פיתוח כישורים מרחביים באמצעות עיסוק בסיבוב מנטלי

פרופ' עטרה שריקי
מרצה בכירה לחינוך מתמטי,
סמינר הקיבוצים, המכללה לחינוך לטכנולוגיה ולאמנויות

פרופ' דורית פטקין
מרצה בכירה לחינוך מתמטי,
ראשת התכנית לתואר שני בחינוך מתמטי
לבית הספר היסודי ול- M.Teach בהוראת המתמטיקה,
סמינר הקיבוצים, המכללה לחינוך לטכנולוגיה ולאמנויות

פיתוח כישורים מרחביים באמצעות עיסוק בסיבוב מנטלי

עטרה שריקי ודורית פטקין

תקציר

הנדסת המרחב הוא תחום המופיע בתכנית הלימודים במתמטיקה בכל אחת מרמות הלימוד: מתחיל בתכנית ייעודית לגיל הגן, ממשיך בתכנית לימודים לבית הספר היסודי, ותכנית לימודים לחטיבת הביניים ומסתיים בתכנית ההיבחנות בחטיבה העליונה. תחום זה נתפס, הן על-ידי המורים והן על-ידי הלומדים, כאחד התחומים המורכבים והקשים ללמידה. מחקרים מצביעים על העובדה שכישורים מרחביים טובים מהווים מנבא להצלחה עתידית בתחומי המדע, טכנולוגיה, הנדסה ומתמטיקה (Science, Technology, Engineering and Mathematics - STEM). מבין כל סוגי הכישורים המרחביים, ליכולת לבצע סיבוב מנטלי יש את הקשר ההדוק ביותר להצלחה בתחומים אלה. בספרות המחקר מתואר מגוון רחב של ניסיונות לשפר את המיומנויות המרחביות באמצעות תכניות התערבות ייעודיות הכוללות הפעלת תלמידים בגילאים שונים בחומרי למידה שונים ובטווחי זמן משתנים. במאמר זה מוצגות דוגמאות למשימות שנועדו לפתח את יכולת הלומדים לבצע סיבוב מנטלי, ובכך להובילם להבנה טובה יותר של תחום הנדסת המרחב ומציאת היופי הגלום בו.

מילות מפתח:

הנדסת המרחב, כישורים מרחביים, סיבוב מנטלי, תפיסה מרחבית, ויזואליזציה מרחבית, חינוך ל- STEM

מבוא

בעשור האחרון, רבים מאנשי החינוך טרודים בשאלות הנוגעות לגורמים המרכזיים המשפיעים על הצלחה בתחומי ה- STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). סטיף ואוטאל (Stieff & Uttal, 2015) סקרו את ספרות המחקר בתחום, ומצאו שמלבד גורמים חיצוניים כגון: תנאים סביבתיים, ידע מורים ותכניות לימודים, קיים גם גורם פנימי משמעותי - כישורים מרחביים מוצקים. למעשה, מחקרים רבים מעידים על כך שכישורים אלה מהווים את המנבא החזק ביותר להצלחה עתידית בתחומי ה- STEM. לחילופין, כישורים מרחביים בלתי מספקים מהווים את הגורם העיקרי לכישלון בתחומים אלה. יתרה מכך, כישורים מרחביים מפותחים נחוצים גם לצורך ההתנהלות היומיומית של בני האדם באופן כללי (Halpern, 2005; Sorby, Wysocki, & Baartmans, 2002). בפרט, נמצא שליכולת לבצע סיבוב מנטלי, יש את הקשר ההדוק ביותר להצלחה בתחומי ה- STEM מבין כל סוגי הכישורים המרחביים (Uttal, Meadow, Tipton, Hand, Alden, Warren, & Newcombe, 2013).

למרבה המזל, כפי שמעידה סקירת ספרות המחקר שבוצעה על-ידי סטיף ואוטאל (Stieff & Uttal, 2015), ניתן לשפר כישורים מרחביים באמצעות אימון מתאים ובכך גם להגדיל את סיכויי ההצלחה בתחומי ה- STEM. ממצא זה מעלה שאלות רבות כגון: מהו הגיל שבו יש להתחיל את האימון? מהם מרכיביו ומאפייניו האופטימליים של האימון? מהו משך הזמן שיש להקדיש לסוגים השונים של הפעילויות? מהו הסדר שבו יש להציג את הפעילויות? ועוד שאלות רבות. נכון להיום, לא ניתן למצוא תשובות מבוססות מחקר לשאלות אלה (Shriki, Barkai, & Patkin, 2017; Stieff & Uttal, 2015).

לאור החשיבות המיוחסת ליכולת לבצע סיבוב מנטלי, במאמר זה תוצגנה כמה פעילויות שנועדו לתמוך בפיתוח היכולת של תלמידים בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי לבצע סיבוב מנטלי. הפעילויות בנויות כך שניתן לשלב אותן באופן רציף במסגרת ההוראה השגרתית,

הן כחלק משיעורי המתמטיקה בבית הספר והן כחלק משיעורים המיועדים למתכשרים להוראת מתמטיקה בבית הספר היסודי. לחילופין, ניתן לשלב משימות אלה בשיעורי הבית, על מנת לאפשר לתלמידים משך זמן רב יותר לצורך פיתוח אסטרטגיות להתמודדות עם המשימות.

רקע תאורטי

בספרות המחקר ניתן למצוא מגוון רחב של מושגים וטרמינולוגיות המתייחסים לכישורים מרחביים (סקירה רחבה מופיעה אצל Uttal et al., 2013). במאמר הנוכחי נתמקד בכישורים הנוגעים לסיבוב מנטלי, בשל הקשר הייחודי הקיים בין היכולת לבצע סיבוב מנטלי לבין הצלחה בתחומי ה- STEM. **יכולת מרחבית** (spatial ability) הוגדרה על ידי להומן (Lohman, 1996) כיכולת ליצור, לשמר, לאחזר ולשנות תמונות ויזואליות. לין ופטרסן (Linn & Petersen, 1985) הבחינו בין **תפיסה מרחבית** (spatial perception), **סיבוב מנטלי** (mental rotation), ו**ויזואליזציה מרחבית** (spatial visualization). תפיסה מרחבית דורשת מהפרט לקבוע קשרים מרחביים ביחס לכיוון של גופו, סיבוב מנטלי הוא היכולת לסובב במדויק באופן מנטלי צורות דו-ממדיות או תלת-ממדיות, וויזואליזציה מרחבית קשורה ליכולת לזהות מניפולציות מורכבות מרובות שלבים של מידע מרחבי. בהמשך, אוטאל וחוב' (Uttal et al., 2013) הבחינו בין **מידע פנימי** לבין **מידע חיצוני** ובין **משימה סטטית** לבין **משימה דינמית**. מידע פנימי הוא המידע המופיע במוחו של הפרט כאשר הוא חושב על אובייקט (למשל, המפרט של חלקיו והקשרים ביניהם); בעוד שמידע חיצוני נוגע לקשרים שבין אובייקטים בקבוצה, הן ביחס אחד לשני והן ביחס לאובייקט בשלמותו. משימה סטטית היא משימה שבה האובייקטים קבועים מבחינת המיקום שלהם, ואילו במשימה דינמית האובייקטים נעים במישור/במרחב (משנים מיקום ו/או מסתובבים במקום). בטבלה 1 מתואר הקשר שבין שתי ההבחנות הללו.

טבלה 1

סיווג יכולת מרחבית בהתאם לסוג המשימה וסוג המידע

מידע / משימה	מידע פנימי	מידע חיצוני
משימה סטטית	זיהוי אובייקט מסוים	חשיבה על קשרים בין מיקומים בסביבה
משימה דינמית	סיבוב מנטלי של אובייקט	חשיבה על האופן שבו קשרים בין אובייקטים משתנים כאשר הם נעים בסביבה

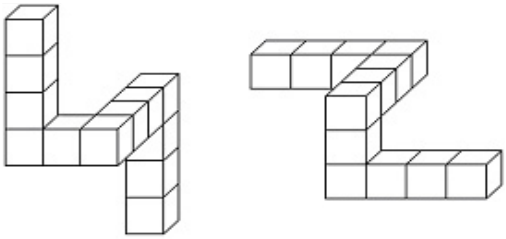
מתוך המטא-אנליזה שערכו אוטאל וחוב' (Uttal et al., 2013) עולה שלאומנים יש רמה גבוהה של מיומנויות מסוג "פנימי-סטטי", בעוד למדענים יש רמה גבוהה של מיומנויות מסוג "פנימי-דינמי", כלומר יכולת גבוהה לבצע סיבוב מנטלי. ממצא זה עולה בקנה אחד עם החשיבות המיוחסת ליכולת זאת בהקשר של הצלחה בתחומי ה- STEM. במאמר זה נתמקד בהיבטים השונים של סיבוב מנטלי, תחום אשר נחקר לראשונה באופן מעמיק על-ידי שפארד ומצלר (Shepard & Metzler, 1971). במחקרם של הסי, לין ובל (Hsi, Linn, & Bell, 1997) נעשה ניסיון לאבחן את האסטרטגיות המשמשות לצורך התמודדות עם משימות הדורשות סיבוב מנטלי. החוקרים הבחינו בין שני סוגים של אסטרטגיות, אותם כינו - "**אסטרטגיה הוליסטית**" ו"**אסטרטגיה אנליטית**". אלה הנוקטים באסטרטגיה הוליסטית נשענים על ויזואליזציה של האובייקט בשלמותו, ומסובבים אותו באופן מנטלי במטרה לפתור בעיה. מאידך, אסטרטגיה אנליטית מערבת גישה סיסטמתית, צעד-אחר-צעד, הדורשת ביצוע מינימלי של סיבוב מנטלי. לדוגמה, ספירה שיטתית של קוביות מהן מורכב אובייקט מסוים (משמאל לימין, מלמעלה למטה).

פטקין, שריקי וברקאי (Patkin, Shriki, & Barkai, 2019) בחנו את האסטרטגיות המופעלות על-ידי סטודנטים הלומדים לתואר ראשון בהוראת מתמטיקה לבית הספר היסודי לצורך התמודדות עם שש משימות אשר סווגו כבעלות מאפיין סטטי-חיצוני, מאפיין דינמי-פנימי ומאפיין דינמי-חיצוני (שתי משימות מכל סוג), תוך

הבחנה בין האסטרטגיות אשר הובילו לתשובות שגויות לבין אלה אשר הובילו לתשובות נכונות.
שתי המשימות שעסקו בסיבוב מנטלי היו המשימות הבאות:

משימה 1[1]

לפניך שתי צורות.



(1) (2)

עליך לקבוע האם מדובר באותה הצורה, כפי שהיא מופיעה בכיוונים שונים.
יש לסמן את התשובה הנכונה, לדעתך:

- הצורות (1) ו- (2) הן אותה הצורה, מכיוונים שונים
- הצורות (1) ו- (2) אינן אותה הצורה

יש לתאר באופן מפורט ככל האפשר את הדרך שבה התמודדת עם המשימה.

משימה 2[2]

נתון דף ריבועי מבריסטול.
עליך לדמיין שאת/ה אוחז/ת בידך את הקצוות של אלכסון הריבוע, ומסובב/ת אותו באוויר סביב האלכסון.
יש לתאר את הצורה שתיווצר באוויר.

החוקרות (Patkin et al, 2019) שיערו שעל אף ששתי המשימות דורשות, לכאורה, לבצע סיבוב מנטלי, הרי שאת המשימה הראשונה הסטודנטים יבצעו באמצעות **גישה הוליסטית** (לדמיין את האובייקט ולסובב אותו באופן מנטלי בשלמותו), ו/או **באופן אנליטי** (למשל, ספירה שיטתית של קוביות ו/או סיבוב מנטלי של חלקים מהאובייקט). השערתן הייתה שעם משימה 2 ניתן להתמודד רק באמצעות **גישה הוליסטית**. בניגוד להשערה המוקדמת, פתרונות אנליטיים והוליסטיים התקבלו עבור שתי המשימות, אולם שיעור ההצלחה היה גבוה יותר בקרב סטודנטים אשר נקטו בגישה ההוליסטית. יחד עם זאת, החוקרות מצאו שהסטודנטים אשר נקטו בגישה הוליסטית התקשו להסביר באופן מפורש את דרך הפתרון שלהם, ורבים מהם טענו ש"ככה אני מדמיינת", או "זה מה שאני רואה בראש שלי". מכאן העלו החוקרות את ההשערה שכפי הנראה קיים מנגנון סמוי כלשהו המסייע לתרגם את "מה שרואים בראש" לתמונת מצב נכונה או שגויה, אולם מבנה המחקר לא אפשר להסביר את מהותו של המנגנון[3].
בספרות המחקר מתואר מגוון רחב של ניסיונות לשפר את המיומנויות המרחביות באמצעות תכניות התערבות ייעודיות. בין השאר, תכניות אלה כוללות הפעלת תלמידים בגילאים שונים בחומרי למידה שונים ובטווחי זמן משתנים. לדוגמה, אימון שבמסגרתו התבקשו הלומדים להציג אובייקטים תלת-ממדיים בייצוג דו-ממדי, או לבנות אובייקטים תלת-ממדיים מקוביות על בסיס ייצוגים דו-ממדיים של מבנים המונחים בזוויות שונות, או על בסיס סרטוטים מסוגים שונים, כולל סרטוטים "פינתיים" על גבי נייר איזומטרי, ספירת קוביות במבנים, ועוד (למשל, Ben-Chaim, Lappan, & Houang, 1988, 1989; Sorby & Baartmans, 2000; Turos & Ervin, 2000). פטקין ודיין (Patkin & Dayan, 2013) חקרו את התרומה של יחידת לימוד שמתמקדת באיזומטריה ובמישור מקודד, בסרטוט איזומטרי ובהיטלים של גוף ופריסות לשיפור היכולת המרחבית של תלמידים בכיתה י"ב, ומצאו שבעקבות הלמידה ניכר שיפור בתפיסה המרחבית של התלמידים. ממצאים דומים עלו גם מתוך מחקר שנעשה בקרב תלמידי כיתה ג', שבמסגרתו עסקו התלמידים במשך

1. משימה זאת לקוחה מתוך Mental Rotation Test שפותח על ידי שפרד ומצלר (Shepard & Metzler, 1971).
2. משימה זאת לקוחה מתוך וולקר וחוב' (Walker, Winner, Hetland, Simmons, & Goldsmith, 2011, p. 26).
3. מאז שנות ה- 70 של המאה הקודמת מחקרים רבים עסקו במגוון הסוגיות הנוגעות לסיבוב מנטלי, אולם נכון להיום עדיין קיימת מחלוקת בנוגע למכניזם העומד בבסיס ביצוע הסיבוב המנטלי (Shriki et al., 2017). בשנים האחרונות נעשים ניסיונות לעמוד על טיבו של מכניזם זה באמצעות טכנולוגיות חדשות, כגון - הדמיה תפקודית של המוח (fMRI – Functional Magnetic Resonance Imaging) ומעקב אחר תנועת העין (Eye Tracking). הקוראים מוזמנים להתעדכן בספרות המחקר העוסקת בכך.

כחודש במניית קוביות בסרטוטים שונים, בבניית דגמים של מבנים ובזיהוי מבנים של קוביות המוצגים מכיוונים שונים באמצעות ייצוג דו-ממדי (Patkin & Fadalon, 2013). אלה הן, כמובן, רק מקצת מתכניות ההתערבות שנועדו לשיפור הכישורים המרחביים של אוכלוסיות מגוונות של לומדים, ובכל אחת מהן ניכרת התרומה של פיתוח הכישורים הללו. בהקשר זה נעיר שמסקר הספרות שבוצע על-ידי אוטאל וחוב' (Uttal et al., 2013) עולה בבירור הקשר שבין הרמה ההתחלתית של כישורים מרחביים לבין מידת השיפור. ככל שהכישורים של הנבדקים בתחילת האימון נמוכים יותר, השיפור היחסי בעקבות האימון הוא גדול יותר. לדעת החוקרים יתכן וניתן לייחס את הסיבה לכך לקיומה של "תקרה" כלשהי עבור שיפור אפשרי. במילים אחרות, הגמישות של כישורים מרחביים היא מוגבלת, אף כי ללא ספק השיפור תלוי גם במאפייני האימון ובמשך הזמן שלו. עוד מצאו החוקרים כי קיים אפקט של שימור השיפור לאורך זמן והעברה בין הסוגים השונים של כישורים מרחביים.

לסיכום חלק זה, נעיר שיש להיזהר מהקביעה שאימון בתחום הסיבוב המנטלי אכן יגדיל את מספר המדענים, המתמטיקאים והמהנדסים, שכן על אף העדויות לקיומו של קשר בין יכולת לבצע סיבוב מנטלי לבין הצלחה בתחומי ה- STEM, הרי שטיבו ומהותו של הקשר עדיין אינם ברורים (Stieff & Uttal, 2015). לפיכך, הדור החדש של מחקרים בתחום האימון המרחבי צריך להתמקד בקשר הנסיבתי בין הדברים, תוך בחינת סוגיות הנוגעות להתאמת האימון לגיל התלמידים, מאפייניהן של סדרות אימונים, סדר המשימות ומשך האימון, השלכות ארוכות טווח, ועוד (Shriki et al., 2017).

הנדסת המרחב בתכנית הלימודים במתמטיקה

תכנית הלימודים במתמטיקה כוללת פרקים בהנדסת המרחב, החל מתכנית ייעודית לגיל הגן, דרך תכנית לימודים לבית הספר היסודי ולחטיבת הביניים, וכלה בתכנית ההיבחנות בחטיבה העליונה, בכל אחת מרמות הלימוד. בתכנית הלימודים של גן הילדים (משרד החינוך, התרבות והספורט, 2010) מצוין כי צורות וגופים הם אחד הנושאים המרכזיים שהילדים בגיל הגן עוסקים בו. בין השאר, התכנית מתמקדת בפיתוח תחושה מרחבית בהיכרות בסיסית עם גופים תוך פיתוח הדרגתי של יכולת הילדים לזהות ולמיין גופים, להכיר את מרכיביהם ולהשתמש בכישורים מילוליים לצורך תיאורם. בתכנית יש התייחסות לפאונים (קובייה, תיבה, מנסרה ופירמידה), ולשלושה גופי סיבוב - גופים שנוצרים באמצעות סיבוב של משטח מישורי מסביב לישר (ציר הסיבוב) הנמצא באותו המישור: גליל, חרוט וכדור. תכנית הלימודים במתמטיקה לבית הספר היסודי (משרד החינוך, התרבות והספורט, 2006) משלבת התייחסות לפיתוח התפיסה המרחבית בכיתות ב', ד', ו'. בתיאור דרכי ההוראה לצורך השגת מטרה זו, ההמלצה היא להשתמש באביזרים מוחשיים, במודלים ובתוכנות מחשב גיאומטריות, מתוך אמונה שהפעילויות בעצמים המוחשיים ובייצוגים הממוחשבים וכן הרפלקציה על פעילויות כאלה, מביאות להפנמה של המושגים הגיאומטריים. כתוצאה מעיסוק בפעילויות אלה מתפתחים כישורים גיאומטריים כגון יכולת לדמיין שינוי של צורה בעקבות ביצוע טרנספורמציה כלשהי עליה, או הבנת המבנה הגיאומטרי של הסביבה. בחטיבת הביניים ההתייחסות להנדסת המרחב היא בכיתות ז' ו-ח'. בכיתה ז' מתבצעת חזרה על נושאים שנלמדו בבית הספר היסודי בהקשר של תיבה ומרכיביה, ובכיתה ח' לומדים את משפט פיתגורס במישור ובמרחב ואת יישומו בתיבות. בשלב זה יש חזרה על ההבדל בין אלכסון פאה לבין אלכסון תיבה. בהמשך עוסקים התלמידים בגליל ובפריסתו, בניתוח המבנה שלו ובהגדרתו הפורמלית וכן בחישוב שטח הפנים, שטח המעטפת ונפח הגליל. חישובים אלה מתבצעים תוך שימוש במספרים ובביטויים אלגבריים. יש לציין שבכיתה ט' לא נלמד הנושא של הנדסת המרחב באופן מפורש, למעט אזכור העובדה שבחיתוך של מישור וכדור מתקבל מעגל. בבחינות הבגרות, הנושא של הנדסת המרחב בא לידי ביטוי בכל אחת מרמות הלימוד.

לסיכום, ניתן לראות שהתחום של הנדסת המרחב

שזור לאורך כל שנות הלימוד (גם אם לא ברצף), החל מגן הילדים ועד לכיתה י"ב. יחד עם זאת, הנושא של סיבוב מנטלי איננו בא לידי ביטוי באופן מפורש בתכנית הלימודים. לנוכח החשיבות המיוחסת ליכולת לבצע סיבוב מנטלי, במאמר זה תוצגנה כמה פעילויות שנועדו לתמוך בפיתוח היכולת של תלמידים ומתכשרים להוראת מתמטיקה לבצע סיבוב מנטלי. לאור העובדה שכבר לפני שנים רבות מחקרים (למשל, Marmor, 1975; Piaget & Inhelder, 1967) מצאו שילדים צעירים מסוגלים ליצור דימויים מנטליים של אובייקטים דינמיים ולבצע סיבוב מנטלי, הרי שמומלץ להתחיל באימון מדורג כבר בגיל הגן.

הפעילויות המוצגות אינן בהכרח סדרתיות, וניתן לשלב כל אחת מהן במשך מספר דקות במהלך השגרתי של השיעור. לחילופין, ניתן להפנות את הלומדים לבצע את המשימות הללו כחלק משיעורי הבית, על מנת לאפשר להם משך זמן רב יותר לצורך פיתוח אסטרטגיות להתמודדות עם המשימות. במטרה להעמיק את תובנות הלומדים, עם סיום ביצועה של משימה מסוימת (או חלק ממנה) מומלץ לקיים דיון במאפייני הבעיה ובאסטרטגיות בהן נקטו הלומדים לצורך פתרונה.

פעילויות לפיתוח היכולת לבצע סיבוב מנטלי

להלן נציג דוגמאות למשימות שנועדו לפתח את יכולת הלומדים לבצע סיבוב מנטלי. המסגרת התיאורטית שבה השתמשנו לצורך איגום הפעילויות שלהלן היא זאת של לין ופטרסן (Linn & Petersen, 1985), לפיה סיבוב מנטלי הוא היכולת לסובב במדויק באופן מנטלי צורות דו-ממדיות או תלת-ממדיות. בתוך כך, בהתאם לאוטאל וחוב' (Uttal et al., 2013), משימות העוסקות בסיבוב מנטלי של אובייקט הן משימות דינמיות המאופיינות בכך שהמידע הוא פנימי ומופיע במוחו של הפרט כאשר הוא חושב על האובייקט. (אלה משימות בהן אובייקטים משנים מיקום ומסתובבים במקום או כל אחד משניהם.) מכיוון שלא ניתן לדעת אם לצורך התמודדות עם המשימות הפותר ינקוט באסטרטגיה הוליסטית או באסטרטגיה אנליטית, חשוב לתאר את דרך הפתרון ולזהות את מאפייניה. בנוסף, ניתן לדרג את המשימות בהתאם למידת הקושי שלהן, ולהסביר מה היו הקשיים.

על בסיס 6 המשימות המוצגות להלן ניתן לפתח מגוון משימות דומות, ולחילופין, מגוון רחב של משימות ניתן למצוא באינטרנט תחת מילות החיפוש: "פיתוח ראייה מרחבית".

לפני כל משימה שלהלן מפורטים הכישורים אותם מזמנת המשימה.

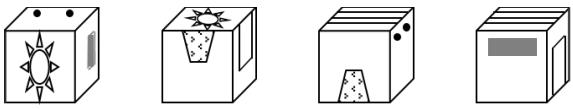
משימה 1

פירוט הכישורים:

המשימה נועדה לפתח יכולת של זיהוי תמונות של צורות תואמות המוצגות במנח שונה, באמצעות ביצוע סיבוב מנטלי של הגוף בשלמותו.

חלק א:

להלן קובייה המוצגת מארבע זוויות ראייה שונות:

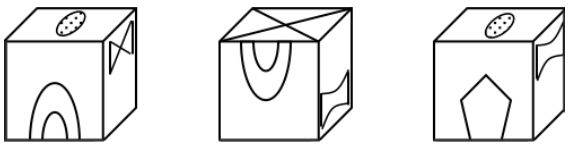


יש לזהות את הפאות הנגדיות של הקובייה, כפי שהן מופיעות בטבלה שלהלן:

הפאה						
הפאה הנגדית						

חלק ב:

להלן קובייה המוצגת משלוש זוויות ראייה שונות.



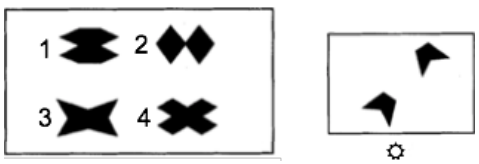
האם ניתן לזהות את הפאה הנגדית של כל אחת מפאות הקובייה? אם לא, יש להסביר מדוע? אם כן, יש להתאים לכל פאה את הפאה הנגדית שלה.
האם תמיד ניתן להסתפק בשלוש זוויות ראייה? מדוע?

חלק ג:
האם, לדעתך, ניתן היה להסתפק בתמונה של קובייה משתי זוויות ראייה בלבד?
אם לא, יש להסביר מדוע? אם כן, האם יש חשיבות לפאות אותן בוחרים להציג? יש לסרטט את הקובייה משתי זוויות ראייה אלה.

משימה 2

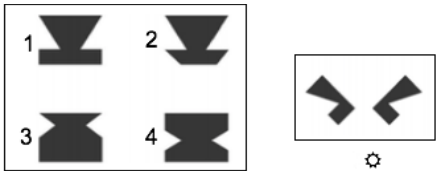
פירוט הכישורים:
מטרת המשימה היא לפתח יכולת של זיהוי תמונות של צורות תואמות המוצגות במנח שונה באמצעות פירוק וסיבוב שלהן. המשימה מבוססת על לוין וחוב' (Levine, Huttenlocher, Taylor, & Langrock, 1999).
נתונות ארבע צורות סימטריות (1-4). חתכו כל אחת מהצורות באחד מצירי הסימטריה שלה וסובבו את החלקים.

חלק א:
לאיזה מהצורות מתאימים החלקים המסומנים ב-☼?



חלק ב:
יש לחזור על התהליך עם כל אחת משלוש הצורות האחרות, ולבנות כרטיסי ☼ מתאימים.

חלק ג:
יש לחזור על חלקים א ו- ב עם הצורות הבאות:

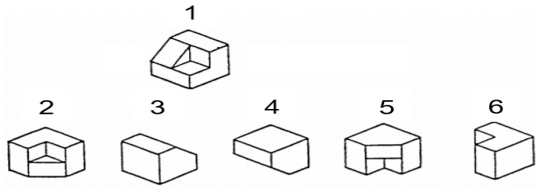


משימה 3

פירוט הכישורים:
במשימה זאת יש לזהות באופן מנטלי את פעולת הסיבוב שבוצעה על הגוף הנתון, וליישם את הממצא על הגוף האחר. שלא כמו במשימה 1, במשימה זאת אין חלוקה של הגופים לקוביות קטנות, מתוך מטרה לצמצם את השימוש באסטרטגיה אנליטית לאור היתרון המיוחס לשימוש באסטרטגיות הוליסטיות. המשימה מבוססת על בונדר וגואי (Bonder & Guay, 1997).

נתונה הצורה המסומנת ב- א. סובבו את הצורה. לאחר שסובבו את הצורה התקבל המנח המופיע ב- ב.

נתונה הצורה המסומנת ב- 1.
כל אחת מהצורות 2-6 מציגה מנח אחר של צורה 1.

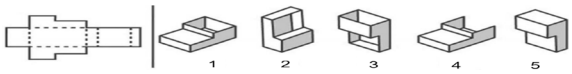


אילו היו מסובבים את צורה 1 בדיוק באותו האופן שבו סובבו את צורה א כדי לקבל את צורה ב, איזה מהצורות 2-6 היתה מתקבלת?

משימה 4

פירוט הכישורים:
במשימה זו יש ליצור התאמה בין גוף לבין הפריסה שלו. ניתן לסובב ו"לפתוח" את הגוף באופן מנטלי, או לחילופין, "לסגור" באופן מנטלי את הפריסה ולסובב אותה. יש לציין שמשימות מסוג זה נפוצות בספרי הלימוד, ועוסקות בפריסות של פירמידות, מנסרות, פאונים כלליים, גליל וחרוט. במשימה זאת מוצגת דוגמה שאיננה אופיינית למקובל בספרי הלימוד. המשימה מבוססת על בנט וחוב' (Bennett, Seashore, & Wesman, 1974).

בצד שמאל, נתונה פריסה של קופסה. מקפלים את הפריסה.
איזה מבין הקופסאות 1-5 תתקבל כתוצאה מהקיפול?



משימה 5

פירוט הכישורים:

במשימה זאת יש להיעזר בסיבוב מנטלי כדי לגלות את ה"עקבות" שמשאיר אובייקט המסתובב סביב ציר נתון. לצורך ההתמודדות עם משימה זאת נדרש לעשות שימוש באסטרטגיה הוליסטית, תוך השלמת מידע חסר בנוגע לחלקי הגוף שאינם נתונים. בתכנית הלימודים יש התייחסות לשלושה גופי סיבוב המוכרים לילדים מחיי היום-יום: גליל, חרוט וכדור. אלה גופים הנוצרים באמצעות סיבוב של משטח מישורי סביב ישר (ציר הסיבוב) הנמצא באותו המישור. יש לציין כי בתכנית הלימודים גופים אלה אינם מכונים בשם "גופי סיבוב", אלא בשם: "גופים אחרים" כדי ליצור הבחנה בינם לבין פאונים. חלק א של המשימה מבוסס על הדס (2006). חלקים ב ו- ג מבוססים על פטקין, שריקי וברקאי (2018).

חלק א:

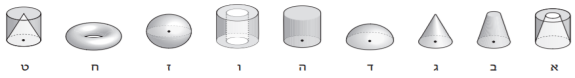
נתונות להלן שבע צורות דו-ממדיות. מסובבים כל אחת מהצורות האלה סביב ציר סיבוב, כפי שמתואר בסרטוט.

הצורה המסתובבת:

להלן 9 ייצוגים של גופים.

יש להתאים לכל אחת מהצורות המסתובבות את הייצוג של הגוף המתקבל ממנה לאחר הסיבוב, ולציין את שמה. יש לשים לב לכך ששניים מהגופים אינם מתאימים כפתרון.

הגוף המתקבל לאחר הסיבוב:

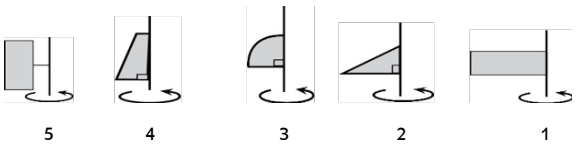


הצורה הדו-ממדית	1	2	3	4	5	6	7
גוף הסיבוב							
שם הגוף המתקבל							

חלק ב:

נתונות חמש צורות דו-ממדיות. מסובבים כל אחת מהצורות סביב ציר אנכי. מהו גוף הסיבוב המתקבל לאחר הסיבוב?

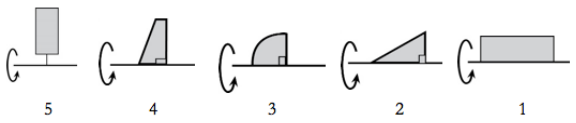
עליך לסרטט את גוף הסיבוב המתקבל בכל אחד מהמקרים, ולתאר אותו במילים.



חלק ג:

נתונות חמש צורות דו-ממדיות. מסובבים כל אחת מהצורות סביב ציר אופקי. מהו גוף הסיבוב המתקבל לאחר הסיבוב?

עליך לסרטט את גוף הסיבוב המתקבל בכל אחד מהמקרים, ולתאר אותו במילים.



הצורה הדו-ממדית	סיבוב סביב הציר האנכי		סיבוב סביב הציר האופקי	
	גוף הסיבוב	שם הגוף המתקבל	גוף הסיבוב	שם הגוף המתקבל
1				
2				
3				
4				
5				

משימה 6

פירוט הכישורים:

משימה זאת נועדה להדגים את החשיבות של היכולת לבצע סיבוב מנטלי, כמו גם את ההשלכות של שינוי המנח של מצב נתון על זיהוי הסיטואציה הנתונה ועל קלות הפתרון. במיוחד, יש לכך חשיבות בהקשר של התמודדות עם בעיות המופיעות בתכנית הלימודים של החטיבה העליונה, שללא שימוש בסיבוב מנטלי עשויות להיות ברמת מורכבות גבוהה.

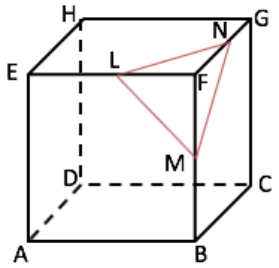
חלק א:

נתונה קובייה ABCDEFGH שאורך המקצועות שלה הוא 8 ס"מ.

L, M, N הם אמצעי המקצועות FE, FB, FG, בהתאמה.

מחברים את N, M, L (איור א).

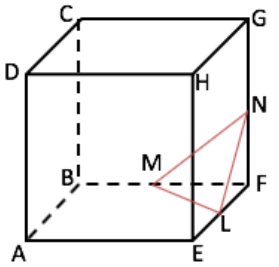
מהו הגוף FNML המתקבל? מהו נפחו?



איור א

חלק ב:

מסובבים את הקובייה הנתונה, כפי שניתן לראות באיור ב.



איור ב

האם לאחר סיבוב הקובייה, קל יותר לזהות את מאפייניו של הגוף FNML ולחשב את נפחו? מדוע?

הערה למשימה 6:

מניסיוננו, בהתבוננות בגוף FNML בזווית הראייה הנתונה באיור א, קיימת נטייה לזהות (בטעות) את הגוף כפירמידה משולשת (ארבעון - טטרהדרון) משוכללת, שבסיסה הוא המשולש המשוכלל (שווה הצלעות) LMN, וקודקודה הוא F. רבים נוטים להתעלם מהזוויות הישרות $\measuredangle LFM$; $\measuredangle NFM$; $\measuredangle NFL$. במקרה כזה, חישוב הנפח (החורג מהידע של תלמידי בית הספר היסודי או חטיבת הביניים) נעשה באמצעות חישוב שטח המשולש שווה הצלעות LMN, מציאת הרדיוס של המעגל החוסם את המשולש LMN, מציאת מרכז המעגל החוסם את המשולש (O), וחישוב גובה הפירמידה, FO. מלבד העובדה שמדובר בחישוב ארוך ומורכב, הרי שמדובר בחישוב שהוא שגוי ביחס לסיטואציה הנתונה.

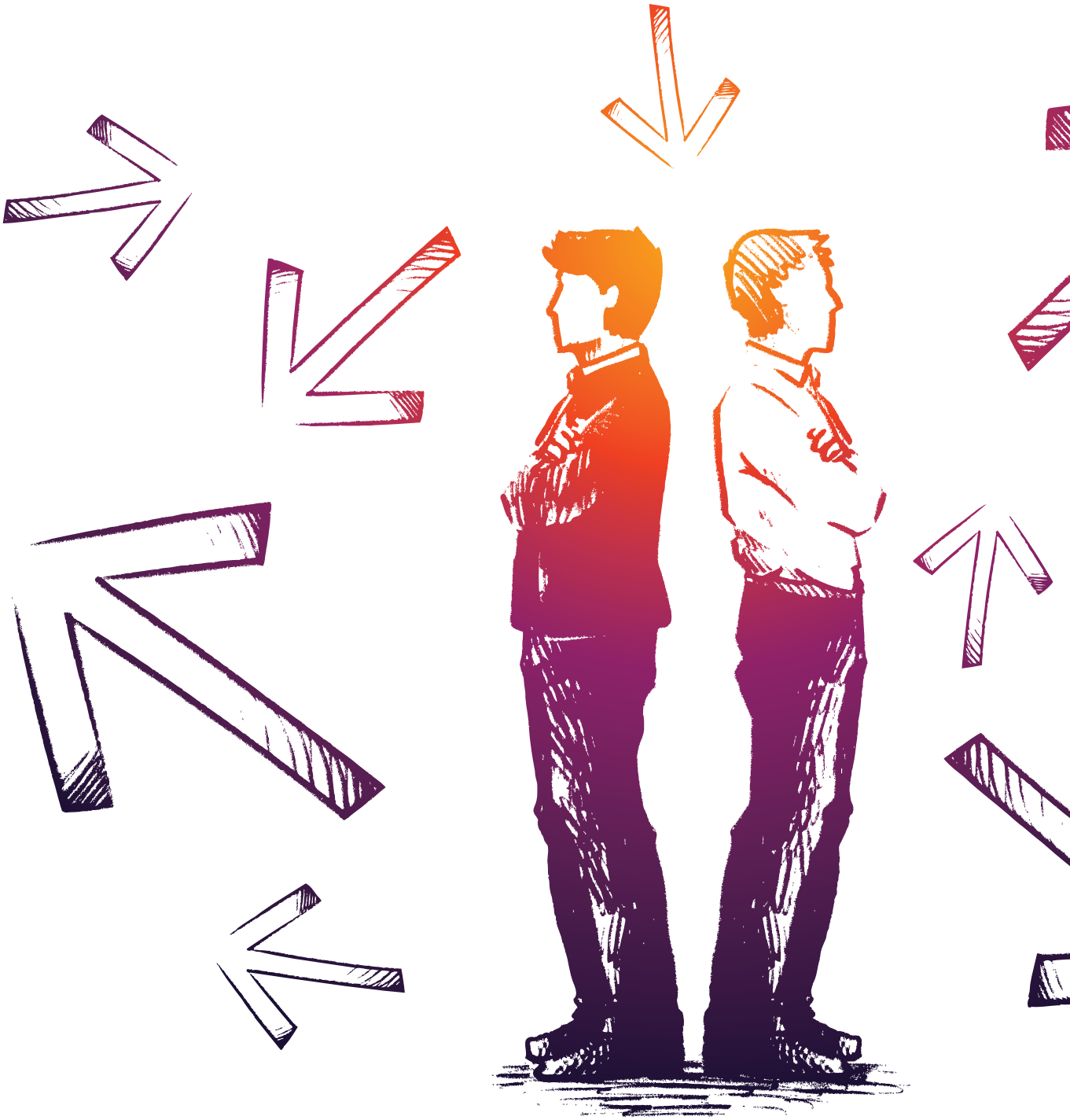
סיבוב הקובייה, כמו שמודגם באיור ב, מאפשר לזהות את הגוף כפירמידה שקודקודה N, גובהה NF, בסיסה הוא המשולש ישר הזווית ושווה השוקיים FML. במקרה כזה, חישוב נפח הפירמידה הוא מיידי (שטחו של המשולש MFL הוא 8 סמ"ר, גובה הפירמידה הוא 4 ס"מ, ומכאן שנפחה הוא $\frac{32}{3}$ סמ"ק).

סיכום

לכישורים מרחביים יש חלק חשוב בהתנהלות הפרט בחיי היום-יום. בשנים האחרונות זוהה הקשר הקיים בין כישורים מרחביים לבין תחומי ה- STEM. בפרט, נמצא שמבין כל סוגי הכישורים המרחביים, ליכולת לבצע סיבוב מנטלי יש את הקשר ההדוק ביותר להצלחה בתחומי ה-STEM. לאור זאת, במאמר זה הצגנו פעילויות מסוגים שונים המיועדות לתלמידים בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי, שמטרתן לטפח את הכישורים המרחביים של תלמידים. פעילויות אלה ניתן גם לשלב בקורסים המיועדים למתכשרים להוראת מתמטיקה. מומלץ ללוות את ביצוע הפעילויות בדיון בשאלות הקשורות למנחים שונים של צורות, להבדלים בין הגופים המתקבלים כתוצאה מפעולת הסיבוב בהתאם למנחים שונים שלהם, ולאסטרטגיות בהן נוקטים הלומדים לצורך התמודדות עם המשימות.

מקורות

- הדס, נ. (2006). גיאומטריה - קורס מתקדם למורי יסודי. רחובות: מכון ויצמן למדע.
- משרד החינוך, התרבות והספורט (2006). תכנית הלימודים במתמטיקה לכיתות א'-ו' בכל המגזרים. ירושלים: משרד החינוך, האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים.
- משרד החינוך, התרבות והספורט (2010). תכנית הלימודים במתמטיקה לגן הילדים בחינוך הממלכתי והממלכתי-דתי. ירושלים: משרד החינוך, האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים.
- פטקין, ד., שריקי, ע., וברקאי, ר. (2018). פיתוח כישורים מרחביים באמצעות אימון ליצירת דימוי מנטלי של גופי סיבוב. בתוך: א. לבנברג וד. פטקין (עורכות), גאומטריה פנים רבות לה - מן המחקר אל המעשה (עמ' 114-135). תל-אביב: הוצאת מכון מופ"ת.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1988). The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. American Educational Research Journal, 25(1), 51-71.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1989). Adolescents' ability to communicate spatial information: Analyzing and effecting students' performance. Educational Studies in Mathematics, 20(2), 121-146.
- Bennett, G. K., Seashore, H. G., & Wesman, A. G. (1974). The differential aptitude tests (Form T). New York: The Psychological Corporation.
- Bonder, G. M., & Guay, R. B. (1997). The Purdue visualization of rotations test. The Chemical Educator, 2(4), 1-17.
- Halpern, F. D. (2005). Sex, brains & hands: Gender differences in cognitive abilities. eSkeptic - The email newsletter of the Skeptic Society, 2(3), 96-103. Retrieved from http://www.skeptic.com/eskeptic/05-03-15/
- Hsi, S., Linn, M. C., & Bell, J. E. (1997). The role of spatial reasoning in engineering and the design of spatial instruction. Journal of Engineering Education, 86(2), 151-158.
- Levine, S. C., Huttenlocher, J., Taylor, A., & Langrock, A. (1999). Early sex differences in spatial skill. Developmental Psychology, 35(4), 940-949.
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. Child Development, 56, 1479-1498.
- Lohman, D. F. (1996). Spatial ability and G. In I. Dennis, & P. Tapsfield (Eds.), Human abilities: their nature and measurement (pp. 97–116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Marmor, G. S. (1975). Development of kinetic images: When does the child first represent movement in mental images? Cognitive Psychology, 1, 548-559.
- Patkin, D., & Dayan, E. (2013). The intelligence of observation improving high school students' spatial ability by means of intervention units. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 44(2), 179-195.
- Patkin, D., & Fadalon, L. (2013). Developing 3rd grade boys' and girls' spatial ability by means of an extra-curricular teaching unit. Journal of the Korean Society of Mathematical Education. Series D: Research in Mathematical Education, 17(2), 99-118.
- Patkin, D., Shriki, A., & Barkai, R. (2019). Strategies applied by elementary school mathematics pre-service teachers for coping with tasks requiring a mental rotation.

International Journal of Science and Mathematics Education, 17(8), 1563–1584.

- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). The child's conception of space. New York: W. W. Norton.
- Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. Science, 171(3972), 701-703.
- Shriki, A., Barkai, R., & Patkin, D. (2017). Developing mental rotation ability through engagement in assignments that involve solids of revolution. The Mathematics Enthusiast, 14(1), 541-562.
- Sorby, S. A., & Baartmans, B. G. (2000). The development and assessment of a course for enhancing the 3D spatial visualization skills of first year engineering students. Journal of Engineering Education, 63(2), 21-32.
- Sorby, S. A., Wysocki, A. F., & Baartmans, B. G. (2002). Introduction to 3D spatial visualization. New York: Cengage Learning.
- Stieff, M., & Uttal, D. (2015). How much can spatial training improve STEM achievement? Educational Psychology Review, 27(4), 607-615.
- Turos, J., & Ervin, A. (2000). Training and gender differences on a Web-based mental rotation task. The Penn State Behrend Psychology Journal, 4(2), 3-12.
- Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies. Psychological Bulletin, 139(2), 352-402.
- Walker, C. M., Winner, E., Hetland, L., Simmons, S., & Goldsmith, L. (2011). Visual thinking: Art students have an advantage in geometric reasoning. Creative Education, 2(1), 22-26.