



האם אפשר בלי שברים פשוטים? – לא, אבל ... חלק א: העשרוניים כנתיב להבנת השבר הפשוט

נצה מובשוביץ-הדר ואיליה סיניצקי

God made the integers, all else is the work of man. Leopold Kronecker

מבוא

כידוע הקשיים בהבנת המספרים הרציונליים הם רבים, והחיפוש אחר דרכים להתמודד עמם הוא סוגיה המעסיקה את הקהילייה המחקרית ואת ציבור מורי המורים והמורים כאחד (ברש ואח', 2006).

לפי תכנית הלימודים בישראל (משרד החינוך, התרבות והספורט, 2006) ובמרבית ארצות העולם (למשל, UK, 1999; NCTM, 2000) - מושגים ראשונים על השבר הפשוט נלמדים במקביל להוראת המספרים הטבעיים ושיטת המנייה באמצעותם. ליתר פירוט, בכיתות א-ג מכירים את החצי, את הרבע ואת יתר שברי

היחידה $(\frac{1}{n})$ ופותרים שאלות כגון: כמה חמישיות יש ב-3 שלמים? איזה חלק של שעה הוא דקה? כמה הוא שליש של 21? בכיתות ד-ה עוברים

למכלול השברים ה'אמתיים' מסוג $\frac{1}{17}$, $\frac{9}{32}$,

והשברים ה'מדומים' מסוג $\frac{25}{3}$, $\frac{20}{4}$. כמו-כן

עוסקים בפעולות חיבור וחסור של מספרים מעורבים, ורק אחר-כך בכיתה ה מגיעים להצגת השבר כעשרוני¹. בכיתה ו, לאחר הרחבת ההיכרות עם העשרוניים, משלימים את המושג יחס ואת הכפל והחילוק במספרים רציונליים, כולל אחוזים.

תכנית זו נוקטת בגישה הפילוגנטית, הקובעת שהלמידה בדרך כלל טוב לה שתעקוב אחר ההתפתחות ההיסטורית. אכן, ההיסטוריה של המתמטיקה מלמדת שהשבר הפשוט נמצא בשימוש הרבה לפני השבר העשרוני. השבר העשרוני הוא הרחבה של המבנה העשורי של המספרים הטבעיים, שהוכנס לשימוש שיטתי רק

בימי הביניים בידי סְטֵיין (Struik, 1967; Boyer, 1991) אף כי היו בשימוש עוד קודם (שם), ואילו השבר הפשוט מופיע כבר בכתב ההירוגליפים המצרי (סטוארט, 2011) בתקופת הממלכה העתיקה 2,700-2,200 לפנה"ס.

¹ ראו הגדרות של המונחים הנזכרים, למשל, אצל סיניצקי (2012).

הפוזיציה ובמבנה העשורי של המספרים השלמים החיוביים בגבול ה-1,000. מכאן להמשיך בכיתות ג-ה אל פעולות החשבון בעשרוניים, בהקבלה מלאה לפעולות החשבון בשלמים החיוביים. רק אחרי מיצוי ההבנה בתחום זה – לחזור בכיתות ה-ו אל השברים הפשוטים ואל המושג יחס. הרציונל לגישה המוצעת מופיע להלן.

רציונל

ההצעה הנזכרת לעיל להסתפק בהיכרות ראשונית עם השברים הפשוטים, ולעבור אל ההצגה העשרונית של המספר הרציונלי לפני העמקה בשברים הפשוטים, נשענת על הנימוקים הבאים:

א. החלוקה של השלם לחלקים שווים - לשניים, לשלושה, לארבעה ואפילו לחמישה חלקים - היא "חלק מהחיים". כבר מגיל צעיר הילד מכיר את החצי, את השליש, את הרבע ואולי גם חמישית, וביסוס המושגים הללו בכיתות א-ב הוא אכן חלק מתכנית הלימודים. ואולם

העיסוק בשברים כגון $\frac{3}{5}$ או $\frac{4}{7}$ הוא זר

מוזר (על אחת כמה וכמה $\frac{8}{25}$ או $\frac{11}{19}$).

הקדמת העיסוק בהצגה העשרונית לפני העיסוק בשברים "מוזרים" כאלה, מספקת יריעה רחבה להוראה וללמידה משמעותית של המושג שבר, ושל המספרים הרציונליים ופעולות החשבון ביניהם, לרבות המושג אחוז.

ב. המהלך הקיים של הוראת המספרים הרציונליים (הלא-שליליים) בהצגתם על-ידי שברים פשוטים, מתבסס על חלוקת היחידה לחלקים שווים, **שמספרם משתנה מחלוקה לחלוקה** (שני חלקים לקבלת חצאים, שלושה חלקים לקבלת שלישים, ארבעה חלקים לקבלת רבעים וכך הלאה). בהצגת השבר

לעומת הגישה הפילוגנטית קיימת הגישה האונטוגנטית, לפיה כיום, כשהידע המתמטי כבר עבר את כל מסלול ההתפתחות שלו, אפשר ואף רצוי לבחור דרכי הוראה על-פי ההיגיון הדידקטי ולא דווקא על-פי ההתפתחות ההיסטורית (Learning and unlearning math, 2012).

זאת במיוחד באותם נושאים בהם ידוע שתלמידים מתקשים. שברים הוא אחד הנושאים האלה. תוצאות המבחנים הבין-לאומיים משנות התשעים בתחום השברים, מלמדות שההישגים בנושא שברים פשוטים בכיתה ד נמוכים בהרבה מההישגים בנושאים מתמטיים אחרים הנלמדים עד כיתה ד (מובשוביץ-הדר, 1997). במבחני המיצ"ב בישראל לכיתה ה שבהם נבדקו, בין היתר, ההישגים בנוגע לשתי פעולות חשבון בשברים (חיבור וחיסור), התקבלו "בעיקר פתרונות טכניים ללא שימוש בתובנה" (הפיקוח, 2008).

נרצה אפוא לשאול את עצמנו: האם מהלך של הוראת המבנה העשורי של המספרים הרציונליים (ובמיוחד אלה שבין 0 ל-1, כלומר, החלק שנמצא "אחרי הנקודה העשרונית") לפני העמקה בהיכרות עם מגוון השברים הפשוטים (ובמיוחד השברים ה'אמתיים', כלומר, אלה שבין 0 ל-1), עשוי להיות מהלך דידיקטי מועיל? אנו מוצאים תימוכין להצגת שאלה פרובוקטיבית כזאת באמרתו של ליאופולד קרונקר המופיעה כמוטו בראש המאמר.

בגישה שאנו מעלים כאן לשיקול דעת, הרעיון המרכזי הוא להסתפק בהיכרות עם השברים הפשוטים על-פי התכנית הקיימת לכיתות א-ב, ואז לעבור להיכרות עם המספרים העשרוניים. בכיתה ג להוסיף את שלושת השברים הפשוטים: עשירית, מאית ואלפית, ולעבור מכאן אל הכתיב העשרוני של עשיריות, מאיות ואלפיות. זאת כהרחבה לפרק הנלמד כיום, העוסק בשיטת

יתרה מזאת, בשלב מתקדם יותר העיסוק בהצגה העשרונית של המספר הרציונלי סולל את הדרך **למתן משמעות נוספת לשברים הפשוטים** למיניהם, כאשר רוצים לחזור ולעסוק בהם. במקום לטפל ב- $\frac{3}{5}$ כשבר

המציג שלושה חלקי היחידה שכל אחד מהם הוא חמישית, יש כעת אפשרות להציגו גם כמנת החילוק של 3 לחמישה חלקים שווים וקבלת 0.6, בתהליך הדומה לתהליך המוכר של חילוק. אפילו שבר כמו $\frac{4}{7}$ מקבל הצגה

עשרונית מובנת לתלמיד על-ידי ביצוע החילוק של 4 ל-7 עד המקום השני או השלישי אחרי הנקודה העשרונית (עם שארית).

אפילו הסימול עצמו של השבר הפשוט המתבצע מלמעלה למטה (ולא משמאל לימין) בנוסף לכך שהוא מורכב לא רק משני מספרים, אלא גם מקו אופקי המפריד ביניהם, הוא סימול בעייתי לאימוץ. לעומת זאת הסימול של העשרוניים הוא הרחבה טבעית של הסימול של המספרים הטבעיים.

אף כי קיימות דרכים אחדות להשוואה בין שני שברים פשוטים כמו $\frac{3}{5}$ ו- $\frac{4}{7}$, ללא

שימוש בהצגה העשרונית שלהם, כל אחת מהן כרוכה בקושי מושגי ותהליכי. לעומת זאת, הקדמת ההיכרות עם ההצגה העשרונית מאפשרת השוואה בנקל על-ידי מעבר להצגות העשרוניות (היחידות!) שלהם והשוואה ביניהן, אף כי גם כאן מתעוררים כמובן קשיים מסוימים.

לבסוף, ולא פחות חשוב מכול, כל אחת מ**פעולות החשבון** בין שברים פשוטים מעוררת קשיים חדשים משלה, בעוד שפעולות החשבון בעשרוניים הן יותר נגישות

ה. כמספר עשרוני, החלוקה היא **למספר קבוע של חלקים**. תחילה מחלקים את היחידה לעשרה חלקים שווים. בהמשך מחלקים את חלקי היחידה שוב לעשרה חלקים שווים וחוזר חלילה.

ג. מספר רציונלי מוגדר כמנת החילוק של שני מספרים שלמים בתנאי שהמחלק שונה מאפס. במקרים מסוימים מנה זאת זהה למספר שלם (למשל $2=4:8$), ובמקרים רבים זהו אובייקט חדש, מספר לא-שלם (למשל, $\frac{1}{2}=4:8$). בכל המקרים למספר רציונלי יש

הצגות רבות כאלה (למשל $\frac{1}{2}=3:6=4:8$).

לעומת זאת, ההצגה העשרונית של מספר רציונלי היא **הצגה יחידה** (עד כדי השוויון בין 0.5 ל-0.50, 0.500 וכדומה).

ד. המהלך של הצגת המספרים הרציונליים כשברים פשוטים, כמקובל כיום, מתנהל במקביל למהלך ההוראה של המספרים הטבעיים. **שני המהלכים מתנהלים כל אחד לחוד** כמעט בלי קשר ביניהם. **מצד אחד**, מתחילים בחשבון בתחום העשרת הראשונה, מרחיבים ל"שבירת העשרת", עוברים לחשבון בגבול המאה, מרחיבים לתחום האלף, הרבבה ועד למיליון ומכירים את המבנה העשורי של המספרים הטבעיים.

ז. **מצד אחר**, בנושא נפרד ודי מרוחק, לומדים על השברים הפשוטים. אין כל זיקה בין המבנה העשורי של הטבעיים לבין העיסוק בשברים. מכל האמור לעיל מתבקשת מאוד הקדמת העיסוק בהצגה העשרונית של המספרים הרציונליים **בשילוב עם** ההרחבה ההדרגתית הנזכרת של המבנה העשורי של המספרים הטבעיים.

ח.

Matematika v shkolah Ukrainy, 2012; Ministerstvo Obrazovaniya Respubliki (Belarus, 2009).

בצרפת ובחבל אונטריו בקנדה שם צרפתית היא השפה המדוברת (Ministry of Education of Ontario, 2005), גם אם תכניות הלימודים אינן מחייבות סדר זה או אחר, מסמכים נלווים מצביעים על כך שהפרקטיקה המקובלת בארצות אלו היא הוראת השבר הפשוט תחילה (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2008) והנימוק הוא (Université Virtuelle Paris 5, 2005):

"בתכנית הלימודים הרשמית של בית הספר היסודי מומלץ להתחיל בשברים פשוטים לפני המספרים העשרוניים... מדוע בחירה כזאת? רק בגלל שבכל הכישורים שנלמדו במסגרת לימוד על שברים פשוטים ניתן להשתמש כאשר לומדים על מספרים עשרוניים" (תרגום של המחברים).

בראשית האלף השלישי פיתח לורנס ספקטור (Spector, 2001) אתר המלווה הוראה מתקנת של אריתמטיקה במכללת ערב למבוגרים בניו יורק. ספקטור, המכוון לצורכי האוכלוסייה שהקורס מיועד עבורה, מתמקד בהיבט החישובי (בניגוד להיבט קונצפטואלי). הוא מציג את העשרוניים ואת הפעולות ביניהם הרבה לפני הכנסת השבר הפשוט, וטוען (בהתכתבות אישית אתו) שההצלחה מאירה לו פנים. ניסיון דומה מתנהל במדינת טקסס (TAMEST, 2008).

במקומות אחדים בארה"ב מתנהלים לאחרונה מחקרים השוואתיים עם סינגפור ויפן. כתוצאה מכך, בין היתר נעשים ניסיונות להקדים את הוראת המספר העשרוני להוראת השבר הפשוט, כמקובל ביפן (Lesson Study Group Chicago, 2009).

בשנות השבעים של המאה ה-20, כאשר האמריקנים והאנגלים עסקו במעבר לשיטה

כי הן מהוות הרחבה פשוטה של הפעולות המוכרות בין המספרים הטבעיים, והקשיים בהקשר זה הם לכן פחותים בהרבה.

מהנעשה בעולם בשאלה הנדונה

בכל המדינות (מעל 60) שהשתתפו ב-TIMSS 2007, למעט אחת (יפן) הוראת השבר הפשוט קודמת להוראת השבר העשרוני (Mullis et al, 2008).

מבדיקת תכניות לימודים ארציות ומקומיות המקובלות כיום במדינות דוברות אנגלית, כגון, אוסטרליה (למשל Board of Studies NSW, 2002), אירלנד (NCCA, 1999), בריטניה (Cramer, Behr, Post & Lesh, 2009), הונג-קונג (Educational Bureau, n. d.), סינגפור (Curriculum Planning and Development Division, 2006) ומדינות רבות בארצות הברית, עולה כי בכולן מקובלת הגישה הפילוגנטית, היינו שברים פשוטים נלמדים לפני עשרוניים. היטיבו לציין את המטרה של גישה זו עורכי תכנית הלימודים של הונג-קונג שקבעו כי העשרוניים מהווים דרך חלופית לרישום של שברים (Educational Bureau, n. d.).

בסינגפור ממליצים להתחיל מהשברים הפשוטים, ופעולות חיבור וחסור ביניהם, אך את לימוד המשמעויות המתקדמות יותר של השבר הפשוט (כמנת חילוק) מומלץ לדחות לאחר היכרות עם העשרוניים (Curriculum Planning and Development Division, 2006).

בארה"ב ברוב המקרים הוראת השבר הפשוט קודמת להוראת המספרים העשרוניים.

התמונה דומה ברוסיה (Ministerstvo Obrazovaniya i Nauki, 2012) ובמדינות של ברה"מ לשעבר (Estonian Ministry of Education and Research, 2011);

קבוצה זו, הנבנית בהקבלה למבנה העשורי של המספרים הטבעיים מצטרפת אל הטבעיים. בקבוצה המורחבת, מתאפשרת הבנה של ההצגה העשרונית של המספרים הרציונליים החיוביים (שלמים ושברים). בדרך זו אפשר להקל מאוד בשני קשיים ידועים בלימוד השברים. קושי אחד נעוץ בהשוואה בין שני שברים, וקושי אחר נעוץ בביצוע פעולות החשבון ביניהם.

לאחר רכישת שליטה בהשוואת שברים עשרוניים, בביצוע פעולות החשבון במספרים העשרוניים ובמושגים הנוגעים ליחס ולאחוזים, המעבר אל השבר הפשוט נפתח בהצגת הקבוצה המיוחדת המזכרת לעיל כשברים שמכניהם הם חזקות של 10 תוך הדגשת חלקי היחידה המתאימים. מכאן עוברים לטיפול בשברים הפשוטים שמכניהם שונים מחזקות של 10. דרך זו עשויה להקל על לימוד השבר הפשוט הן משום שיש לתלמידים "עוגן עשרוני" להישען עליו והן משום שהם כבר בוגרים יותר. יש בכך משום הצמחה של השבר הפשוט והמושגים הנלווים אליו לעומת הצנחתם בשלבים מוקדמים מדי.

השינוי המוצע לגמרי לא פעוט. אדרבה, זוהי כמעט "מהפכה", ואי-אפשר להעלות על הדעת הכנסתה רק על בסיס של השיקולים הנזכרים במאמר, יהיו משכנעים ככל שיהיו. הכרחי להכין תכנית מפורטת (ר' הצעתנו ב- סיניצקי, מובשוביץ-הדר, 2013) ובהמשך לכך לבצע ניסוי שיבדוק את הדברים הלכה למעשה. אלא שניסוי כזה, גם אם ייעשה במספר מוגבל של כיתות, מצריך הכנה של חומרי הוראה ולמידה חדשים לכיתות ג-ו, ומחויבות של מורים לארבע שנות הוראה ניסויית של ליווי כיתה ג מתחילת הניסוי ועד סופו בכיתה ו.

הקהילייה המקצועית יחד עם מערכת החינוך צריכות לתת את הדעת הן להכשרת המורים לכך, הן לשינויים שיתבקשו כתוצאה מהניסוי במבחני

המטרית, נוצר לחץ להקדים את לימוד המספר העשרוני ולהרחיבו. שאלת הסדר בין הוראת השבר הפשוט לבין הוראת המספר העשרוני קיבלה משנה חשיבות (Berryman, 1972; Payne, 1980).

פיין (Payne, 1980) כתב שהשתתף בוויכוחים רבים על מה קודם למה – השבר הפשוט או המספר העשרוני. לדעתו, השאלה העיקרית איננה מה צריך לבוא קודם, אלא מה המשמעות שאנו רוצים שהילדים יפתחו ויתנו לשברים ולמספרים העשרוניים. עוד מוסיף פיין כי המחקר על תפישת המושגים: 'שברים' ו'מספרים עשרוניים' משכנע אותו שלא אופן הסימול הוא מוקד הקושי. לדעתו יש לשפר את איכות הרעיונות הכמותיים שאנו עוזרים לילדים לבנות, ולשם כך יש להקדיש תשומת לב רבה למושג 'יחידה', לחלוקת היחידה לחלקים שווים ולשימוש בשמות מילוליים לפני שימוש בסמלים.

גם בישראל יצאו לאור חוברות ובהן ניסיון לעבור מהשלמים ישירות אל העשרוניים (חורין ושניר, 1999; חורין ודרור, 2005). חוברות אלה הותאמו לתכנית הלימודים במתמטיקה של החינוך המיוחד ומיועדות להקנות לאוכלוסיית המטרה הבנה שימושית במספרים העשרוניים בחיי היום-יום, בעיקר בתשלומי כספים ובמדידת מרחקים, תוך ויתור ביודעין על הוראה שיטתית של השבר הפשוט. לא מצאנו תיעוד של מעקב אחר תוצאות השימוש בחוברות אלו.

לסיכום - הסיכוי והסיכון בגישה המוצעת

ההצעה המוצגת במאמר זה דוחה את הטיפול בשברים הפשוטים על מנת לבסס תחילה את המושג שבר כחלק היחידה, על-ידי טיפול בקבוצה מיוחדת של שברים – העשיריות, המאיות והאלפיות, כלומר, שברים שמתקבלים מחלוקת היחידה לחזקות של 10 וריבוי שלהן, כגון: 0.1, 0.01, 0.001 וגם 0.7, 0.45, 0.398 וכדומה.

המיצ"ב, על מנת שתלמידי הניסוי יוכלו לגשת אליהם, והן למתן מענה לשאלות לוגיסטיות, כגון, מעבר של תלמידים מכיתה לכיתה באותו בית ספר או מבית ספר לבית ספר. הדרך ארוכה. הצעד הראשון הוא לפרוש את התכנית לפרטיה. הצעה שלנו בעניין מופיעה בגיליון זה, בחלק ב של המאמר (סיניצקי, מובשוביץ-הדר, 2013).

אנו מקווים כי בהמשך לכך יתעורר דיון מקצועי בקרב הקהילה שיוביל לבדיקה מעמיקה של הרעיון המוצע, ושל הדרכים והאמצעים ליישומו.

מקורות

- ברש א', תירוש, ד', פישביין, א', אזהרי, נ', קליין, ר', שני, ב', ארליך, ע' (2006). [גישות שונות להצגת מושג השבר ושוויון שברים](#). מתוך: ב' אילני, וג' אוברמן (עורכים), [שברים פשוטים ומספרים עשרוניים – מודולה בסיס](#). המרכז הארצי להוראת מתמטיקה, מל"מ.
- משרד החינוך, התרבות והספורט, (2006). [תכנית לימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים](#). ירושלים: המזכירות הפדגוגית, האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים. אוחר לאחרונה 19.11.2012.
- הפיקוח על המתמטיקה בישראל, (2008). [מיצ"ב לכיתה ה' במתמטיקה. מסקנות פדגוגיות – אלגוריתמים בשברים](#).
- חורין, נ', שניר, נ' (1999). [משלמים לעשרוניים](#) (לתלמיד, למורה). תל-אביב: הוצאת מעלות בע"מ.
- חורין, נ', דרור, ת' (2005). [עשרוניים תחילה](#) (לתלמיד, למורה). תל-אביב: הוצאת ספרים יסוד.
- מובשוביץ-הדר, נ' (1997). [המחקר הבינלאומי השלישי להערכת הישגים במתמטיקה ובמדעים - מבחר תוצאות לביה"ס היסודי בישראל ובמדינות אחרות](#). על"ה, 22, 29-46.
- סטוארט, א' (2011). [לאלף את האינסוף – סיפורה של המתמטיקה](#). (מאנגלית: נ. מובשוביץ-הדר), פרק 1: הולדת המספרים. תל-אביב: ספרי עליית-הגג וידעות ספרים.
- סיניצקי, א' (2012). [מערכות מספרים – מספרים רציונליים, מונחון למורים](#). מרכז ארצי להוראת המתמטיקה בבית הספר היסודי, 1-11.
- סיניצקי, א', ומובשוביץ-הדר, נ' (2013). האם אפשר בלי שברים פשוטים? – הצעה להקדמת ההוראה של המספר העשרוני לפני השבר הפשוט. [מספר חזק 2000](#), גיליון 24, 29-40.
- Berryman, J. (1972). [Decimals before Fractions](#). *Mathematics in School*. 1(5), 18-20.
- Board of Studies NSW. (2006). *Mathematics K-6. Syllabus 2002*.

- Boyer, C. (1991). [*A History of Mathematics*](#).(pp.18-316). N. Y:John Wiley & Sons.
- Cramer, K., Behr, M., Post T., & Lesh, R. (2009). *Rational Number Project: Initial Fraction Ideas*.
- Curriculum Planning and Development Division (2006). [*Mathematics Syllabus Primary*](#).
- Educational Bureau (n. d.). [*Primary Education Curriculum*](#).
- Estonian Ministry of Education and Research (2011). [*Gosudarstvennaya programma obucheniya dlya osnovnoj shkoly. Prilozhenie 3. Matematika*](#).
- Learning and Unlearning Math, (2012). [*"Ontogeny recapitulates phylogeny" in math education*](#).
- Lesson Study Group Chicago (2009). [*Mathematics Lesson Plan for 3rd Grade - Decimals*](#).
- http://matematukrschko.3dn.ru/news/proekt_navchalnikh_program_z_matematiki_dlja_5_9_klasiv_zagalnoosvitnikh_navchalnikh_zakladiv/2012-06-19-64
- Ministerstvo obrazovaniya i nauki (2012). [*Primernaya programma osnovnogo obchshego obrazovaniya po matematike*](#).
- [*Ministerstvo Obrazovaniya Respubliki Belarus. \(2009\). Uchebnaja programma dlja obweobrazovatel'nyh zavedenij s russkim jazykom obuchenija. Matamatika. 5-11 klassy.*](#)
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2008). [*Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année. Numération et sens du nombre. Fascicule 2 : Fractions. Fascicule 3 : Nombres décimaux et pourcentages.*](#)
- Ministry of Education of Ontario. (2005). [*The Ontario Curriculum Grades 1-8: Mathematics, 2005 \(revised\)*](#).
- Mullis, I., Martin, M., Olson, J., Berger, D., Milne, D.& Stanco, G. (Eds.), (2008). *Timss 2007 Encyclopedia: A Guide to Mathematics and Science Education around the World (Volumes 1 and 2)*. Publisher: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College. ISBN: 1-889938-47-5.
- NCCA (1999). [*Primary School Curriculum. Mathematics Curriculum*](#).
- NCTM, (2000). [*Principles and Standards for School Mathematics. Math Standards and expectations, Number and Operations Standard, Grade 3-5 expectations.*](#)
- Payne, J. N. (1980). [*Sense and Nonsense about Fractions and Decimals One Point of View. Arithmetic Teacher, 27\(5\), 5-7.*](#)

Spector, L. (2001). *The Math Page: Skill in Arithmetic*.

Struik, D. (1967). *A concise History of Mathematics*, (p. 95). New York: Dover.

TAMEST (2008). [The Next Frontier: World Class Math and Science Education for Texas](#).

UK Department for Education and Employment (1999). [The National Curriculum for England, Primary Curriculum, Mathematics key stage, 2](#), (p.22).

Université Virtuelle Paris 5. (2005). [Question pédagogique](#) :
Est-il préférable de commencer par introduire les fractions avant les nombres décimaux ou l'inverse?

פרופ' איליה סיניצקי
 מרצה למתמטיקה
 ולהוראת מתמטיקה
 במכללות להכשרת
 מורים ובהשתלמויות
 מורים.
 מתמחה בחקר תהליכי
 חשיבה מתמטית
 ובפיתוח דרכי הוראת
 מתמטיקה לתלמידים
 ולפרחי הוראה.



פרופ' נצה מובשוביץ-הדר
 עוסקת שנים רבות במחקר
 ופיתוח בתחום החינוך המתמטי,
 הקימה בטכניון את "קשר חם" –
 מרכז מו"פ לחינוך מתמטי
 ועומדת בראשו. בשנים
 האחרונות נותנת הרצאות
 במתמטיקה לציבור
 הרחב. הייתה היועצת המדעית
 לסדרה הדרמטית-מתמטית
 "חשבון פשוט" של הטלוויזיה
 הלימודית, כיהנה כראש
 המחלקה להוראת המדעים
 בטכניון וניהלה את המוזיאון
 הלאומי למדע בחיפה.

