, דיון עם התלמידים ב"סיטואציית הכפל" יבהיר את המשמעות של המספרים 600 ו-2100 גם לאלה שלא נתקלו בבעיה שבה נתקל התלמיד הנזכר בסיטואציה, אולי משום שאף פעם לא שאלו את עצמם "מה זה ה-600". המשימה שבה יש לצבוע 0.5 מהעיגולים, אינה משימה שגרתית והיא יכולה לתרום לכל התלמידים להבין טוב יותר את הקשר בין המספרים העשרוניים לשברים הפשוטים. בנוסף, כדאי להשתמש בכמה שמות ל-0.5 (חמש עשיריות,

### ביבליוגרפיה

● מרקוביץ, צ'. (בהכנה), סיטואציות מתמטיות בכיתה. יחידת הוראה בהוצאת מכון מופ"ת.

● Markovits, Z. & Sowder, J.T. (1991). Students' understanding of the relationship between fractions and decimals, Focus on Learning Problems in Mathematics, 13 (1), 3-11.