כיצד מתמודדים מבוגרים בעלי זיקה להוראת המתמטיקה עם פתרון בעיה מציאותית מחיי היום -יום

אביקם גזית ודורית פטקין

תקציר

המאמר מבקש להציג ממצאי מחקר, שבדק את היכולת להתמודד עם פתרון בעיה מציאותית מחיי היום-יום בקרב מבוגרים: מורות למתמטיקה בבית הספר היסודי, סטודנטים בעלי תואר אקדמי העושים הסבה להוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים, וסטודנטיות המתכשרות להוראת מתמטיקה בבית הספר היסודי. הממצאים מראים שגם מבוגרים עם רקע מתמטי שוגים בעת פתרון בעיה מציאותית מחיי היום-יום. רק כ- 70% מאוכלוסיית המחקר פתרו נכון את הבעיה שהוצגה. אחוז ההצלחה הנמוך ביותר מבין שלוש הקבוצות התקבל אצל הסטודנטים להסבה, ואילו אחוז ההצלחה הגבוה ביותר התקבל אצל המתכשרות להוראה. נוסף לכך התברר מהממצאים, שניסיון החיים של מורות המתמטיקה ושל הסטודנטים להסבה, המבוגרים יותר מהמתכשרות להוראה, לא תרם לפתרון נכון יותר של בעיה מציאותית מחיי היום-יום.

רקע תיאורטי

בעיות מילוליות הן עקב אכילס של הוראת המתמטיקה, וקיימים מעט מחקרים העוסקים בפתרון בעיות מתמטיות על-ידי מבוגרים. במחקר שערכו Maier & Burke (1967), הוצגה הבעיה הבאה, בשני נוסחים, בפני אוכלוסיית מבוגרים גברים ונשים.

נוסח א

אדם קנה סוס ב- 600 דולר, ומכר אותו ב- 700 דולר. אחר כך קנה את הסוס חזרה ב- 800 דולר, ומכר אותו ב- 900 דולר. כמה הרוויח או הפסיד בכל העסקה?

נוסח ב

אדם קנה סוס שחור ב- 600 דולר, ומכר אותו ב- 700 דולר. לאחר מכן קנה סוס לבן ב- 800 דולר, ומכר אותו ב- 900 דולר. כמה הרוויח או הפסיד בכל העסקה?

בעוד שכל הנבדקים השיבו נכון על נוסח ב, הרי על נוסח א השיבו נכון רק כ- 60% מהנבדקים.

שתי הגרסאות מביאות לאותו פתרון: רווח של 200 דולר, ולא משנה אם מדובר באותו סוס שנקנה ונמכר פעמיים או בשני סוסים שנקנים ונמכרים פעם אחת כל אחד. למרות שמדובר בשאלה מציאותית הקשורה לחיי היום-יום, נוטים אנשים לייצג את נתוני שתי הגרסאות באופן שונה. בגרסה המתייחסת לאותו סוס מקשרים הנבדקים בין הפעולות ברצף, או מתייחסים רק לקנייה הראשונה ולמכירה האחרונה. הם לא מבחינים שמדובר בשתי פעולות נפרדות של קנייה ומכירה.

הפתרון השגוי מתקבל באמצעות אלגוריתם טכני, הנתפס על-ידי הנבדק כמתאים לפתרון הבעיה באמצעות הנתונים המספריים. הפתרונות השגויים במחקר זה (שם, 1967) היו:

א. 300 דולר רווח. פתרון זה מתקבל באמצעות חישוב הפרש בין מצב סופי - מכירה ב- 900 דולר, לבין מצב התחלתי - קנייה ב- 600 דולר.

ב. 100 דולר רווח. פתרון שגוי זה מתקבל מפעולות על שני תהליכים עוקבים ברצף: קנה ב- 600 דולר, מכר ב- 700 דולר - הרוויח 100 דולר. מכר ב- 700 דולר קנה ב- 800 דולר - הפסיד 100 דולר. קנה ב- 800 דולר, מכר ב- 900 דולר - הרוויח 100 דולר, וסה"כ הרוויח 100 דולר.

פתרון בעיות מילוליות ואפילו אלו העוסקות במצבים מחיי היום-יום מתגלה כאחת מנקודות התורפה של הוראת המתמטיקה ויישומה.

בספרו "כיצד פותרין?" מציג פויה (1960), ארבעה שלבי יסוד בדרך לפתרון יעיל וטוב של בעיה מתמטית: א. הבנת הבעיה, ב. עריכת תכנית, ג. ביצוע התכנית, ד. סקירה לאחור - ביקורת.

מתוך שלבים אלה, אפשר לראות על דרך השלילה את הקשיים שעלולים להתעורר, ולמנוע מהלומד להתמודד בדרך לא נכונה עם פתרון הבעיה, כפי שמסיקים מספר חוקרים:

א. קשיים בהבנת הנקרא ובקידוד המידע המילולי למונחים מתמטיים (Arzarello, 1998);

ב. קשיים במציאת תכנית - שיטה לפתרון, הנובעים מאי-שליטה באסטרטגיות לפתרון בעיות, כתוצאה מהוראה לא מספקת ולא מתאימה (Marshall, 1995);

ג. ביצוע לקוי של תכנית הפתרון, עקב כשלים וחסכים מתמטיים (Cobb, Yackel & McClain, 2000);

ד. חוסר מודעות לתהליכי בקרה ואי-ידיעת הצורך לאמת את הפתרון (שם, 2000).

ברואר (Bruer, 1994), המתייחס להוראת מתמטיקה, טוען: "בעיות מילוליות הן החור השחור של המתמטיקה בחט"ב – הרבה אנרגיה מוכנסת לתוכן, אך לא יוצא משם אור...".

אחת הסיבות ל"חור השחור" היא, שמרבית הבעיות אותן נדרשים התלמידים לפתור בכל השכבות אינן חווייתיות, אינן אותנטיות ואינן רלוונטיות לעולמו של התלמיד. הבעיות המופיעות בספרי הלימוד עוסקות בתחום מצומצם של נושאים באורח יבש ומנוכר, שאינו רלוונטי ואינו אותנטי (גזית, 2004a).

במחקר שערך גזית (2010) נשאלו 189 תלמידי כיתות ג-ו מהי הקומה האמצעית בבית בן 9 קומות. רק כשליש מתלמידי כיתות ו (N=33) ענו תשובה נכונה, וכ- 42% נתנו את התשובה $4\frac{1}{2}$, שהיא פועל יוצא של אלגוריתם החילוק 9:2. אותם תלמידים לא ניסו אפילו לתת לעצמם דין וחשבון – ביקורת, על מתן תשובה שאינה מציאותית. אחוז המשיבים נכון על שאלה זו בכיתות ג, ד, ו- ה היה כ- 51%, 68%, 51% בהתאמה, מה שעשוי להעיד על כך שהעלייה בשלבי הלימוד בביה"ס חוסמת לפעמים חשיבה נכונה בפתרון בעיות מציאותיות מחיי היום-יום (שם, 2010).

במחקר שנערך על-ידי אסמן ומרקוביץ (Asman & Markovits, 2001), נבדק עד כמה באים לידי ביטוי שיקולי היום-יום בעת התמודדות עם בעיות במסגרת לימודי מתמטיקה.

במחקר השתתפו 20 מורות למתמטיקה ביסודי ו- 10 סטודנטיות המכשירות עצמן להוראת מתמטיקה. כמו כן, השתתפו בו 50 תלמידי כיתה ו. בעיה אחת שהוצגה לנבדקים עסקה בהסעה - חלוקת 175 נוסעים בין אוטובוסים, כאשר בכל אוטובוס יש מקום ל- 40 נוסעים. כמה אוטובוסים יש להזמין? כל המורות והסטודנטיות להוראה ענו נכון על בעיית ההסעה, כאשר הן מנמקות את פתרונן בהיכרות עם המציאות של הסעות תלמידים והזמנת אוטובוסים. חלקן אף ענה שהיו מנסות לדחוס יותר תלמידים לאוטובוס, כדי להזמין רק ארבעה ולא חמישה אוטבוסים, כדי לחסוך בהוצאות. לעומתן רשמו חלק מהתלמידים את התשובה 4.375 מבלי להתייחס לכך שאי-אפשר להזמין חלקי אוטובוס. בין אותם תלמידים היו כאלה שרשמו תוצאה לא הגיונית. נראה שרשמו את התרגיל מבלי להתייחס למציאות. היו תלמידים שרשמו 4 ושארית 15, וזאת כדי להתמודד עם בעיית השברים. בעיה אחרת עסקה בממוצע: בבית גרות ארבע משפחות ויש להן ביחד 10 ילדים. כמה ילדים בממוצע יש לכל משפחה? בבעיה זו ענו 43% מהמורות שאין

חצי ילד, כפי שענו מרבית תלמידי כיתה ו, ולכן עיגלו את התוצאה ל- 2 או ל- 3. כל זאת למרות שבמציאות היום-יומית כמו גם בתקשורת, הם נחשפים לממוצעים שאינם שלמים בערכים בדידים.

המסקנה העולה ממחקר זה היא: גם מורים למתמטיקה מסתבכים בפתרון בעיות בעלות תוכן הקשור למציאות, והשגיאות האופייניות להם דומות לאלה של התלמידים.

במחקר שערך גזית (2004b), התברר שמתמחות להוראת מתמטיקה ביסודי, הציגו אחוז הצלחה נמוך בפתרון בעיות אתגר בעלות אופי מציאותי. יתר על כן, באותו מחקר השתתפו גם תלמידי כיתות י הלומדים 5 יחידות מתמטיקה, וכאלה הלומדים 3 יחידות בכיתות מב"ר (מסלול בגרות רגיל לתלמידים מתקשים, לקויי למידה או בעלי צרכים מיוחדים אחרים). אחוז ההצלחה הגבוה ביותר היה של תלמידי מב"ר, כ- 47%, ענו תשובה נכונה. אחריהם תלמידי 5 יחידות, כ- 43% ענו תשובה נכונה. 20% בלבד מבין המתמחות למתמטיקה, הצליחו! הפתרונות השגויים של המתמחות היו בעלי אופי אלגוריתמי-טכני, ללא שימוש בייצוג מתאים של תנאי הבעיה. אותן מתמחות הן תוצר של מערכת החינוך משם מגיעים גם תלמידי י. תנאי הקבלה להתמחות במתמטיקה דורשים מבחן סף ומבחן ידע במתמטיקה, אולם הדרישות במבחן המתמטיקה מדגישות ידע אריתמטי וגיאומטרי, ואין התייחסות לפתרון בעיות.

לטענתו של ג'וזוויאק (Jozwiak, 2004), מורי הקולג'ים עושים עבודה טובה בהוראת מושגים טכניים, אבל אין הם עושים מספיק בהוראת פתרון בעיות. באותו מאמר עוסק המחבר בחשיבות הוראת פתרון בעיות, ומציע כמה שיטות לפתרון בעיות. אחת הסיבות לפערים בין המתמטיקה הנלמדת בבית הספר ובין המתמטיקה הנדרשת מחוץ לכיתה היא האופי האחיד "הסטריאוטיפי" של הבעיות הנלמדות בבית הספר (Gravemeijer, 1997). גם ראסל (Russell, 1996) מבקרת את הבעיות המוצגות בשיעורי מתמטיקה. היא טוענת שהבעיות אינן מייצגות את המציאות, וגם שימוש בנתונים אמיתיים אינו מתאים ומספק תמיד.

המחקר

מטרת המחקר הנוכחי היתה לבדוק כיצד מתמודדים מבוגרים בעלי זיקה למתמטיקה עם פתרון בעיה מציאותית מחיי היום-יום, האקוויוולנטית לבעיה של קנייה ומכירה של סוס, כפי שהוצגה במחקר של Maier & Burke (1967). בעוד שבמחקר (שם), השתתפו מבוגרים ללא אפיון מיוחד, הרי במחקר הנוכחי השתתפו מורות למתמטיקה בבית הספר היסודי, אקדמאים העושים הסבה להוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים, ופרחי הוראה למתמטיקה הלומדים במכללות להכשרת מורים במרכז הארץ. מטרה נוספת היתה הנגזרת ממטרה זו, להשוות כיצד שלוש האוכלוסיות שהשתתפו במחקר מתמודדות עם בעיה מציאותית מחיי היום-יום.

מתודולוגיה

מחקר כמותי בו ענו נבדקים משלוש אוכלוסיות: מורות למתמטיקה ביסודי, סטודנטים להסבה בהוראת מתמטיקה, ופרחי הוראה, על בעיה מציאותית במתמטיקה.

שאלות המחקר

א. מהו אחוז ההצלחה בפתרון בעיה מציאותית מחיי היומיום בקרב מורות למתמטיקה ביסודי, סטודנטים להסבה בהוראת מתמטיקה, ופרחי הוראה? ומהן האסטרטגיות המוליכות לפתרון שגוי של הבעיה?

ב. מה הם ההבדלים באחוזי ההצלחה בפתרון בעיה מציאותית מחיי היום-יום בין שלוש האוכלוסיות שהשתתפו במחקר?

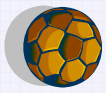
אוכלוסיית המחקר

על הבעיה ענו 87 מבוגרים. מתוכם: 34 סטודנטים להסבה בהוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים, מחציתם גברים, בטווח הגילים 30-50; 29 מורים למתמטיקה בבית הספר היסודי, שלושה מהם גברים, וכולם בטווח הגילים 30-50; ו- 24 מתכשרות להוראת מתמטיקה לבית הספר היסודי, בשנת הלימודים השלישית, בטווח הגילים 20-25.

כלי המחקר

בעיה מתמטית מציאותית מחיי היום-יום:

דני קנה כדור ב- 100 שקלים.
כעבור זמן מה מכר אותו לדנה ב- 110 שקלים. אחר כך קנה את אותו הכדור מדנה ב- 120 שקלים, ולבסוף מכר אותו לאיתי ב- 130 שקלים.
כמה הרוויח דני בכל העיסקה?
רשמו את הדרך בה הגעתם לפתרון.



אסטרטגיות לפתרון נכון של הבעיה

הבעיה מציגה מצב של קנייה ומכירה, ויש בה מצבים של רווח והפסד כספי. אפשר להתמודד עם פתרון הבעיה בשלוש אסטרטגיות שונות:

אסטרטגיה א

להתייחס לכל זוג תהליכים של קנייה ומכירה בנפרד, ולחשב את הרווח. קנה ב- 100 ש"ח, מכר ב- 110 ש"ח - הרוויח 10 ש"ח. קנה ב- 120 ש"ח, מכר ב- 130 ש"ח - הרוויח 10 ש"ח. סה"כ הרוויח 20 ש"ח.

אסטרטגיה ב

לעשות מאזן תשלומים ותקבולים משותף. קנה ב- 100 ש"ח וב- 120 ש"ח. סה"כ שילם 220 ש"ח. מכר ב- 110 ש"ח וב- 130 ש"ח. סה"כ קיבל 240 ש"ח. סה"כ הרוויח 240-220 = 20 ש"ח.

אסטרטגיה ג

לבצע חישוב של המצב הכספי בכל שלב באמצעות מספרים מכוונים.
קנה ב- 100 ש"ח ולכן נמצא ב- (-100) ש"ח.
מכר ב- 110 ש"ח. (-100) + (+110) = (+10) ש"ח.
קנה ב- 120 ש"ח. (-120) + (+10) = (-110)
מכר ב- 130 ש"ח. (+130) + (-110) = 20 ש"ח.

מהלך המחקר

כל המשתתפים בכל אחת משלוש הקבוצות קיבלו, במסגרת של שלושה מפגשים שונים, דף עם מספר בעיות אתגר, שכלל את הבעיה הנחקרת. הבעיות הנוספות ניתנו כדי ליצור אווירה של חשיבה מתאימה לפתרון, כאשר השאלה הנדונה מהווה חלק ממערך השאלות איתו מתמודדים המשתתפים. פתרון כל אחת מהבעיות לא מצריך שליטה בידע מתמטי, מעבר לנדרש מתלמידים הלומדים בביה"ס היסודי. אולם הפותרים בעיות מסוג זה נדרשים לקרוא היטב את הבעיות כדי לדעת לייצג נכון את נתוניהן, עובדה שעשוייה להכיל אסטרטגיה מתאימה לפתרון (Patkin & Gazit, 2010).

ממצאים

בלוח 1 מוצגת התפלגות אחוז התשובות הנכונות והתשובות השגויות בקרב כל המשתתפים ובקרב כל אחת משלוש האוכלוסיות.

תשובה אוכלוסייה	דני הרוויח 20 ש"ח	דני הרוויח 10 ש"ח	דני הרוויח 30 ש"ח	דני לא הרוויח כלל
כל הנבדקים (N = 87)	(61) 70.1%	(14) 16.1%	(9) 10.4%	(3) 3.4%
הסבה לחט"ב (N = 34)	(18) 52.9%	(7) 20.6%	(6) 17.6%	(3) 8.9%
מורים בביה"ס היסודי (N = 29)	(22) 75.9%	(5) 17.2%	(2) 6.9%	0
מתכשרים להוראה (N = 24)	(21) 87.5%	(2) 8.3%	(1) 4.2%	0

לוח 1: התפלגות התשובות בין שלוש קבוצות הנבדקים

1. פתרון הבעיה בכלל האוכלוסייה

הממצאים מצביעים על העובדה שרק כשני שלישים מכל הנבדקים (70.1%) השיבו נכון על הבעיה, תוך שימוש באחת משלוש האסטרטגיות לפתרון נכון של הבעיה.

כשליש מהנבדקים (29.9%) נתנו תשובה שגויה, הנובעת משלוש אסטרטגיות שגויות, המעידות על אי-הבנות הנובעות מאופיה המילולי של הבעיה:

א. **את התשובה (+10), כלומר, הרוויח 10 ש"ח, כתבו 14 נבדקים משלוש הקבוצות (16.1%).**

האסטרטגיה השגויה בה השתמשו היא לעשות מאזן ביניים בין כל שתי פעולות עוקבות של קנייה מכירה או מכירה קנייה, ולרשום את תוצאת הביניים. לדוגמה, אחד הנחקרים ענה כך:

דני קנה ב- 100 ש"ח, מכר ב- 110 ש"ח.
כלומר: 100 – 110 = (+10) ש"ח
מכר ב- 110 ש"ח, קנה ב- 120 ש"ח.
כלומר: 120 – 110 = (-10) ש"ח.
קנה ב- 120 ש"ח, מכר ב- 130 ש"ח.
כלומר: 120- 130 = (+10) ש"ח.

הטעות או התפיסה השגויה שנעשתה באסטרטגיה זו היא השימוש פעמיים בשתי הפעולות האמצעיות של תהליך המכירה והקנייה (110 ש"ח, 120 ש"ח).

ב. **את התשובה (+30), כלומר, הרוויח 30 ש"ח כתבו 9 מכלל הנבדקים (10.4%).**

האסטרטגיה השגויה בה השתמשו היתה חישוב ההפרש בין הקנייה הראשונה למכירה השנייה 130-100 = (+30) והתעלמות משתי הפעולות האמצעיות של מכירה וקנייה. (100 ש"ח, 120 ש"ח).

לדוגמה:

דני מכר בסוף התהליך ב- 130 ש"ח.
הוא קנה בתחילה ב- 100 ש"ח ולכן הרוויח 30 ש"ח.
30 = 100 – 130, כלומר הרוויח 30 ש"ח.

חשוב לציין כי בעוד שבאסטרטגיה הראשונה המובילה לפתרון שגוי השתמשו פעמיים באותה פעולה, קנייה או מכירה, הרי כאן התעלמו מאותן שתי פעולות.

ג. **שלושה נבדקים, כולם מהסבת אקדמאים להוראת המתמטיקה בחטיבת הביניים, ענו כי דני לא הרוויח ולא הפסיד**. האסטרטגיה בה נקטו היא האסטרטגיה המביאה לפתרון הנכון, וזאת כאשר יש מאזן תקבולים ותשלומים משותף. אולם למרות שעשו שימוש באסטרטגיה המביאה לפתרון הנכון, הם שגו בשלב הכנסת הנתונים למודל מתמטי וחיברו 100 עם 130 לחישוב ההוצאות ואת 110 עם 120 לחישוב ההכנסות. כך קיבלו: 230-230=0. אפשר לייחס טעות זו לחוסר קשב, ריכוז או/ו לבעיית קריאה. דוגמה:

130 + 100 = 120 + 110.
לכן דני לא הרוויח ולא הפסיד.

2. פתרון הבעיה בהשוואה בין שלוש האוכלוסיות

המשותף לשלוש הקבוצות הוא הקשרן למתמטיקה: הקבוצה של הסבת אקדמאים להוראת מתמטיקה כוללת בעלי תואר אקדמי בתחומי המתמטיקה, המדעים, מחשבים ומדעי החברה. הקבוצה של מורים בבית הספר היסודי כוללת מורים למתמטיקה, המשתתפים בהשתלמות "התמקצעות" במתמטיקה. קבוצת פרחי ההוראה לומדת במכללה להכשרת מורים במסלול מתמטיקה ליסודי.

מתוך לוח 1 אפשר לראות שאחוז ההצלחה הגבוה ביותר התקבל אצל פרחי ההוראה - 87.5%, כאשר רק שלושה מהם השתמשו באחת משתי האסטרטגיות השגויות, המוליכות לפתרון: רווח של 10 ש"ח או רווח של 30 ש"ח. לפרחי הוראה אין עדיין ניסיון בהוראת מתמטיקה, וגם אין להם ניסיון רב בחיי היום-יום, מאחר ומרביתם נמצאים בתחילת או באמצע שנות העשרים לחייהם.

רק כשלושה רבעים - 75.9%, מהמורים המלמדים מתמטיקה בבית הספר היסודי, בעלי ניסיון הוראה של יותר מ- 3 שנים, ענו נכון על שאלה זו. לאותם מורים יש ניסיון חיים רב יותר מלפרחי ההוראה, מאחר וגיל מרביתם נע בין 25 ל- 55 שנה.

שבעה מבין המורים רשמו פתרון בו השתמשו באחת משתי האסטרטגיות השגויות, כאשר הפתרון השגוי הבולט הוא (10+) ש"ח, אותו רשמו 5 מורים (17.2%). אחוז ההצלחה הנמוך ביותר התקבל אצל תלמידי הסבת אקדמאים להוראת מתמטיקה. רק קצת יותר ממחצית המשתתפים - 18 (52.9%), רשמו תשובה נכונה. שבעה (20.6%) ושישה (17.6%) מביניהם, השתמשו באחת משתי האסטרטגיות השגויות ורשמו את התוצאות (10+), (30+), בהתאמה.

רק בקבוצה זו רשמו שלושה משתתפים (8.9%) את התוצאה 0, כלומר, דני לא הרוויח ולא הפסיד. תוצאה זאת נובעת מהכנסת נתונים שגויה, לאסטרטגיה המביאה בדרך כלל לפתרון הנכון, המתבססת על עריכת מאזן הכולל את סך כל התשלומים וסך כל התקבולים. קבוצה זו של הסבת אקדמאים כוללת אנשים מבוגרים בני 30 - 50, בעלי תואר ראשון וניסיון חיים, ללא ניסיון בהוראת מתמטיקה, או למידה במוסד להכשרת מורים למתמטיקה.

לסיכום אפשר להצביע על פיזור התשובות בין שלוש האוכלוסיות באופן הבא:

87.5% מפרחי ההוראה, הנמצאים בשנים מתקדמות של הכשרה למתמטיקה, אך בעלי ניסיון חיים לא רב, הציגו פתרון נכון לבעיה. 75.9% מהמורים למתמטיקה ביסודי, בעלי ניסיון חיים גדול יותר מפרחי ההוראה, הציגו פתרון נכון לבעיה. רק 52.9% מתלמידי הסבת אקדמאים להוראת מתמטיקה, בעלי ניסיון חיים דומה לקבוצת המורים, הציגו פתרון נכון לבעיה.

דיון ומסקנות

מטרת המחקר היתה לבדוק את היכולת של מבוגרים בעלי זיקה למתמטיקה להתמודד עם בעיה מציאותית מחיי היום-יום. הבעיה שהוצגה לנבדקים דומה במבנה המתמטי לשאלה שהוצגה במחקר של Maier & Burke (1967). הבעיה שהוצגה בשני המחקרים התייחסה לקנייה ומכירה של אותו פריט (סוס שם, כדור כאן) פעמיים על-ידי אותו אדם.

במחקר שנערך בארה"ב (שם) ענו נכון על השאלה כ- 60% מהנבדקים - גברים ונשים ללא אפיון נוסף, ואילו במחקר הנוכחי ענו נכון כ- 70% מהנבדקים בעלי זיקה להוראת מתמטיקה. אפשר לראות בשתי האוכלוסיות בשני המחקרים אחוז גבוה - 40% ו- 30% בהתאמה, של נבדקים שנתנו תשובה שגויה לבעיה שאינה נראית מורכבת, למרות סיפור הבעיה המציג פעולות קנייה ומכירה בשרשרת.

התשובות השגויות שהתקבלו במחקר הנוכחי זהות לתשובות השגויות שהתקבלו במחקר של Maier & Burke (1967). גם שתי האסטרטגיות לפתרונות השגויים (הרוויח 10 ש"ח והרוויח 30 ש"ח), זהות בשני המחקרים. התשובה היוצאת דופן שניתנה, כי דני לא הרוויח ולא הפסיד, אותה נתנו שלושה נבדקים מהסבת אקדמאים במחקר זה, נובעת, כנראה, מקידוד לא נכון של הנתונים או מהבנת נקרא שגויה (Arzarello,1998).

מפילוג התשובות בשלוש האוכלוסיות נראה שדווקא הקבוצה הצעירה של פרחי הוראה במתמטיקה ביסודי, החסרה ניסיון חיים יחסית, הציגה את אחוז התשובות הנכונות הגבוה מבין שלוש הקבוצות. ייתכן ותהליך ההכשרה המעודד חשיבה, ביחד עם פתיחות וחוסר קיבעון מסייעים להתמודד עם בעיות מציאותיות המוצגות באורח לא כל-כך שגרתי. מורי המתמטיקה הציגו אחוז הצלחה נמוך יותר מזה של פרחי ההוראה.

אפשר להסביר תופעה זו בכך שלמרות הניסיון והרקע המתמטי יש למורים חסימה מחשבתית מסוימת, כאשר מדובר בבעיה הסוטה מהסגנון המקובל בהוראת מתמטיקה ביסודי. האוכלוסייה בעלת אחוז ההצלחה הנמוך ביותר הייתה זו של הסבת אקדמאים להוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים. לרובם רקע אקדמי בתחום המתמטיקה, המדעים, ההנדסה והמחשבים, ודווקא הם השתמשו באלגוריתמים שגויים לפתרון הבעיה יותר מהקבוצות האחרות. אפשר להסביר תופעה זו בקיבעון מחשבתי הנגרם מניסיון לפתור את הבעיה בתהליך חשיבה אינטואיטיבי-מיידי, ולא בתהליך אנליטי-בשלבים, מאחר והבעיה נראתה קלה ופשוטה לפתרון.

הן המורים והן הסטודנטים להסבה מהווים קבוצת גיל מובחנת, בהשוואה לפרחי ההוראה הצעירים. ממצא זה המתייחס אמנם לפתרון בעיות במתמטיקה, סותר ממצאי מחקר בו התברר שבוגרים בגיל מתקדם פותרים טוב יותר בעיות מחיי היום-יום מאשר בוגרים צעירים (Blanchard-Fields, Meinaltowski & Baldi Sear, 2007).

לסיכום , אפשר לראות שגם התמודדות עם בעיה מציאותית מחיי יום-יום המתקשרת לתחום של קנייה ומכירה גורמת למחסום קוגניטיבי, כאשר מדובר בבעיה שיש בה סממן לא שגרתי של הצגת הנתונים, אך אין בהצגת נתונים זו "עוקץ" או "טריק" שצריך לפענח או לעקוף. על-ידי ייצוג נכון של הבעיה אפשר לפתור אותה בקלות יחסית, ללא שימוש במשוואות או אלגוריתמים מיוחדים נדרשים.

מקורות

גזית, א' (2004a). הוראת מתמטיקה, יופי ועניין - הילכו יחדיו בלתי אם נועדו? בתוך ש' גורי-רוזנבליט (עורכת), *מורים בעולם משתנה*, (עמ' 356-389). האוניברסיטה הפתוחה.

גזית, א' (2004b). נגר, טרקטורים וחיידקים לפיתוח חשיבה לוגית מתמטית. *החינוך וסביבו - שנתון מכללת סמינר הקיבוצים*, כ"ו, 245-250.

גזית, א' (2010). המקרה המוזר של קומה ארבע וחצי - כיצד מתמודדים תלמידי ג-ו עם פתרון בעיה מציאותית. *החינוך וסביבו - שנתון מכללת סמינר הקיבוצים*, ל"ב, 105-117.

פויה, ג' (1961). *כיצד פותרין*. אוצר המורה.

Asman, D., & Markovits, Z. (2001). The Use of Real World Knowledge in Solving Mathematical Problems, In M. van den Heuvel -Panhuizen, (Ed.), *Proceedings of the 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol, 2*, (pp. 65- 72). The Netherlands.

Arzarello, F. (1998). The role of natural language in pre-algebraic and algebraic thinking. In H. Steinberg, M. Bussi, & A. Sierpinska, (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom,* (pp. 249-261). NCTM, Reston, Virginia.

Blanchard-Fields, F., Meinaltowski, A., & Baldi Sear, R. (2007). Age Differences in Everyday Problem-Solving Effectiveness: Older Adults Select More Effective Strategies for Interpersonal Problems. *The Journals of Gerontology. 62 B(1)*, 61-64.

Bruer, J. T. (1994). How children learn. *Executive Educator*, *16* (8), 32-36.

Cobb, P., Yackel, E., & McClain, K. (Eds.), (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classroom.* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Gravemeijer, K. (1997). Mediating Between Concrete and Abstract. In T. Nunes, & P. Bryant, (Eds.), *Learning and Teaching Mathematics. An International Perspective*, (pp.315-345). Hove, East Sussex: Psychology Press Ltd.

Jozwiak, J. (2004). Teaching problems-solving skills to adults. *Journal of Adult Education*, *33* (1), 19-34.

Maier, N. R. F., & Burke, R. J. (1967). Response availability as a factor in the problem-solving performance of males and females. *Journal of Personality and Social Psychology, 5*, 304-310.

Marshall, S.P. (1995). *Schema in problem solving*. Cambridge: Cambridge University Press.

Patkin, D., & Gazit, A. (2010). Effect of story problems, different word formulation and mathematical characteristics on mathematics pre-service teachers and practicing teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* (to be published).

Russell, S. J. (1996). Changing the elementary mathematics curriculum: Obstacles and challenges. In D. Zhang, T. Sawada, & J. P. Becker (Eds.), *Proceedings of the China-Japan-U.S. Seminar on Mathematics Education* (pp. 174-189). Carbondale: Board of Trustees of Southern Illinois University.

על כותבי המאמר:

ד"ר אביקם גזית

מרצה לחינוך מתמטי במכללת סמינר הקיבוצים ובית ברל, וחבר סגל המחלקה לחינוך ולפסיכולוגיה באוניברסיטה הפתוחה. הוציא לאור שלושה ספרים שעניינם אתגרי חשיבה מתמטיים, ספר על תולדות המתמטיקה וספר שירה.

ד"ר דורית פטקין

מרצה לחינוך מתמטי במכללת סמינר הקיבוצים בתל-אביב, מדריכה מורים ופרחי הוראה. בעלת ניסיון עשיר בדרכי הוראה, ובטיפול בטעויות ובתפיסות מוטעות של תלמידים במתמטיקה.