

הבניית ידע בהשוואת שברים על-פי הכלל של המשלים לשלם

גלית שבתאי, טומי דרייפוס, דובי וייס

הקדמה

נושא השברים הוא אחד הנושאים המורכבים והמעניינים ביותר בלמידתו ובהוראתו. לתלמידים רבים מהווים המושגים של שברים פשוטים אתגר גדול. הדרך הבסיסית ביותר לדמיין שבר היא לראות אותו כחלק משלם. פירוש זה הוא גם הדרך האופיינית שבה מוצגים שברים ללומדים צעירים (Post, Wachsmuth, Lesh & Behr, 1984). המעבר מהמספרים הטבעיים לשברים הפשוטים דורש בנייה מחדש של משמעות מושג המספר והפעולות המתמטיות בעולם החדש. תפיסת גודל השבר כוללת שני מבנים חדשים, הנבדלים לחלוטין מעולם הטבעיים: סידור שברים על-פי גודלם תוך התייחסות לעיקרון צפיפות השבר, והבנת מחלקות השקילות של השברים. למרות מורכבות הנושא, מרבית חוקרי החינוך המתמטי בתחום תמימי דעים שאחת האינדיקציות החשובות ביותר לתפיסת גודל של שברים היא רמת היכולת להשוות שברים (Post et al., 1984). הבניית ידע בנושא מצריכה שימוש באמצעי המחשה, וקישור ההוראה לסיטואציות יומיומיות (Lamon, 2007). המושג הבניית ידע מייחס ללמידה היבטים של תהליך קוגניטיבי פנימי, אישי, פרשני, מורכב וסמוי, הנעשה בידי הלומד בפעולת גומלין חברתית עם אחרים, מבוגרים או עמיתים מנוסים יותר. תפיסה זו מדגישה את תפקידו המרכזי של הלומד בלמידתו שלו, וטוענת כי תהליכי הלמידה מתרחשים בכל מקום ובכל עת לאורך חיי האדם. מאמר זה מתאר חלק ממחקר העוסק בבניית ידע הבניית ידע של תלמידים המבנים השוואת שברים על-ידי השלמה לשלם. קראנו להשוואה זו: כלל המשלים לשלם.

הכלל אומר: ככל שהמשלים לשלם של שבר גדול יותר

כך השבר עצמו קטן יותר. (כיון שהמשלים לשלם של $\frac{4}{5}$

גדול מהמשלים לשלם של $\frac{6}{7}$ אזי, $\frac{6}{7} < \frac{4}{5}$).

במהלך העבודה עקבנו אחר תמלילים של תלמידים המקבלים משימה המכוונת להבניית הכלל, וזיהינו מתוך אמירותיהם את מרכיבי הידע הנבנים בתהליך הבניית הכלל, את הגורמים המסייעים לתלמיד בתהליך ההבניה, ומאיך את הגורמים המעכבים את ההבניה.

המאמר מתמקד בתופעות של התלמידים שהתקשו להבנות את כלל המשלים לשלם, אך קבוצה זו היא קבוצת מיעוט בכל מרחב הנתונים, ורוב התלמידים הצליחו להבנות את הכלל.

במאמר זה ננסה לענות על מספר שאלות הקשורות למחקר. השאלות הבאות העסיקו אותנו לפני המחקר, במהלכו ולאחריו.

- כיצד ניתן לעקוב אחר תלמיד המבנה ידע חדש?
- אילו שלבים נדרשים כדי להבנות השוואה בין שברים על-פי המשלים לשלם?
- מהם מרכיבי הידע הקודמים הנדרשים לשם כך?
- כיצד תלמיד מזהה במשימה המשלבת סיטואציה יומיומית, מרכיבי ידע קודמים?
- מהם הגורמים המסייעים ומהם הגורמים המעכבים הבניית ידע בנושא?

לטובת המחקר נבנו משימות שמטרתן להוביל תלמידים להבניית הכלל. המשימות הוצגו ל-12 זוגות תלמידים בכיתה ד', על-ידי תוכנת מחשב. התלמידים עסקו בנושא שברים בכיתה וידעו להשוות בין שברי יחידה, ובין שברים בעלי מכנים זהים. כל זוג נפגש עם המראיין במשך ארבעה שיעורים במהלך שבועיים, שכל אחד מהם ארך כ-45 דקות. מטרת המפגש הראשון הייתה מבדק קצרצר, המוודא שהתלמידים יודעים להשוות בין שברי יחידה ובין שברים בעלי מכנה זהה; והפגשת התלמידים עם תוכנת המחשב בה מוצג בפניהם מודל מגדל השברים. שלושת המפגשים הבאים נועדו להוביל את התלמידים להבניה של הכלל המשלים לשלם על-ידי התמודדות עם משימות שניבנו לצורך זה. בתרשים 1 מוצגת משימת ההבניה הראשונה, מבין רצף של משימות שניבנו על-ידי דוב וייס במסגרת עבודת הדוקטורט שלו.

תרשים 1

א. זוג תלמידים צופה בסרטון שמציג תחרות ריצה בין 4 תלמידים. הכרוז מודיע במהלך הסרטון ש"המירוץ עדיין לא הסתיים ודן מוביל. אור עבר $\frac{4}{5}$ מהמסלול, בן עבר $\frac{2}{3}$ מהמסלול וגיל עבר $\frac{6}{7}$ מהמסלול."

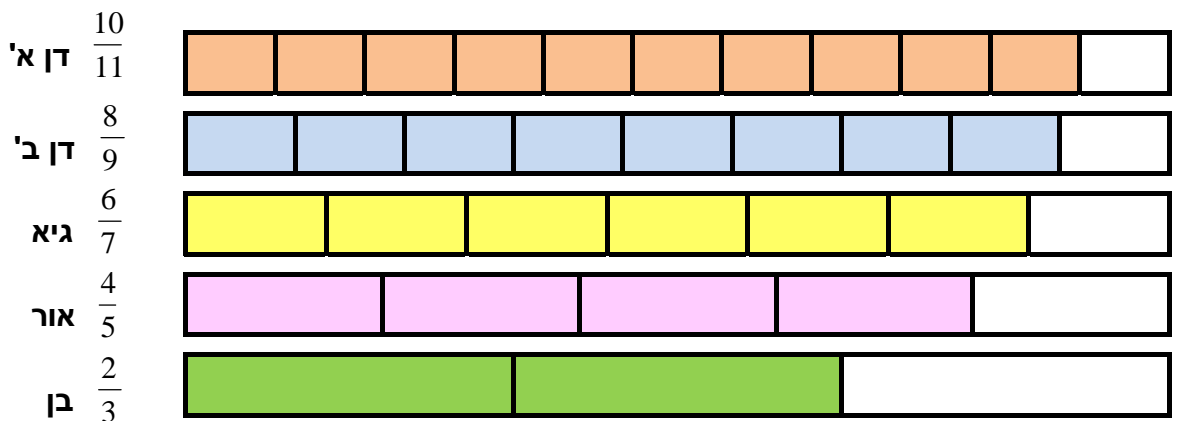
ב. התלמידים מתבקשים לבנות את השברים המייצגים את החלק מהמסלול שעברו אור, בן וגיל באמצעות יישומן מגדל השברים. (ראו תרשים מצורף למטה). בשלב הזה, לא נתון אורך המסלול שעבר דן.

ג. לאחר מכן מתבקשים התלמידים לסדר את השברים של אור, בן וגיל, בטבלה בסדר יורד.

ד. בשלב הבא מתבקשים התלמידים להציע הצעה לשבר שיכול להתאים לדן המוביל, ולבנות אותו בעזרת היישומן.

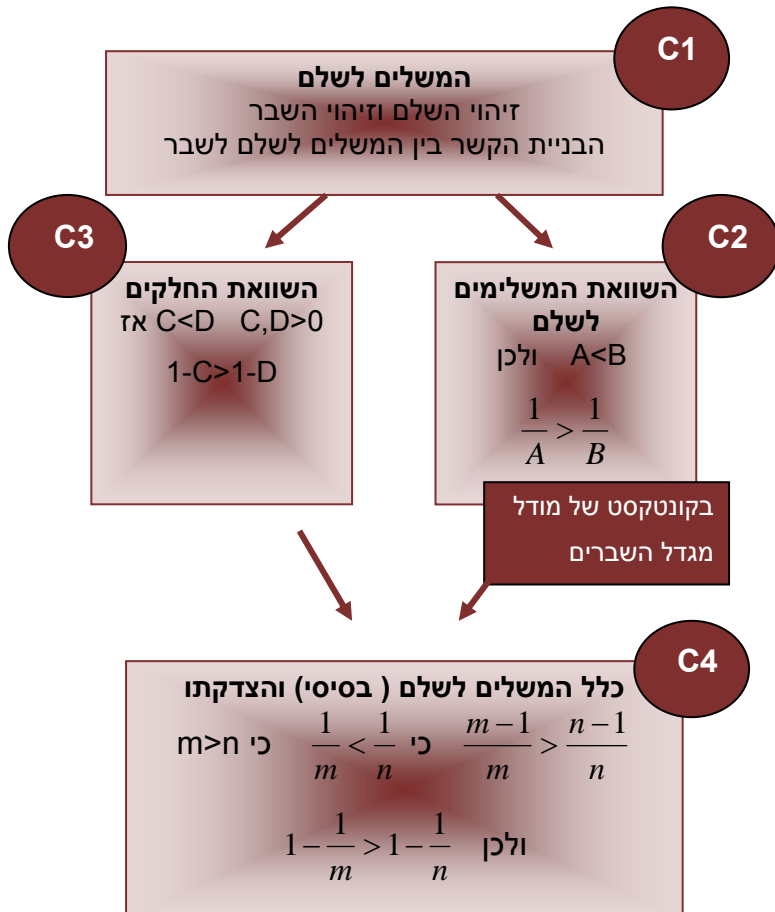
ה. לאחר שהתלמידים מציעים את הצעתם ובונים אותה באמצעות היישומן, הם מתבקשים להסביר מדוע השבר שהציעו עבור דן הוא הגדול ביותר. הסבר התלמידים מתבצע על רקע תמונת היישומן המצורפת. הסבר התלמידים עשוי להוביל להבניית כלל המשלים לשלם, המאפשר להשוות שברים תוך שימוש בהשוואת המשלימים לשלם שלהם.

ו. שני הייצוגים של דן א' ודן ב' הם שתי הצעות של ניר (אחד התלמידים) עבור דן.



אילו שלבים נדרשים כדי להבנות השוואה בין שברים על-פי המשלים לשלם?

ניתוח מבנה הידע המוצג בתרשים 2 מסייע לנו לעקוב אחר תהליך ההבניה שעוברים התלמידים כדי להשוות שברים על-פי הכלל של המשלים לשלם.



תרשים 2

כיצד ניתן לעקוב אחר תלמיד המבנה ידע חדש?

כדי לעקוב אחר הבניה של ידע השתמשנו במסגרת תאורטית המנתחת את תהליך ההבניה בעזרת מודל RBC. המודל מציג שלוש פעולות שעושה התלמיד במהלך ההבניה (לעתים בהכוונת מורה) על מנת להבנות את הידע (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2009).

הפעולות הן:

- **זיהוי (Recognizing)** - פעולה שבה הלומד מזהה מבנה ידע קיים כרלוונטי לסיטואציית הבעיה.
- **בניה-עם (Building with)** - פעולת בניה, המתבססת על מבני ידע שזוהו, כדי להשיג מטרה, כחלק מההתמודדות עם סיטואציית הבעיה.
- **הבניה (Constructing)** - זו הפעולה העיקרית בתהליך ההבניה, והיא מתרחשת כאשר הלומד מחבר פיסות ידע מוכרות ויוצר מבנה ידע חדש עבורו.

הפעולה **בניה-עם** כוללת זיהוי של מבני ידע קיימים. פעולת **ההבניה** כוללת זיהוי מבני ידע קיימים וגם **בניה-עם** מבני ידע קיימים. במילים אחרות, הפעולה **זיהוי** מסייעת לתלמיד בפעולה **בניה-עם**, והפעולות **בניה-עם** ו**זיהוי** מובילות יחד לפעולת **ההבניה**. במחקר זה, שלבי ההבניה כללו 4 תת-הבניות הנשענות אחת על השנייה, ורק מיזוג של תת-הבניות אלו, הוביל להבניית הכלל המשלים לשלם.



מרכיב ידע רביעי (C4 בתרשים 2): המבנה המרכזי בהבניית הידע. במרכזו של מרכיב ידע זה עומדת ההצדקה להשוואה מתוך ראיית קשר בין C2 ו-C3. קשר זה חיוני בהבניית הכלל כיוון שהוא מאפשר את ההבניה של C4. הנימוק מבוסס על ההשוואה בין המשלימים שלם על-פי C2, ועל ההשוואה בין השברים עצמם על-פי C3. מרכיב ידע זה עולה מתוך ההצדקה שכיוון שהמשלים לשלם של שבר קטן יותר, הוא קרוב יותר בגודלו לשלם, לכן השבר עצמו גדול יותר. הקשר הסיבתי, הינו הכרחי בהבניית הכלל.

התלמיד מקשר בין ההשוואה שערך $\frac{1}{5} < \frac{1}{7}$. ובין

השברים שהיה עליו להשוות $(\frac{4}{5} < \frac{6}{7})$ ומבין כי ככל

שהמשלים לשלם קטן יותר, השבר גדול יותר.

ניתוח התמלילים נעשה באמצעות טבלה שבה ציינו את הופעות המבנים על-ידי צביעת התא המתאים בצבע אפור בהיר. בתוך כל מבנה ציינו את המאפיינים הבאים, כשהם באים לידי ביטוי בתהליך ההבניה: התחלה של הבניה על-ידי האותיות Cs (=Construct Start). בנייה עם C1 על-ידי האותיות B1, בנייה עם C2 על-ידי האותיות B2 וכך הלאה. סיום של תהליך ההבניה על-ידי האותיות Ce (=Construct End).

כשהיה זיהוי של מבנה שנבנה קודם לכן, צוינה האות R ולידה מספר המבנה, לדוגמה, אם התלמיד זיהה את השוואת המשלימים לשלם (C2) נכתב במקום המתאים R2.

מרכיב ידע ראשון (C1 בתרשים 2): זיהוי השבר והמשלים לשלם שלו הוא שלב ראשון, כיוון שבכדי להשוות בין שברים על-ידי המשלימים שלהם, על התלמידים לדעת להבחין בין השבר למשלים שלו. ההבחנה כי חסר לכל אחד מהשברים חלק אחד כדי להגיע לשלם, מעידה על הבניה של C1. התלמידים מתבוננים בשברים המוצגים להם על הצג במחשב,

ורואים כי $\frac{4}{5} < \frac{6}{7}$. כמו כן, הם רואים כי לכל אחד

מהשברים הללו נותר חלק אחד המשלים אותו לשלם. כלומר, הם מזיהים מאפיין משותף לשברים המוצגים בפניהם במחשב.

שני מרכיבי הידע הבאים יכולים להיבנות בסדר כלשהו. הבחירה לקרוא להם מרכיב ידע שני ומרכיב ידע שלישי נעשתה רק על מנת שנוכל להבחין ביניהם.

מרכיב ידע שני (C2 בתרשים 2): השוואה בין המשלימים לשלם, שמהווים את C1. כלומר, מרכיב ידע זה מתייחס לקונטקסט של מודל מגדל השברים בלבד, ולכן מדובר על השוואה בין שברי היחידה המשלימים את השבר לשלם. השוואה זו הכרחית על מנת להשוות בין השברים על-פי הכלל של המשלים לשלם. צפוי שאמירות התלמידים ישענו על מודל מגדל השברים. התלמידים משווים בין המשלימים לשלם, כלומר, יודעים להגיד כי

$$\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$$

מרכיב ידע שלישי (C3 בתרשים 2): תלמיד ייחשב כמי שבונה מבנה זה, אם הוא מבצע השוואה של החלקים הנותרים תוך שימוש במשלימים לשלם. הדגש כאן הוא על השוואת החלקים הנותרים על-בסיס הכלל הלוגי האומר: "ככל שהפחיתו חלק גדול יותר הנותר קטן יותר".

בתמליל הבא אחד התלמידים, ניר, מבנה את C3 ומתחיל בהבניית C4. ניר בנה ביישומן הממוחשב שברים המתאימים לדן. אנו רואים בבניית השברים ביישומן שלב מהותי בהבניית הכלל. ניר מצא, תוך כדי התעסקות עם התוכנה, שהשברים המתאימים הם אלו שהמכנה שלהם גדול יותר, וחסר להם חלק אחד לשלם. הוא בנה בעזרת היישומן את השברים 8/9, 10/11 כשברים המתאימים למרחק שעבר דן (בתרשים 1 הצגנו את ההצעות של ניר). כלומר, הוא מודע לצורת השבר המבוקש עבור דן, שהנו שבר שהמכנה שלו גדול יותר, וחסר לו רק חלק אחד להשלמה לשלם. כעת עליו להצדיק את השברים שמצא כמתאימים לדן. ניר עבד עם אורנה, תלמידה נוספת מכיתתו, ובתמליל הבא יש עדויות להבניית הידע שלו למבנה C3, (השבר שיש לו משלים לשלם קטן יותר, הוא גדול יותר). ניתן לראות כי הוא משתמש תוך כדי ההבניה ב- C2 (בונה עם C2) כלומר, עם השוואת המשלימים לשלם, אותם כבר הבנה בשורות הקודמות. (האות ח מציינת את החוקר, האת נ - ניר, האות א - אורנה.)

C4	C3	C2	C1		
	Cs			צריך להוסיף חלק הכי קטן של שבר.	נ
	B1 B2				
				ה-ה ... החלק	א
				אה הא, שמעת אבל מה ניר אמר? אמר צריך להוסיף חלק הכי קטן, למי צריך להוסיף חלק הכי קטן?	ח
	B2			הנה אם נוסיף את זה, חסר פה חלק הכי קטן (מצביע על המשלים לשלם).	נ
				ל- 10/11	א
				אז אני לא מבין, חסר פה חלק הכי קטן, אז הוא דווקא יותר גדול?	ח
				כן!	נ
				ניר אמר שחסר לו חלק יותר קטן, ואמרתי אז מה חסר לו, חלק יותר קטן והוא יותר גדול דווקא? אז אמרתם שניכם כן, וצדקתם. אבל למה?	ח
Cs	Ce			כי צריך להוסיף חלק הכי קטן לסוף...	נ
B2					
				נכון	א
				פה יש חלק הכי קטן ואם נוסיף אותו אז יש--	נ

ניר רואה את הקשר בין ההשלמה לשלם ובין גודל השבר. הוא טוען שככל שחלק שנותר לסוף המסלול קטן יותר, השבר גדול יותר. באמירות שלו, יש עדויות לכך שהוא משתמש ב- C1, המרכיב שבו יש להשלים לכל אחד מהשברים חלק אחד לשלם, והוא משווה בין המשלימים לשלם (C2). הוא משתמש בשני מרכיבים אלו כדי להבנות את C3, דהיינו, את ההשוואה בין השברים, מצליח לעשות זאת, ומתחיל להגיע להצדקה ל- C4. הוא עדיין לא הגיע להצדקה מלאה ומפורשת, ולכן בשורות אלו עדיין לא סיים להבנות את C4.

מהם הגורמים המסייעים ומהם הגורמים המעכבים הבניית ידע בנושא?

מתוך הניתוח של ניב, ניתן להבחין כי הגורם שסייע לו להבנות את הכלל היה היכולת שלו לבנות עם מרכיבי ידע קודמים את הידע החדש. הוא משווה בין המשלימים לשלם, ומשתמש בהשוואה זו. אחד הגורמים שנמצא כמעכב הבנייה במקרה של הכלל המשלים לשלם, הוא קושי בהשוואת שברים בעלי מכנה זהה. תוך כדי העבודה על הניתוחים הבחנו כי שתי תלמידות שלא הצליחו להשוות בין שברים בעלי מכנה זהה (וכן הצליחו להשוות בין שברים בעלי מונה זהה) לא הבנו את הכלל במהלך ארבעת המפגשים. כמו כן, שלושה תלמידים נוספים התעכבו עם הבניית הכלל בגלל מחסור במרכיבי ידע זה, ובמהלך ארבעת המפגשים, לאחר שהבנו גם את השוואת השברים בעלי מכנה זהה, הצליחו להבנות את הכלל. שיערנו כי השוואה זו חשובה ומעידה על הבנה שהגודל של השבר נקבע גם על-ידי המונה ולא רק על-ידי המכנה. חוסר היכולת של תלמידים אלו, הנובע כנראה מקושי בתפיסה הכמותית של השבר, יוצר בסיס רעוע, לראיית השבר כבעל ערך כמותי הנקבע מעצם הקשר בין המונה למכנה. במקרים אלו תלמידים רבים פונים לאסטרטגיות מעולם המספרים הטבעיים (Post et. al., 1984).

בדוגמה הבאה יש עדות לגורמים המעכבים הבניית ידע אצל אלונה, תלמידה נוספת. אלונה מקשרת את השברים הפשוטים למספרים הטבעיים. ממצא זה מתגלה כגורם מעכב בהבניית הכלל אצל אלונה כבר הבנתה את $C1+C2$ לפני כן. להלן התמליל המדגים את עיכוב ההבניה.

C4	C3	C2	C1		
				מכיוון שאם אני מוסיפה עוד $3/8$ ל- $7/8$ אז זה יותר קרוב לשלם, ול- $5/6$ אני צריכה להוסיף עוד $5/6$ וזה זה תהליך יותר גדול.	א
				תסבירי לי למה ב- $7/8$ צריך להוסיף עוד $3/8$?	ח
				כי.. אם אני מוסיפה, אני לא משנה את המכנה.	א
				כן	ח
				אני צריכה לשנות את המונה כדי להגיע לשלם שזה יהיה יותר גדול.	א
				כן	ח
				אז אני הוספתי עוד $3/8$.	א
				למה 3 ? לא הבנתי כי מה?	ח
				כי $7/8$ ועוד $3/8$ זה שווה $8/8$ וזה כבר שלם.	א
				אז זה מה שרציתי לשאול $7/8 + 3/8$ זה $8/8$?	ח
				כן	א
				למה?	ח
				כי אני עושה.. אה.. אני בדקתי $7/8$.. אה.. איזה שבר אני יכולה להוסיף לו. כדי ש... שיהיה גדול.	א
				תסבירי לי למה חשבת ש- $7/8$ צריך להוסיף לו $3/8$ כדי שהוא יהיה שלם.	ח
				מה זאת אומרת?	א

C4	C3	C2	C1		
				למה, הנה תראי.	ח
				מה?	א
				זה 8/8.	ח
				כן	א
				איפה 7/8?	ח
				הנה הנה	א
				אז כמה צריך להוסיף לו כדי שהוא יהיה שלם?	ח
	B1		 עוד 1/8	א
				אז למה חשבת שצריך להוסיף 3/8? איך המספר שלוש הגיע לך לראש, תסבירי לי?	ח
				כי חשבתי ש- 3 + 7 ...	א
				כמה זה 3 + 7?	ח
				זה כבר 10.	א

ניתוח הבניית הידע על-פי מודל RBC

ניתוח הבניית הידע על-פי מודל RBC הוביל לממצאים מעניינים. להלן עיקריהם.

בקרב חלק מהתלמידים הובחנה ראייה מצומצמת של משמעות השבר כחלק משלם. מחסור במרכיב הידע השוואת שברים עם מכנה זהה גרם לעיכוב או לאי-הבניית הכלל. ממצא זה מעיד על קושי של התלמידים בראיית השבר כמייצג מספר בעל ערך כמותי. תלמידים שהשלימו את מרכיב הידע הזה במהלך המחקר, הצליחו להבנות את הכלל.

גורם משמעותי נוסף שעיכב את הבניית הכלל, הוא ההשלכה שעשו תלמידים מהידע שלהם במספרים טבעיים לשברים הפשוטים. מתוך התמלילים עולים מספר גורמים המעכבים את הבניית הכלל, ההשלכה מהטבעיים מתבטאת כגורם משמעותי. שניים מהתלמידים סברו כי שבר שהמכנה שלו גדול מ-10 הוא גדול משלם. אמירותיהם מעידות על השלכה מהמספרים הטבעיים לשברים.

אלונה בטוחה כי השלמה לעשר תשלים את השבר לשלם. ניתן להבחין כי אלונה התעכבה עם ההבניה של השוואת השברים, כיוון שחשבה שיש להשלים את השבר

$\frac{7}{8}$ לעשרת ולכן חשבה לצרף לו $\frac{3}{8}$. היא משליכה

מהמבנה העשרוני, ומשלימה לעשרת שלמה, גם כשמדובר בשברים פשוטים. רק כשהיא מצליחה להשתחרר מהגורם המעכב (השלכה מהטבעיים) ולהבין כי מדובר פה במערכת של מספרים שונה לחלוטין, היא מצליחה לזהות את מרכיב הידע הראשון, דהינו, ל $\frac{7}{8}$

חסרה $\frac{1}{8}$ לשלם, ואז היא מצליחה להתחיל את הבניית

C3. בטבלה ציינו כי היא בונה עם C1 את השוואת השברים, כיוון שהצליחה לראות את המשלים לשלם של כל שבר.

מקורות

וייס, ד' (2005). משימות חשיבה מבוססות מודל אנלוגי ותהליכי אבסטרקציה במתמטיקה. חיבור לשם הצעת מחקר לקראת התואר "דוקטור לפילוסופיה", אוניברסיטת תל אביב.

שבתאי, ג' (2009). הבניית ידע בהשוואת שברים לפי הכלל של המשלים לשלם. עבודת גמר לקבלת התואר "מוסמך למדעי הרוח", בית ספר לחינוך, אוניברסיטת תל אביב.

Hunting, R. (1986). Rachel's schemes for constructing fraction knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 17 (1), 49-66.

Post, T., Wachsmuth, I., Lesh, R., & Behr, M. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In Frank K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 629-666). Charlotte, NC, : Information Age Publishing.

Schwarz, B. B., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2009). The nested epistemic actions model for abstraction in context. In B. B. Schwarz, T. Dreyfus, & R. Hershkowitz (Eds.), *Transformation of knowledge through classroom interaction* (pp. 9-41). London, UK: Routledge.

במהלך העבודה על הניתוח היה ניכר כי גורם זה עיכב את ההבניה של הכלל. ממצאים אלו מוצאים סימוכין בספרות המחקרית (Post et. al., ; Hunting, 1986) (1984). חוקרים אלו טוענים כי תלמידים פונים לאסטרטגיות השוואה מעולם המספרים הטבעיים, כשאינן להם תמונה מנטלית טובה לגודל השבר. הקשיים בתפיסת גודל השבר ניכרו אצל חלק מהתלמידים לאורך המפגשים.

אצל רוב התלמידים (למעט אחד מהם שהבנה את הכלל בסיטואציה הראשונה) היה צורך במגוון של סיטואציות על מנת להבנות את הכלל.

הבחנה נוספת נעשתה בתוך קבוצת התלמידים שהבנו את הכלל. רק חלקם הצליחו להגיע להכללה, כלומר, למצב שבו הם השוו בין שברים שהמשלים לשלם שלהם

לא היה שבר יחידה, לדוגמה: $\frac{5}{7} < \frac{9}{11}$, וראו את הקשר

הסיבתי בין המשלימים לשלם שלהם $\frac{2}{7} > \frac{2}{11}$. מתוך

הניתוחים עולה כי הגעה להכללה זו דרשה ביסוס של הכלל בעזרת מספר סיטואציות.

לאור ממצאי המחקר, אפשר להמליץ למורים המלמדים את הכלל של השוואת שברים על-פי הכלל של המשלים לשלם, להיות מודעים לגורמים המעכבים את הבניית הידע, ולבחון בתשומת לב רבה את מרכיבי הידע הקודמים וההכרחיים להבניית הכלל. מודל RBC מבטא את הקשר בין מרכיבי הידע הקודמים כהכרחיים להבניית ידע חדש. מכאן, ניתן להרחיב ולומר, בזהירות, כי הבנייה של ידע נתמכת על מרכיבי ידע קודמים אותם יש לבחון בקפידה בטרם מתחילים להבנות ידע חדש. מחסור במרכיבי ידע קריטי עלול לגרום לעיכוב או לאי-הבניה של המרכיב המצופה.

על כותבי המאמר:

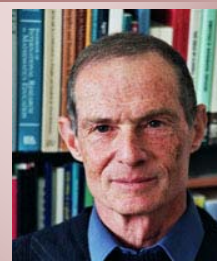
גלית שבתאי

בוגרת תואר שני בחינוך מתמטי בחוג להוראת המדעים באוניברסיטת תל-אביב. מדריכה למתמטיקה במחוז תל אביב ומובילה השתלמויות במחוז. מדריכה פדגוגית להוראת מתמטיקה במכללה לחינוך, לוינסקי.



טומי דרייפוס

פרופסור בחוג להוראת המתמטיקה, המדעים והטכנולוגיה של אוניברסיטת תל-אביב. תחומי מחקר: תהליכים ומושגים בלמידת מתמטיקה תיכונית ועל-תיכונית, בפרט תהליכי אבסטרקציה ומושג ההוכחה. חבר במערכת של שישה כתבי עת בין-לאומיים. עורך ראשי לשעבר של Educational Studies in Mathematics. חבר וועדת תכנית לימודי מתמטיקה לחט"ע.



דובי וייס

דובי וייס הוא דוקטוראנט להוראת המתמטיקה והמדעים באוניברסיטת תל-אביב. הוא בוגר בית-ספר "מנדל" למנהיגות חינוכית, בעל תואר שני בטכנולוגיה חינוכית והמנהל הפדגוגי של "עת-הדעת".

