

במה מחקרית

זיהוי גבהים במשולשים וזמני התגובה לזיהויים בקרב תלמידי כיתות ו'

ד"ר נאדר חילף

ראש התמחות מתמטיקה,
המכללה האקדמית לחינוך ע"ש קיי

ד"ר מחמד אבו נג'א

מרצה למתמטיקה,
המכללה האקדמית לחינוך ע"ש קיי



זיהוי גבהים במשולשים וזמני התגובה לזיהויים בקרב תלמידי כיתות ו'

נאדר חילף ומחמד אבו נג'א

תקציר

המושג "גובה במשולש" הוא אחד המושגים החשובים והמרכזיים בגיאומטריה. קיימים קשיים בתפיסת המושג "גובה במשולש" וקיימות תפיסות מוטעות אצל תלמידים רבים בהבנת מושג זה. במחקרים שונים שבדקו את תפיסת מושג "הגובה במשולש" אצל ילדים, נמצא שתלמידים מתקשים בזיהוי גבהים במשולשים ובמיוחד במשולשים קהי זווית, שבהם הגובה נמצא מחוץ למשולש. אחד ההסברים לממצאים אלה הוא קיומו של דימוי אינטואיטיבי של המושג "גובה במשולש", לפיו הגובה חייב להימצא בתוך המשולש, וכל קטע אשר סותר דימוי זה איננו נחשב כגובה במשולש.

מטרתו של מחקר זה היא לבדוק, האם דימוי מושג הגובה ממשיך להשפיע על שיפוטי התלמידים ועל זמן התגובה שלהם גם לאחר למידה. במסגרת המחקר נבדקו תלמידי כיתה ו' שלמדו את המושג "גובה במשולש", ולכן הם היו אמורים לזהות נכון קטעים במשולש שהם "גובה" וקטעים שהם "לא גובה" במשולש.

מהממצאים עולה, שדימוי המושג "גובה במשולש" ממשיך להשפיע גם לאחר למידה פורמאלית ומפריע לתלמידים במהלך הזיהוי של הקטעים כ"גובה" במשולש או "לא גובה" במשולש. ככל הנראה נוצרת סתירה בין תשובות המתבססות על דימוי המושג, לבין תשובות המתבססות על הלמידה הפורמאלית. סתירה זו מהווה הפרעה אצל התלמידים. הצורך ליישב סתירה זו דורש ביצוע צעדים מנטאליים נוספים אשר מתבטאים בהארכת זמן התגובה.

רקע תיאורטי

הגיאומטריה היא תחום מרכזי בלימודי המתמטיקה (Lester, 2007). כבר מגיל צעיר ילדים נפגשים בצורות

גיאומטריות פשוטות, וביניהן הם נפגשים עם משולשים. בבית הספר היסודי עוסקים במיון משולשים ובהכרת קווים מיוחדים במשולשים (משרד החינוך והתרבות, 2006). בעבודה זו נתייחס לאחד הקווים המיוחדים במשולש - גובה.

הגדרת המושג גובה במשולש: "גובה במשולש הוא קטע שיוצא מהקודקוד ומאונך לצלע ממולו או להמשכה" (אלברט, לינצ'בסקי וכהן, 1992).

המחקר יתמקד בזיהוי גבהים במשולשים קהי זווית. וינר (Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1991; Vinner & Hershkowitz, 1983a) מבדיל בין שני היבטים הקשורים למושג הנ"ל:

1. הגדרתו הפורמאלית של המושג (Concept definition) - הגדרה מילולית שניתן ללמוד אותה בעל-פה.
2. יצירת תמונות מנטאליות שהלומד יוצר בהקשר למושג (Concept image).

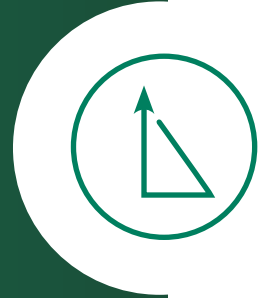
אחד המושגים באמצעותו וינר הדגים את התיאוריה שלו הוא מושג הגובה במשולש.

בדרך כלל נתפס המושג גובה במונחי "הפיסי" - אנך לרצפה או לתחתית הדף וכדומה. הקושי של תלמידים בתפיסת מושג הגובה במשולש נובע מכך שהוא כולל בתוכו שתי תכונות:

1. הגובה חייב להיות מאונך לצלע.
2. הגובה חייב לצאת מן הקודקוד.

בעיה נוספת בתפיסת המושג גובה היא אפשרות קיומו של גובה מחוץ למשולש. בדרך כלל נוצר דימוי של גובה אצל התלמידים כקטע בתוך המשולש (Hershkowitz, 1989).

Gutierrez & Jaime (1999), מצאו בדימוי המושג (Concept image), על-פי המודל של וינר, טעויות



שאלות המחקר

- במחקר זה אנו מנסים לחפש תשובות לשאלות הבאות:
1. האם אחוז התשובות הנכונות למטלות זיהוי קטעים כגבהים, גבוה יותר לגבי גבהים המצויים בתוך משולשים מאשר לגבי גבהים המצויים מחוץ למשולשים?
 2. האם אחוז התשובות הנכונות לזיהוי קטעים שאינם גבהים המצויים מחוץ למשולשים, גבוה יותר מאשר קטעים שאינם גבהים המצויים בתוך משולשים?
 3. האם זמן התגובה לזיהוי גבהים המצויים מחוץ למשולשים, יהיה גבוה מזה של זיהוי גבהים בתוך משולשים?
 4. האם זמן התגובה לקביעה שקטעים שאינם גבהים המצויים מחוץ למשולשים אינם גבהים, יהיה קצר מזמן התגובה לקביעה שקטעים שאינם גבהים המצויים בתוך משולשים אינם גבהים?

מתודולוגיה

אוכלוסיית המחקר

במחקר נבדקו 75 תלמידים מכיתות ו' בבית ספר יסודי בצפון הארץ. אוכלוסייה זו נבחרה מכיוון שתלמידים אלו כבר עסקו בנושא בניית גבהים במשולש ובזיהוים.

כלי המחקר

במחקר זה הוצג לנבדקים שאלון ממוחשב. בשאלון הממוחשב נעשה שימוש בתוכנה למדידת זמן התגובה (Superlab). לתוך התוכנה הוטענו 48 משולשים: שמונה המשולשים הראשונים היו לצורך תרגול בלבד ולא נכללו בעיבוד וניתוח הנתונים. 40 המשולשים האחרים היו קהי זווית, ושימשו למחקר. בכל משולש קהי זווית היה קטע בצבע אדום. במחצית מהצורות (20 משולשים) קטע זה היה גובה ובמחצית מהצורות (20 משולשים) קטע זה לא היה גובה.

- הוצגו ארבע קבוצות (בכל קבוצה 10 משולשים):
1. גובה (בהתייחס לזווית חדה) בתוך המשולש

וקשיים הקשורים למושג הגובה במשולש. קשיים וטעויות אלה נמצאו אצל 190 סטודנטים להוראה בבית הספר היסודי, כאשר נתנו להם מבחן כתוב. הם מצאו כי הסטודנטים הצליחו יותר במבחן שבו ניתנה ההגדרה של מושג הגובה מאשר במבחן שבו לא ניתנה ההגדרה. סטודנטים רבים השתמשו בדימוי של המושג ולא הבחינו בין המושגים גובה ותיכון והמושגים גובה ואנך אמצעי. כמו כן לסטודנטים היה קושי לשרטט את הגובה לצלע המסומנת, הם שרטטו רק גובה פנימי למשולש ולא התייחסו לכך שהגובה חייב לצאת מהקודקוד.

במחקר זה, נבדק את נכונות הזיהוי של קטעים בתוך המשולש ומחוץ למשולש כגבהים ואת זמן התגובה לזיהוי נכון. זמן התגובה הוא פרק הזמן החולף, מרגע שהאדם נחשף לגירוי ועד לרגע שבו הוא מגיב אליו. ההנחה היא שככל שנדרשים יותר צעדים מנטאליים כדי להגיב לגירוי, זמן התגובה יהיה יותר ארוך (Collins & Quillan, 1969). הפרעות גורמות לזמן תגובה ארוך יותר. לדוגמה: הפרעה יכולה להיות גירוי חיצוני אחר המסיח את הדעת או הפרעה שהיא גירוי פנימי הנובע מתפיסה אינטואיטיבית המשתלטת על הנבדק (Stroop in Macleod, 1994). מקובל לחשוב שכאשר יש צורך להתגבר על הפרעה (לדוגמה - כאשר נתון גובה מחוץ למשולש - יש להתגבר על ההפרעה שנובעת מהיותו מחוץ למשולש ולקבוע, שלמרות זאת הוא גובה) יידרשו צעדים מנטאליים שאינם נדרשים כאשר הגובה נמצא בתוך המשולש, ולכן זמן התגובה יהיה ארוך יותר.

לאור זאת ניתן לשער שזמן התגובה שיידרש לזיהוי גבהים המצויים מחוץ למשולש, יהיה גבוה מזה הנדרש לזיהוי גבהים בתוך המשולש. בדומה ניתן לשער לגבי קטעים שאינם גבהים, שזמן התגובה שיידרש לזיהוי קטעים שאינם גבהים המצויים מחוץ למשולש, יהיה קצר מזה הנדרש לזיהוי קטעים שאינם גבהים בתוך המשולש.



- (במשולש)
4. הודגש בפניהם שהמידע ייאסף לצורכי מחקר בלבד.
 5. התלמידים התבקשו לא להתייחס לחבריהם ולא להעתיק מהם, מכיוון שהם לא מקבלים ציון ומהירות תגובתם היא החשובה.
 6. בתחילת הרצת השאלון מילא עורך המחקר את שם הנבדק. (שם התלמיד הוא גם שם קובץ הנתונים שהתקבל מכל נבדק).
 7. התלמידים התיישבו מול המסך, כשמולם השקופית הראשונה של הוראות התרגול. הם לא הוגבלו בזמן, אך התבקשו לפעול במהירות ובדיוק המרביים.
 8. בתום כל הרצת שאלון נשמר במחשב ובתקליטון קובץ הנתונים.

דרכי עיבוד וניתוח הנתונים שהתקבלו במהלך הניסוי

השיפוטים וזמני התגובה של כל תלמיד לגבי כל צורה נסרקו. אם נמצא שלתלמיד מסוים היו ארבע שגיאות או יותר המתייחסות לגובה בתוך המשולש, לא נכללו נתוניו. לגבי זמן התגובה - לא נכללו נתוניו של תלמיד אשר היו לו פחות משתי תשובות נכונות בכל סוג של שאלה מתוך ארבעת הסוגים.

בסיכומו של דבר נותחו נתוניהם של 64 תלמידים מתוך 75 לגבי שיפוטים נכונים ושל 44 תלמידים מתוך 75 לגבי זמן התגובה למיון נכון.

רצף עיבוד וניתוח הנתונים:

1. חושו אחוזי השיפוטים הנכונים, ממוצע וסטיות תקן עבור כל קבוצה.
2. לגבי זמן התגובה לשיפוט נכון, חושו הממוצע של החציונים וסטיות התקן.
3. נעשה ניתוח שונות לבדיקת מובהקות ההשפעה של משתנה התכונה, שערכיו הם "גובה" או "לא גובה".
4. נעשה ניתוח משתנה המיקום, שערכיו הם "בתוך המשולש" ו"מחוץ למשולש". הניתוח נעשה על נכונות התשובות ועל זמן התגובה לשיפוט נכון.

2. גובה (בהתייחס לזווית קהה) מחוץ למשולש
3. "לא גובה" (בהתייחס לזווית קהה) בתוך המשולש
4. "לא גובה" (בהתייחס לזווית חדה) מחוץ למשולש

הצורות הוצגו באופן אקראי תוך כדי יישום הגבלה: לא הוצגו יותר משלוש צורות מאותה קבוצה ברצף, זאת כדי למנוע יצירת זיקה בין צורה לאחרת.

התוכנה תוכנתה לרשום אם השיפוט שנותן הנבדק נכון או שגוי וכן את זמן התגובה של הנבדק ב- ms (אלפיות השנייה). הנתונים נרשמו אוטומטית והומרו אחר כך לקובצי Excel.

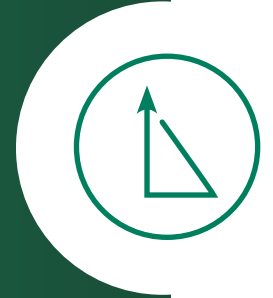
השקופית הראשונה בשאלון הוקדשה להוראות. הנבדקים התבקשו ללחוץ על המקש הימני של העכבר במהירות ובדיוק מרביים, מיד כשיזהו את הקטע האדום כגובה במשולש, ועל מקש שמאלי מיד כשיזהו שהקטע האדום אינו גובה במשולש.

הואיל והשאלון הממוחשב דרש מיומנות טכנית, הוקדש החלק הראשון שלו לתרגול. התרגול כלל שמונה משולשים שונים. הצורות שנבחרו לתרגול לא הופיעו במבחן עצמו. בשקופית נאמר לנבדקים שמדובר בתרגול, אך יתר ההוראות היו זהות להוראות הניסוי. כמו כן הייתה שקופית שהצביעה על סיום שלב התרגול.

מהלך המחקר

שאלון המחקר הממוחשב הועבר לתלמידים, על פי רצף הפעולות הבא:

1. עורך המחקר הגיע למעבדת המחשבים בבית הספר בה הוטענו התוכנה והשאלון הממוחשב במחשבים.
2. התלמידים נשלחו בקבוצות מכיתות האם למעבדה.
3. במעבדה הוסברו לתלמידים מהות השאלון הממוחשב ומטרותיו. (לבדוק זמן תגובה ונכונות שיפוט לקטע האדום בצורות השונות וגם אם הקטע האדום הוא "גובה" במשולש או "לא גובה")



לפי הנתונים המוצגים בטבלה 2, קבוצת התלמידים יודעת לזהות טוב יותר קטעים שאינם גבהים הנמצאים מחוץ למשולש, מאשר קטעים שאינם גבהים הנמצאים בתוך המשולש. נעשה ניתוח שונות לבדיקת ההשפעה של משתנה התכונה, שערכיו הם "גובה" או "לא גובה", ומשתנה המיקום שערכיו הם "בתוך המשולש" או "מחוץ למשולש" על נכונות התשובות.

מניתוח השונות עולה, שנמצאו הבדלים מובהקים באחוז השיפוט הנכונים לגבי משתנה התכונה ($F(1,63)=19.657, p<0.001$) ונמצאו הבדלים מובהקים לגבי משתנה המיקום ($F(1,63)=11.501, p<0.001$). גם האינטראקציה בין שני המשתנים הייתה מובהקת ($F(1,63)=79.42, p<0.001$). כלומר, בקשר לזיהוי "גבהים", המיקום של הגובה בתוך המשולש ומחוץ למשולש משפיע על נכונות התשובות באופן שונה מאשר על "לא גבהים".

שאלה מס' 3:

האם זמן התגובה לזיהוי גבהים המצויים מחוץ למשולשים יהיה גבוה מזה של זיהוי גבהים בתוך משולשים?

קבוצה	זמן תגובה ב-ms לשיפוט נכון	סטיית תקן
גובה בתוך המשולש	2058	995
גובה מחוץ למשולש	2151	1180

טבלה מס' 3: זמן תגובה ממוצע וסטיית תקן לכל קבוצה במטלות זיהוי נכון של קטעים כגבהים בתוך ומחוץ למשולש $N=44$

מהנתונים המוצגים בטבלה 3, עולה שזמן התגובה שנדרש לזיהוי נכון של גבהים המצויים בתוך המשולש, קצר מזמן התגובה הנדרש לזיהוי נכון של גבהים המצויים מחוץ למשולש.

שאלה מס' 4:

האם זמן התגובה לקביעה שקטעים שאינם גבהים אשר מצויים מחוץ למשולשים, אינם גבהים, יהיה קצר יותר מזמן התגובה לקביעה שקטעים שאינם גבהים המצויים בתוך משולשים, אינם גבהים?

ממצאים

1. דיוק התלמידים בזיהוי הקטעים: "גובה" במשולש או "לא גובה" במשולש.
2. זמן התגובה הנדרש לתלמידים במטלות של זיהוי הקטעים: "גובה" במשולש או "לא גובה" במשולש.

הממצאים יוצגו על פי שאלות המחקר המתייחסות לנושאים הנ"ל.

שאלה מס' 1:

האם אחוז התשובות הנכונות למטלות זיהוי קטעים כגבהים יהיה גבוה יותר לגבי גבהים המצויים בתוך המשולשים מאשר גבהים המצויים מחוץ למשולשים? בטבלה 1 שלהלן, מוצגים הממצאים המתייחסים לשיפוט הנכונים שהתקבלו.

קבוצה	% שיפוט נכונים	סטיית תקן
גובה בתוך המשולש	92.3	0.1
גובה מחוץ למשולש	69.4	0.3

טבלה מס' 1: אחוז השיפוט הנכונים וסטיית התקן לגבי זיהוי של קטעים הנמצאים בתוך משולש ומחוץ למשולש כגובה במשולש או "לא גובה במשולש" $N=64$

הנתונים המוצגים בטבלה 1, מצביעים על כך שקבוצת התלמידים יודעת לזהות טוב יותר גבהים הנמצאים בתוך המשולש מאשר גבהים הנמצאים מחוץ למשולש.

שאלה מס' 2:

האם אחוז התשובות הנכונות לזיהוי קטעים שאינם גבהים המצויים מחוץ למשולשים יהיה גבוה יותר מאשר קטעים שאינם גבהים המצויים בתוך המשולשים?

קבוצה	% שיפוט נכונים	סטיית תקן
"לא גובה" בתוך המשולש	46.7	0.4
"לא גובה" מחוץ למשולש	90.2	0.2

טבלה מס' 2: אחוז השיפוט הנכונים וסטיית התקן לגבי זיהוי של קטעים שאינם גבהים בתוך המשולש ומחוץ למשולש $N=64$



שלמדו את מושג הגובה במשולש והבדיקה נערכה באמצעות שאלון ממוחשב.

הנתונים נותחו בשני מישורים בהתאם לשאלות המחקר:

1. נבדקה מידת הצלחתם של התלמידים לזיהוי קטעים שחלקם נמצאים בתוך המשולשים, ואחרים נמצאים מחוץ למשולשים כ"גובה" במשולש או "לא גובה" במשולש.
2. נבדק זמן התגובה של התלמידים לזיהוי נכון של קטעים שחלקם נמצאים בתוך המשולשים, ואחרים נמצאים מחוץ למשולשים כ"גובה" במשולש או "לא גובה" במשולש.

הממצאים שהתקבלו מצביעים על כך:

- א. התלמידים מצליחים יותר בזיהוי גבהים המצויים בתוך המשולש (92.3%) מאשר בזיהוי גבהים המצויים מחוץ למשולש (69.4%).
- ב. התלמידים מצליחים יותר בזיהוי קטעים שאינם גבהים המצויים מחוץ למשולש (90.2%) מאשר בזיהוי קטעים שאינם גבהים המצויים בתוך המשולש (46.7%).
- ג. החלטת התלמידים מושפעת מהתכונה של הקטע אם זה "גובה" או "לא גובה" ומהמיקום של הקטע אם זה בתוך המשולש או מחוץ למשולש.
- ד. התמונה המנטאלית של המושג "גובה במשולש", שמכילה רק דימויים של קטעים העוברים בתוך המשולש, ממשיכה ככל הנראה להשפיע על שיפוטי התלמידים.

ואומנם חוקרים (Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1991; Vinner & Hershkowitz, 1983a) מבדילים בין ההגדרה הפורמאלית של המושג והתמונות המנטאליות שהלומד יוצר בהקשר למושג. בנוסף, הרשקוביץ (Hershkowitz, 1989) מציינת במחקרה שאחד הקשיים של התלמידים בתפיסת מושג הגובה במשולש הוא אפשרות קיומו של הגובה מחוץ למשולש. בדרך כלל נוצר דימוי של גובה רק בתוך משולש. כמו כן הרשקוביץ מציינת במחקרה

קבוצה	זמן תגובה ב-ms לשיפוט נכון	סטיית תקן
"לא גובה" בתוך המשולש	2784	1470
"לא גובה" מחוץ למשולש	2157	1479

טבלה מס' 4: זמן תגובה ממוצע וסטיית תקן לכל קבוצה במטלות זיהוי נכון של קטעים שאינם גבהים בתוך ומחוץ למשולש N=44

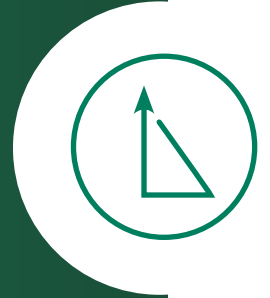
מטבלה 4, עולים הממצאים הבאים:

- א. זמן התגובה שנדרש לזיהוי נכון, שקטעים שאינם גבהים המצויים מחוץ למשולש אינם גבהים, קצר מזמן התגובה שנדרש לזיהוי נכון, שקטעים שאינם גבהים המצויים בתוך המשולש אינם גבהים.
- ב. נעשה ניתוח שונות לבדיקת ההשפעה של שני המשתנים: משתנה התכונה שערכיו הם "גובה" או "לא גובה" ומשתנה המיקום שערכיו הם "בתוך המשולש" ו-"מחוץ למשולש" על זמן התגובה לשיפוט נכון. מניתוח השונות שנערך עולה, שנמצאו הבדלים מובהקים בזמן התגובה לגבי משתנה התכונה $(F(1,43)=9.49, p<0.05)$. כמו כן נמצאו הבדלים מובהקים לגבי משתנה המיקום $(F(1,43)=5.08, p<0.05)$.
- ג. האינטראקציה בין שני המשתנים נמצאה מובהקת $(F(1,43)=5.45, p<0.05)$, דבר אשר מצביע על כך שלאינטראקציה לקביעת זיהוי "גבהים", המיקום של הגובה בתוך המשולש או מחוץ למשולש משפיע על זמן התגובה לזיהוי נכון באופן שונה מאשר כשמדובר על "לא גבהים".

דיון ומסקנות

המחקר עסק ביכולתם של תלמידי כיתה ו, לזהות נכון קטעים כ"גובה" במשולש או "לא גובה" במשולש, על-ידי בדיקת אחוז השיפוטים הנכונים וזמן התגובה לשיפוט נכון.

במטרה לענות על שאלות המחקר נבדקו 75 תלמידי כיתה ו' בבית ספר יסודי בצפון הארץ. הם נבדקו לאחר



4. זמן התגובה לזיהוי נכון: נמצא כי זמן התגובה לזיהוי גבהים בתוך המשולש היה קצר יותר (2058 ms) מזמן התגובה לזיהוי גבהים מחוץ למשולש (2151 ms). כמו כן זמן התגובה לזיהוי קטעים שאינם גבהים המצויים מחוץ למשולש היה קצר יותר (2157 ms) מאשר בתוך המשולש (2784 ms).

5. זמן התגובה הארוך יחסית הנדרש לתלמידים לזהות נכון "גובה" ו- "לא גובה" במשולש עשוי לנבוע מכך שעל הנבדק להתגבר על הנטייה להשתמש בדימוי האינטואיטיבי של המושג ולא בהגדרה הפורמאלית של המושג.

ממצאים אלו מצביעים על כך שזמן התגובה לזיהוי נכון מושפע מהתכונה של הקטע שהוא "גובה" או "לא גובה" ומהמיקום שלו בתוך המשולש או מחוץ למשולש. במהלך הזיהוי של קטעים כ"גובה" או "לא גובה" במשולש נוצרת לכאורה סתירה בין הדימוי האינטואיטיבי של המושג לבין הלמידה הפורמאלית. אצל חלק מהתלמידים סתירה זו מהווה הפרעה והצורך ליישבה ולהתגבר עליה דורש אנרגיה וזמן, דבר המתבטא בהארכת זמן התגובה (Stroop in Macleod, 1991).

חשוב שמורים, מפתחי תוכניות לימודים ומפתחי חומרי למידה יכירו ויביאו בחשבון את הדימויים האינטואיטיביים הקיימים אצל תלמידים לגבי מושג הגובה במשולש עוד לפני הוראת מושג זה. מאחר ודימוי מושג "גובה במשולש" מכיל רק דימויים של קטעים העוברים בתוך המשולש, יש להשתמש במגוון שיטות הוראה וחומרי למידה שונים. במקביל חשוב לספק סביבה לימודית עשירה ככל האפשר, המכילה מגוון רחב של דוגמאות המושג. יש ללמד את התלמידים "לעשות" גיאומטריה ולא רק "לראות" גיאומטריה על מנת למנוע אצל התלמידים יצירת דימויים כנ"ל. האמצעים הרבים יגרמו לכך שהתלמידים יבינו ויפנימו את מושג הגובה במשולש, יתייחסו בביקורתיות אל הדימוי האינטואיטיבי של מושג הגובה במשולש, ויבדקו בצורה פורמאלית את נכונות השיפוט שלהם.

שתלמידים לא הצליחו לשרטט גובה מחוץ למשולש קהה זווית. לטענתה, ישנם תלמידים שאצלם נבנה דימוי המושג הנכון, ותלמידים שאצלם נבנה דימוי המושג המוטעה הפרוטוטיפי (אב טיפוס). מקורו של דימוי המושג המוטעה הזה הוא ברצון להכיל תכונה של הגובה (קטע בתוך המשולש) על כל הדוגמאות של גובה במשולש. וזה על חשבון "זניחה" של תכונה אחרת של המושג לדוגמה: תכונת הניצבות עם הקטע או המשך הקטע שמול הקודקוד אשר ממנו יצא הקטע.

הרשקוביץ בדקה את השפעת תופעת הפרוטוטיפ על שיפוטי התלמידים (Hershkowitz, 1989). במחקרה נמצא כי לכל מושג יש לפחות דוגמה פרוטוטיפית אחת. דוגמה זו היא הנרכשת ראשונה בלימוד המושג של רוב התלמידים. הדוגמאות הפרוטוטיפיות הן בדרך כלל תת-קבוצה בקבוצת דוגמאות המושג שיש לה את התכונות של המושג (Vinner & Hershkowitz, 1989; Hershkowitz, 1983a). לתכונות אלה יש בדרך כלל מאפיינים ויזואליים חזקים. למשל "הפנימיות" של הגובה הפנימי במשולש שהוא הדוגמה הפרוטוטיפית בין דוגמאות הגבהים במשולש.

ממצאי המחקר שעליו מתבססת עבודה זו תומכים ומאשרים את המחקרים שנזכרו לעיל על הבנת מושג הגובה במשולש אצל תלמידים בכיתה ו' של בית הספר היסודי. דוגמאות:

1. הדימוי של קטע, היוצא מקודקוד משולש ונמצא בתוך משולש, חזק יותר מההגדרה הפורמאלית של מושג הגובה במשולש.
2. התלמידים בקבוצת הלומדים הנ"ל לא מפנימים בחלקם את התכונה החשובה של המושג "גובה": הגובה הוא מאונך לצלע או להמשך הצלע שמול הקודקוד ממנו יוצא הגובה.
3. התלמידים כן מפנימים את התכונה, שגובה במשולש יוצא מאחד מקודקודי המשולש. הדבר בא לידי ביטוי בממצאים שהתקבלו לגבי אחוז שיפוטם נכונים לזיהוי "גבהים" ו"לא גבהים" בתוך המשולש ומחוץ למשולש.



the Learning Problems in Mathematics, 11, 61-76

- Lester, F. (2007) (Ed.). Second handbook of research in mathematics learning and teaching. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Macleod, M. C. (1991). Half a century of research on Stroop effect: An integrative review. *Psychology Bulletin, 109*, 163-203.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 151-169.
- Vinner, S. & Hershkowitz, R. (1983a). On concept formation in geometry. *ZDM, 15*, 20-25.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*, 65-81. Dordrecht: Kluwer.

חידושים במחקר והצעות למחקרים עתידיים

במחקר זה, נבדקה יכולתם של תלמידי כיתה ו' לזהות נכון קטעים כ"גובה" במשולש או "לא גובה" במשולש, באמצעות בדיקת אחוז השיפוט הנכונים וזמן התגובה לשיפוט נכון. נושא זה נחקר מעט מאוד לפיכך רצוי לערוך מחקרים נוספים בנושא זה כדי לאמת ולהרחיב את הידע הקיים לגבי הדימוי האינטואיטיבי של מושג הגובה במשולש.

א. המחקר התמקד במשולשים קהי זווית, ומוצע לבדוק את הנ"ל בסוגים אחרים של משולשים כמו לדוגמה משולשים ישרי זווית, שבהם ישנם מצבים שהגובה מתלכד עם אחד הניצבים.

ב. מוצע לבדוק את הקשר בין שפה ותרבות לבין זמן התגובה במטלות זיהוי של קטעים כ"גובה" במשולש או "לא גובה" במשולש. ניתן להעביר את השאלון הממוחשב בקרב דוברי שפות שונות כדי לבדוק האם קיים הבדל בין דוברי שפות שונות מבחינת זמן התגובה.

ביבליוגרפיה

- אלברט, ג., לינצ'בסקי, ל. וכהן נ. (1992). הוראת הגיאומטריה בבית הספר היסודי, מופ"ת - מחקר ופיתוח תוכניות להכשרת מורים.
- משרד החינוך והתרבות (2006). תוכנית הלימודים במתמטיקה של בית הספר היסודי. ירושלים.
- Collins, A.M & Quillian, M.R. (1969). Retrieval time from semantic memory. *Journal of verbal learning and verbal behavior, 8*, 240-248.
- Gutierrez, A. & Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education, 2*, 253-275.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry- Two sides of the coin. *Focus on*