

ניתוח סיפורי חשבון, ככלי לפיתוח החשיבה המתמטית לוי רחמני

על הגישה

במאמר זה תוצג גישה ייחודית, פרי פיתוחו של המחבר, פרופ' לוי רחמני, המיועדת לפיתוח חשיבה מתמטית אצל תלמידי כיתות ג-ז באמצעות בעיות מילוליות. על-פי גישה זו הבעיות המילוליות מוצגות לתלמיד בצורת "סיפורים", ועל התלמיד להציע שאלות, למיין ולדרג אותן, ולהחליט מה הן השאלות החסרות, הנדרשות בכל סיפור. לדוגמה:

**דני מקבל 15 ש"ח בשבוע.
הוא מוציא 8 ש"ח בשבוע.**

בסיפור אפשר לשאול כמה שאלות. את השאלות אפשר למיין לקטגוריות שונות, כשהשאלה החשובה ביותר מבחינת הבנת הסיפור נקראת "שאלה עיקרית".

א. מה דני עושה בכסף? - שאלה זו היא שאלה בלתי קבילה. אין בסיפור די נתונים כדי לענות עליה.

ב. כמה כסף מקבל דני בשלושה שבועות? - זו שאלה "קבילה". אפשר לענות עליה באמצעות תרגיל. אבל היא איננה השאלה העיקרית משום שאינה מתייחסת לכל הנתונים. בסיפור יש שני נתונים והשאלה מתייחסת לנתון אחד בלבד.

ג. כמה כסף נשאר לדני בשלושה שבועות? - שאלה זו היא שאלה חשובה הנקראת "משמעותית" מפני שהיא מתייחסת לשני הנתונים שבסיפור. אבל איננה השאלה העיקרית כי משך זמן החיסכון הוא נתון שרירותי שהתווסף לסיפור ואיננו מוגדר בתוך הסיפור.

ד. כמה כסף נשאר לדני בשבוע? - זאת השאלה העיקרית! הנתון המתקבל משלים את הסיפור. כלומר, שאלה עיקרית היא השאלה שהנתון המתקבל כתשובה לשאלה זו ישלים את היחסים שבין המספרים שבסיפור. גם השאלה: כמה כסף חוסך דני בשבוע? תיחשב כשאלה עיקרית.

הגישה שמה במוקד התהליך הפדגוגי את השילוב בין קידום הבנת היחסים שבין הכמויות לבין קידום המיומנות החשובות. ההנחה היא ששילוב זה יוביל את התלמיד להבנה טובה יותר של סוגי בעיות שונות, של נתוני השאלות ושל השאלות המוצגות

בכל בעיה. בנוסף, עיסוק מסוג זה בסיפורים עשוי לפתח יכולת להכללה ולניבוי הנתונים החסרים. הרעיון הבסיסי מושתת על ההנחה שכמות היא תכונה של כל סביבה. על כן, בכל יחידה קיים מערך יחסים בין-כמותיים והכמויות החסרות אינן מספרים טהורים. לדוגמה בסיפור שהוצג לעיל מערך היחסים הוא בין שתי כמויות של שקלים ולא בין המספרים 15 ו-8. מערך היחסים המוצג בסיפור מכתוב את הפעולה הנדרשת כדי להשלים את המערך בעזרת המספר-7. ללא מערך יחסים זה ניתן היה גם לבצע פעולות אחרות בין 8 ל-15 כמו: $15+8$ או 15×8 . עקרונות, המידע על מערך נתונים כלשהו אינו מחייב לערוך חישובים כדי להשלים אותם. עצם הבנת הבעיה צפויה להשתקף בחיזוי רצף החישובים הנחוצים והבנת החסר ברצף זה. דיוק החישובים הוא מחוץ למערך המנטלי הזה. אבל דווקא הבנת המערך הזה עשויה לעורר תמיהה אצל התלמיד כאשר ביצע טעות גסה. במהלך העבודה התלמידים עוברים מבעיות העוסקות באובייקטים מוחשיים עד לבעיות העוסקות בזמן ובמרחב.

מטרות הגישה

המטרות העיקריות של הגישה הן:

- קידום הבנת בעיות מילוליות מסוגים שונים ופיתוח יכולת הפתרון שלהן.
- העלאת כושר ההפשטה וההכללה על מנת לאפשר מעבר טבעי בין סוגי הבעיות המילוליות, מבעיות פשוטות חשבוניות ועד לבעיות שניתן לפתור אותן בכלים אלגבריים.
- ביסוס תפישת הקשר בין הבעיות המילוליות ותרגילי החשבון.
- חידוד יכולת ההבחנה והאבחנה של נתונים חשבוניים, מספריים ומילוליים.
- הפחתת החרדה מפתרון בעיות מילוליות חשבוניות.

כפועל יוצא מדרך העבודה בגישה זו מושגות מטרות נוספות:

- הבנת הנקרא משתפרת.
- תרבות ההקשבה והשיחה מתפתחת.
- שיפור בהתייחסות התלמידים זה לזה ושיפור באווירה הכיתתית.

תשומת הלב של התלמיד מופנית לקשר בין הסיפור לסוג התרגיל. כדי להסב את תשומת ליבו לקשר זה, ועל מנת להקל על המאמץ החישובי, קיימות בהתחלה העדפה של מספרים עגולים. במהלך הלמידה עוברים לאחר מכן לעיסוק במגוון רחב יותר של מספרים.

בשיעור המוקדש לבעיות מילוליות יש חשיבות רבה להעמיד במרכז את השיח שבין תלמידים, במטרה לפתח את כושר הטיעון של המעורבים בדיון על סיפור מסוים. במוקד הדיון יהיו השאלות והפתרונות שמועלים על-ידי המשתתפים.

תהליך העבודה בכיתה

את העבודה על-פי גישה זו כדאי להתחיל בקבוצה קטנה, בזמן ששאר התלמידים עובדים בעבודה עצמית בספר החשבון או במרכזי עבודה. אפשר גם פעם פעמיים בשבוע לפתוח את שיעורי החשבון בהצגת סיפור חשבוני במליאה ולנהל שיחה עליו. בנוסף לשאלות שהתלמידים מציעים, המורה יכול לשאול שאלה על אחד הנתונים או שאלה המעוררת קונפליקט כדי לקדם את החשיבה. חשוב לסכם כל שיחה ולתת חיזוקים לשיחה שהתנהלה. כאשר נראה, שהתלמידים למדו את כללי הרב-שיח למדו לחשוב, לשאול, ולהסביר את השאלות ששאלו, אפשר להפנות את התלמידים לעבודה בחוברת המכילה שאלות דומות. התלמידים יכולים לעבוד בחוברת באופן יחידני, אך רצוי לעודד עבודה בזוגות כדי שיתקיים דו-שיח מפרה. במהלך הדו-שיח התלמידים יקראו את הסיפור, יספרו בלשונם מה הבינו - מה הם הנתונים החשובים שבסיפור, ויציעו שאלות שאפשר לשאול על הסיפור. את השאלות יכתבו על לוח נייד או על דף גדול.

לאחר כתיבת השאלות התלמידים ימיינו אותן לשאלות הנראות אפשריות מבחינת משמעותן ומבחינת התאמתן לנתונים שבסיפור החשבוני - שאלה עיקרית או שאלה קבילה, ולשאלות שהן שאלות "חסרות היגיון", "מיותרות" או שאלות שהן "מחוץ לתחום".

מיון השאלות ייעשה תוך כדי שיחה בקבוצה בה יתנו התלמידים הסבר הגיוני, ואם הם מסוגלים, יתנו גם הנמקה חשבונית. לפניכם דוגמאות לשיחות קבוצתיות, דוגמאות להצגת שאלות לסיפור ולדיון.

השגת המטרות, איך מושגות המטרות?

הגישה מבוססת על ריכוז המשאבים הקוגניטיביים של הילד, לרבות כל הניסיון שרכש בחיי היומיום במשחקים, בצפייה בטלוויזיה, וגיוס האינטואיציה שלו.

מציגים לתלמידים בעיות מילוליות - "סיפורים", ללא השאלות. בשלב הראשון מובילים את התלמידים להבין את סיפור הבעיה - להבחין בנתונים הכמותיים-מספריים וכן בנתונים המילוליים והיחסים ביניהם.

במהלך העבודה מוצגות בפני התלמידים מספר שאלות המתייחסות לסיפור. התלמידים צריכים למיין את השאלות לשאלות הנראות אפשריות מבחינת משמעותן ומתאימות לנתונים שבסיפור החשבוני - "שאלה עיקרית", "שאלה קבילה" ולשאלות שהן שאלות "חסרות היגיון" או "מיותרות", או "מחוץ-לתחום". התלמידים מתבקשים גם להציע בעצמם את השאלות האפשריות לפי הנתונים המופיעים בסיפור הבעיה. הסיפורים החשבוניים מאורגנים בקבוצות הנבדלות זו מזו בסוג הפתרון. באופן הקשר שבין הנתונים, ובסוגי התרגילים הנדרשים. דירוג השאלות הוא על-פי סוג הפעולה אותה צריך לבצע וגם על-פי מספר השלבים שבבעיה. תוך כדי העבודה בבעיות נדרשת גם קביעת "הדומה" ו"השונה" בין סיפור לסיפור ובין קבוצה לקבוצה.

העיסוק בשאלות האפשריות לכל סיפור, מחדד את ההפרדה בין הבנת הסיפור, המשתקפת בהתייחסות לשאלות, לבין עריכת חישובים, שנעשית לפעמים בצורה אוטומטית ללא קשר לסיפור המוצג בבעיה.



דוגמאות לסיפורים, שאלות ודיונים

הסיפור הראשון (יש לספר לתלמידים)

במושב התיידדו שני תלמידים אורי ויורי. לכבוד חג החנוכה אורי נתן ליורי שלושה מתוך שמונת הסביבונים שקיבל לחג. יורי שמח והודה לחברו.

ההנחיה לתלמידים: קרוב לוודאי שבזמן קריאת הסיפור כבר התחלתם בעצמכם לשאול שאלות שונות עליו. אילו שאלות אפשר לשאול? למורים: רשמו את השאלות שהתלמידים ישאלו.

שאלות ודיון

אריה: חשבתי על השאלה הזאת - באיזה מושב גרים אורי ויורי? **בוריס:** אני חושב שאולי צריכים לשאול שאלות שיכולים לנחש, או להמציא פרטים לפי מה שידועים מהסיפור עצמו. **גילה:** גם אני חושבת כמו בוריס. יש עוד משהוא שאני חושבת: האם השאלה היא מעניינית, או חשובה? בסיפור הזה לא הכי מעניין - "איפה שני החברים האלה גרים"?

דני: גם לי נדמה ששאלה צריכה להיות מעניינת. למשל, מסקרן אותי: מהו הגיל של אורי ויורי? הם לומדים באותה כיתה? עושים שיעורים ביחד? אולי אורי עוזר ליורי שבטח זקוק לעזרה להבין מילים שעדיין הוא לא מכיר.

אריה: עכשיו אני מתחיל לחשוב שהסיפור הזה הוא על סביבונים. רוצים שהשאלות יהיו על זה. איזה סביבונים יש לאורי ויורי? **הדר:** זאת שאלה טובה, אבל לא יודעים על זה. לדעתי צריכים לשאול שאלות שיכולים לענות עליהן.

גילה: עכשיו אני יודעת מה היא השאלה: כמה סביבונים נשארו לאורי אחרי שנתן שלושה סביבונים ליורי?

אריה: אני מסכים.

בוריס: גם אני חושב כך.

הדר: אני חושבת שזאת לא השאלה הכי מעניינת אבל יודעים לענות עליה!

המורה יסכם: היה ביניכם שתוף פעולה יפה במשחק החשיבה. כל אחד שם לב למה שנאמר, הסכים או הציע רעיון אחר. בסוף הייתה הסכמה כללית.

הסיפור השני

מיד תבחינו שהסיפור הזה כבר דורש יותר חשיבה - הבנה מעמיקה יותר של תוכן הסיפור. יתר על כן, יש צורך להסתמך על היכרות עם מצבים יום-יומיים. החישובים הם פשוטים.

שני אחים, צחי ואיגור, אוהבים מאוד לקרוא ספרים. צחי מבוגר בשנתיים מאיגור. לפני זמן מה סידרו השניים את הספרים שלהם, ספרו אותם ומצאו שיש להם 16 ספרים. מאז עבר זמן מה והשניים החליטו לסיפור שנית את הספרים שברשותם. הם גילו שיש להם 24 ספרים.

נסו לחשוב - אילו שאלות אפשר לשאול על הסיפור הזה?

שאלות ודיון

ג: צריך לשאול על מספר הספרים שלהם. לדעתי צריך לשאול אם השניים מחלקים ביניהם את הספרים שווה בשווה, כלומר, האם יש לכל אח מספר שווה של ספרים.

א: לדעתי אתה טועה. איגור אינו חייב לקרוא כל ספר שצחי קרא לפני שנתיים. הרי ייתכן שצחי לא קרא את כל הספרים שאיגור קורא עכשיו. איגור יכול לקרוא ספרים חדשים שכבר אינם מעניינים את צחי. לדעתי גם השאלה "האם הם מחלקים את הספרים שווה בשווה" אינה שאלה טובה.

ב: מי קרא יותר ספרים, צחי או איגור?

ה: ברור שצחי הספיק לקרוא יותר ספרים מאיגור. אבל אי-אפשר לדעת בדיוק כמה ספרים קרא כל אחד.

ג: עכשיו אני בטוחה: איגור וצחי אינם מחלקים את הספרים שווה בשווה. הם גם אינם קוראים את אותם הספרים. השאלה שלי היא זו: כמה ספרים קיבלו שני האחים מאז שספרו את הספרים שלהם בפעם האחרונה? השאלה הזו גם מעניינת וגם אפשר לדעת את התשובה עליה על-פי הנתונים שבסיפור.

ב: זה נכון.

ד: כמובן, אבל זו שאלה פשוטה מדי.

ה: אמנם זו שאלה פשוטה, אבל אין שאלה טובה ממנה.

ג: אני מסכימה.

המורה: כולכם הגעתם למסקנה שיש רק שאלה אחת. חשבתם על מספר שאלות מעניינות שאפשר לשאול על סמך הנתונים שבסיפור הזה. היה לכם דיון טוב. היטבתם לבחור, ובחרתם את השאלה העיקרית שאפשר להשיב עליה תשובה מדויקת. מרגישים שהתחלתם לרכוש ניסיון כבר מהסיפור הראשון. נדון בעוד סיפור הבנה.

כאשר תלמיד אומר במילים שלו את מה שהוא הבין מדברי תלמיד אחר, זה סימן שהוא הבין יפה את תהליך הלמידה. ככל שתתקדמו, תהיו מסוגלים להציע בעצמכם שאלות ואפילו סיפורים נוספים. זאת למידה שיתופית מועילה. חשוב לשים לב שההערה האחרונה של ג הייתה שגויה, אולם הגישה חותרת לעידוד תגובות- תשובות של לומד, באשר הוא. כל תגובה עדיפה על-פני שתיקה, גם כאשר היא אינה מתאימה. כל תשובה יכולה להוביל לטיעון, להסבר שיעמיקו את הדיון. לכן רצוי לרכך את ההערות השליליות. יתר על כן, חשוב להדגיש שבחילופי הדברים בין התלמידים אנו משתדלים שאף אחד לא יסתמך עד סוף הדיון כמי שהציע רק שאלה/תשובה לא מתאימה.

סיכום

הגישה להוראת שאלות מילוליות שמתוארת במאמר זה מוצגת בסדרה הנקראת "ארכימדס" על שמו של ארכימדס שהיה מדען יווני שחי לפני יותר מאלפיים שנה. ארכימדס אתגר את תלמידיו על-ידי כך שלימד אותם לחשוב, לשאול שאלות ולבדוק אותן. הסדרה "ארכימדס" עוסקת בתחום הקוגניטיבי של המתמטיקה: שיפור הבנת בעיות מילוליות לקראת פתרון החשובני. נכללים בה מעל 100 סיפורים, מלווים בקרוב ל- 700 שאלות המחולקות ל- 15 קבוצות.

על מחבר המאמר:

פרופ' לוי רחמני

פרופ' חבר קליני באוניברסיטת תל-אביב.
תואר שני ושלישי ב-NORTHEASTERN UNIVERSITY, BOSTON
בעבר לימד קורסים שונים בבית ספר להפרעות בתקשורת ובמכללת סמינר הקיבוצים.
עבד כפסיכולוג בכיר בבית-החולים "בילינסון" וכפסיכולוג ראשי ב"לוינשטיין". פירסם 4 ספרים ומתכנן תוכנות מחשב.

הסיפור השלישי

כיתה של תלמידים יצאה לטיול שנתי. המורה להתעמלות ארגן את הטיול. הוא קבע שאורך מסלול הטיול יהיה 15 ק"מ, לא ארוך מדי. הוא גם החליט שלאחר שהתלמידים יצעדו 10 ק"מ הם יעשו הפסקה לצורך מנוחה, ארוחה קלה ושתייה

שיחה שאלות ודיון

א: אני כבר שם לב שבהשוואה לסיפורים הקודמים, שעסקו בצעצועים או בספרים, בסיפור הזה מדובר במספר קילומטרים ולא בכמויות.

ב: גם אני שמתי לב להבדל בין הסיפור הזה לסיפורים הקודמים. אבל לדעתי זה לא הבדל עקרוני. אפשר לחשב קילומטרים ממש כשם שמחשבים כמויות של צעצועים, של ספרים או של חפצים אחרים. לדעתי חשוב לשאול - כמה קילומטרים הלכו התלמידים אחרי שנגמרה ההפסקה. לדעתי זאת השאלה החשובה ביותר.

ד: השאלה שלי היא - כמה שעות נמשך הטיול?

ג: אני לא מסכימה. לדעתי זאת לא שאלה טובה. אמנם כשמטיילים רוצים לדעת מתי חוזרים, וזאת שאלה חשובה, אבל על סמך הנתונים שבסיפור הזה אי-אפשר לדעת את התשובה. **א:** זאת שאלה חשובה מאוד אף על פי שאי-אפשר לענות עליה. שאלה חשובה נוספת - מה היא מהירות ההליכה של הילדים? אבל גם על השאלה הזאת אי-אפשר לענות.

ה: לדעתי השאלה הטובה ביותר היא: איזה חלק של הטיול ילכו התלמידים אחרי ההפסקה עד שגיעו ליעדם?

ה: עכשיו אני מבינה שהשאלה הזו היא ניסוח אחר של השאלה ששאל - כמה קילומטרים נותרו עד סוף המסלול? שתי השאלות הן בעצם אותה השאלה עצמה.

המורה: זה היה דיון מאורגן יפה. זה סיפור קשה יותר מהסיפורים הקודמים כי הוא עוסק בחומר שאי-אפשר לראות כמו עינינו. כדי להתמודד אנו נאלצים להפעיל את הדמיון. בסיפור זה, הנתון העיקרי החסר הוא המרחק שנשאר ללכת אחרי ההפסקה. אפשר גם "לגלות" שמרחק זה הוא קצר יותר מהמרחק שהלכו לפני ההפסקה.

כל משתתף בשיח התייחס למה שאמרו שאר המשתתפים בדיון. אמנם, לפעמים לא הייתה התייחסות לדברים שאחרים אמרו, אבל יחד עם זאת, צעד אחר צעד, הגעתם לעיקר. חשוב שתתרגלו להקשיב למה שאומרים אחרים בשיעור, להבין ולהביע את דעתכם.