



## חשבון שעון ולוח שנה

יוסי ומיכל אלרן

### חשבון מודולוס

כדי לחשב את השעה בעוד מספר שעות מחלקם את מספר השעות ב- 12 ומתקבלים רק על השארית. מושגים את השארית לשעה הנתונה כדי לקבל את התשובה!  
דוגמה: Unless השעון מורה על 12:25 נחשב את השעה בעוד 97 שניות.  
נחלק 97 ב- 12

$$97:12=8$$

השארית היא 1 ולכן מינוס אותה (בלבד) לשעה 12:25 ונקבל  
שבעוד 97 שעות תהיה השעה 1:25.

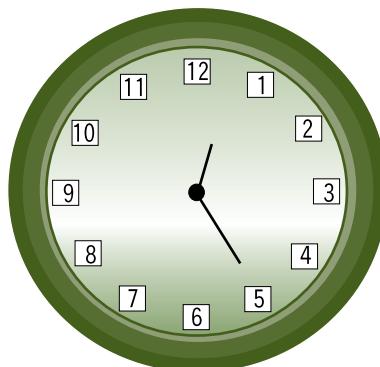
#### 1. שעון מורה על השעה: 7 ו- 17 דקות.

- א. מה יורה השעון בעוד חצי שניות?
- ב. מה יורה השעון בעוד 75 דקות?
- ג. מה יורה השעון בעוד 723 דקות?

אנו רגילים לשעון שבו יש 12 שעות, אבל מספרים שהחיצורים שగרים על כוכב הלכת פנטאקלוק משתמשים בשעון שבו יש רק חמיש שניות (עדין בכל שעה יש שיטים דקות)  
הנה! כך נראה השעון שלהם כשהוא מורה על השעה: 4:00,  
ועל השעה: 2:12.

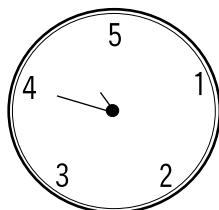
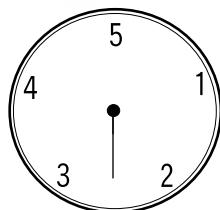


**חשבון שעון**  
איזה שעון בן חיל אשר איננו נח! מדווד לא נח השעון? מפני  
שהשעון מודד את השעות במחזוריות של 12! שיטים דקות  
לאחר השעה 12, מופיעה שוב השעה אחת!

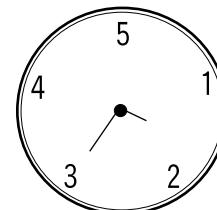
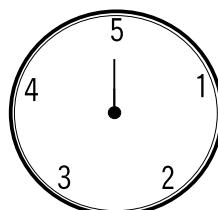


השעון שבתוכונה מורה על השעה: 1-12-25 דקות.  
בעוד שעיה יורה השעון על השעה: 1-12-25 דקות,  
בעוד שיש שעות וחצי יורה השעון: 6:55 ובעוד שטונה שעות  
-17 דקות יורה השעון: 8:42.  
מעניין מה תהיה השעה בעוד תשעים וسبע שעות?  
זה נראה כמו חישוב רציני ביותר, אך קיים טכnis ליחסוב מהיר  
שכחיה, שMOVES על מושג מתמטי שידוע בשם מודולוס  
(modulus).





2. מה השעה בשעונים הבאים (לפי שעון פנטאקלוק)?



#### 4. מה יורה שעון פנטאקלוקי

- כשהשעון שלנו מורה על השעה 9?
- כשהשעון שלנו מורה על השעה 12?
- ליוטי היו שני שעונים: שעון רגיל של 12 שעות ושעון פנטאקלוקי. בדיק בבחזות הפעיל יוטי את שני השעונים. יוטי הסתכל שוב על השעונים בשעה עגולה כלשהו במהלך 12 השעות הראשונות מתחילה הפעלת השעונים.
- השעון הפנטאקלוקי הורה על השעה 2. מה הייתה השעה בשעון הרגיל?



#### 3. שעון של פנטאקלוק מורה על השעה: 4:36

- מה יורה השעון בעוד שעתיים ו- 24 דקות?
  - מה יורה השעון בעוד 7 שעות?
  - מה יורה השעון בעוד 723 שעות?
- (רמז: השתמשו בחשבון מודולוס אך הפעם חלקו את המספר ב- 5 במקום ב- 12.)



**שאלה מעניינת היא השאלה הבאה:**  
נניח שיש שני שעונים, שעון רגיל שלנו ושעון פנטאקלוק, ושניהם החלו לעבוד באותה שעה.

cut, השעון שלנו מורה על השעה: 7:00 שהוא כמובן שעתיים אחרי השעה 5:00. מה יורה שעון של פנטאקלוק באותה שעה?

מכיוון שהשעה 7:00 היא שעתיים לאחר השעה 5:00, הרי ברור שהשעון הפנטאקלוקי יורה גם כן שעתיים אחרי השעה 5:00: 2:00.

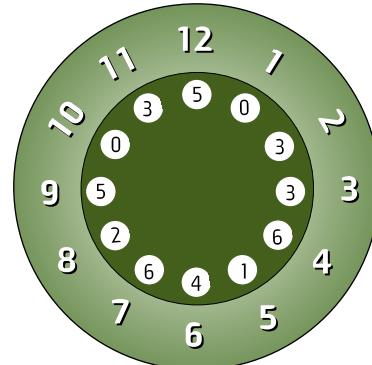
ניתן ל"תרגם" שעון בשעון שלנו לשעה בשעון פנטאקלוקי באמצעות חיבור מודולו בצורה פשוטה ביותר (לשם פשוטות נתייחס רק לשעות עגולות ולא לדקות): מחלקים את השעה בשעון שלנו ב-5. השארית היא השעה בשעון פנטאקלוק כרך: 7 לחלק ל-5 שווה ל-1 ושארית 2. ואכן כאשר השעה 7 בשעון שלנו - בשעון פנטאקלוקי היא השעה 2.



לפניכם דוגמה של לוח שנה מיוחד לשנת 2006. לוח שנה זה נראה כמו שעון ללא מוחוגים. מופיעים בו שני עיגולים. בעיגול החיצוני רשומים המספרים מ-1 עד 12. מספרים אלו מצינים את חודשי השנה הלועזית לפי הטבלה הבאה:

ינואר	1
פברואר	2
מרץ	3
אפריל	4
מאי	5
יוני	6
יולי	7
אוגוסט	8
ספטמבר	9
אוקטובר	10
נובמבר	11
דצמבר	12

יום ראשון	יום שני	יום שלישי	יום רביעי	יום חמישי	יום שישי	יום שבת
0	1	2	3	4	5	6



בעיגול הפנימי יש מספרים מ-0 עד 6. מספרים אלו מצינים את היום בו חל היום הראשון בחודש:

מסתכלים בעיגול הפנימי הצמוד לחודש המבוקש. מושגים מספר זה לתאריך המבוקש ומחלקים את התוצאה ב-7. מפחיתים 1 מהשארית של החלוקה ב-7. מספר זה מצין את היום המבוקש לפי הטבלה. אם השארית היא 0, כאשר מחסרים 1 מקבלים 1-, שזה בעצם 6 מודולו 7. לכן, במקרה זה 6 הוא המספר המציין את היום לפי הטבלה.

מדוע שיטה זו עובדת?  
את התשובה תוכלנו לגלוות עצמכם בעזרת השאלה הבאות (בוקר שאלת 6) אבל בכל זאת נורמז לכם חלק מההתשובה: חלוקה ב-7 נובעת מהעובדת ששבוע יש שבעה ימים ומי השבוע הם מחזוריים (במחזור של שבעה ימים: ראשון, שני, שלישי, רביעי, חמישי, שישי, שבת, ראשון...). הסיבה שמכוחיתים שישי, רביעי, חמישי, שישי, שבת, ראשון...). הסיבה שמכוחיתים 1 משארית החלוקה ב-7 נובעת מהעובדת שימי השבוע ממושגים החל מהמספר "0", ואילו תאריכי הימים בחודש ממושגים החל מהמספר "1".

**כיצד משתמשים בלוח שנה זה?**

דוגמה: באיזה יום בשבוע חל האחד באפריל?

פתרון: נמצא בעיגול החיצוני את המספר המציין את חודש אפריל (4). העשינו נסתכל בתוך העיגול הפנימי שליד מספר זה. בעיגול הפנימי רשום 6 מול המספר 4 בעיגול החיצוני. לכן, לפי הטבלה האחד באפריל חל ביום שבת.

אפשר להשתמש בלוח שנה זה גם לשאלות קשות יותר. נניח שאנו רוצים לדעת באיזה יום בשבוע יהיה ה- 28 בינוי.

נחשב זאת באופן הבא:

נסתכל בשבועון בעיגול החיצוני ונמצא את החדש יוני (המספר 6). כתע נסתכל בעיגול הפנימי הצמוד לו: רשום שם המספר 4. נוסיף מספר זה (4) לתאריך שאנו מוחשים (28) ונקבל:  $32 = 28 + 4$ . נחלק מספר זה ב-7: (**שארית 4**)  $32 : 7 = 4$ . נפחית 1 מהשארית:  $3 - 1 = 2$ , התוצאה מציין את היום שאנו מוחשים. לפי הטבלה, יום זה הוא יום רביעי.

בשיטת זו נוכל למצוא את היום בשבוע לכל תאריך שנרצה. נסכם את השיטה עבורי תאריך בחודש מובוקש:



מאמר זה הוא חלק מפעילויות לתלמידים של החוג הבינלאומי למתמטיקה בהתקנות, של צעירים במדוע במכון ויצמן למדע. [www.weizmann.ac.il/young](http://www.weizmann.ac.il/young).

על מחברי המאמר:

### ד"ר יוסי אלרון ומיכל אלון

יוסי אחראי על תכניות במתמטיקה ובמדעי המחשב ביחידה ל"צעירים במדוע" במכון ויצמן למדע. הוא עורך וכותב, ביחד עם אשטו מיכל, את הפעילויות לתלמידים בחוג הבינלאומי למתמטיקה בהתקנות.

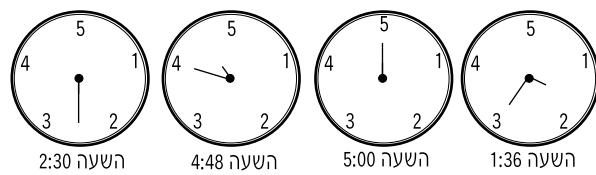
- .5  
 א. באיזה יום בשבוע חל ה- 2 בפברואר?  
 ב. באיזה יום בשבוע חל ה- 30 ביוני?  
 ג. באיזה יום בשבוע חל ה- 18 בנובמבר?

### 6. הראשון לדצמבר חל ביום ⑤ קלומר יום שישי.

א. מה יהיו התאריכים של ימי חמישי בחודש דצמבר?  
 ב. היעזרו בתאריך בו חל יום החמשי האחרון בחודש דצמבר כדי לענות: באיזה יום בשבוע יכול האחד בינוואר בשנת 2007? (רמז: בחודש דצמבר יש 31 ימים.)

#### פתרונות לשאלות שהוצעו במאמר:

- 1. שעון מורה על השעה: 7 - 17 דקות.  
 א. بعد חמיש וחצי שעות יורה השעון: 12:47.  
 ב. بعد 75 שעות יורה השעון: 10:17.  
 ג. بعد 723 שעות יורה השעון גם כן: 10:17.



- 3. שעון של פנטאקלוק מורה על השעה: 4:36.  
 א. بعد שעתים ו- 24 דקות יורה השעון: 2:00.  
 ב. بعد 7 שעות יורה השעון: 1:36.  
 ג. بعد 723 שעות יורה השעון: 2:36.

- 4.  
 א. כששעון שלנו מורה על השעה 9 יורה שעון פנטאקלוק 4.  
 ב. כששעון שלנו מורה על השעה 12 יורה שעון פנטאקלוק 2.  
 ג. כאשר השעון הפנטאקלוקי מורה על השעה 2 השעה בשעון שלנו יכולה להיות: 2 או 7 או 12.

- 5.  
 א. ה- 2 בפברואר חל ביום חמישי.  
 ב. ה- 30 ביוני חל ביום שישי.  
 ג. ה- 18 בנובמבר חל ביום שבת.  
 ■ 6. הראשון לדצמבר חל ביום 5, קלומר יום שישי.  
 א. ימי חמישי בחודש דצמבר יכולו בתאריכים: 7, 14, 21, 28, 2, 14, 21.  
 ב. הראשון לינואר שנת 2007 יכול ביום שני.