

חקר נתונים



העיתון כמושא למחקר

חקר נתונים בסדנת מתמטיקה במבט אחר¹

גאולה ויצמן, מכללת חמדת הדרום.

חנה ברט, חטיבת ביניים, סעד

מדידות וחישובי שטח, שברים פשוטים, שברים עשרוניים, אחוזים, אומדן ושימוש במחשבון. השימוש ב- EXCEL לעיבוד נתוני המחקר, לחישוב ממוצעים ולשרטוט דיאגרמות שונות לשם הצגת תוצאות המחקר, מתבקש מאליו.

ייחודה של הפעילות בא לידי ביטוי בכמה היבטים: א. נושא החקר

עד כה עסקנו בעיקר בפעילויות החוקרות תופעות בתחום המתמטיקה עצמה. הושם דגש על תהליך החקר ועל גילוי עיקרון/רעיון מתמטי ידוע. כך למשל נחקר קשר בין שני משתנים ששניהם מתמטיים; קשר בין מיקום הספרות בגורמים לבין גודל המכפלה. במקרה שבו נדבר, נחקר קשר בין משתנה מתמטי לבין משתנה אחר שאינו מתמטי – הקשר בין מתמטיקה לבין תקשורת.

בשני העשורים האחרונים הולכת ומתעצבת בארץ תפיסה אחרת בתחום החינוך המתמטי השונה מהתפיסה שרווחה עד כה, כשביטוי השיא שלה הוא תכנית הלימודים החדשה במתמטיקה. כדי להסביר את ההבדל העיקרי בין שתי הגישות אפשר לקרוא לגישה המסורתית – תפיסה סטטית סגורה בהוראה ובלמידת מתמטיקה, ולגישה החדשה – תפיסה דינמית פתוחה² בהוראה ובלמידת מתמטיקה. את ההבדלים בין שתיהן אפשר לתמצת בעזרת השוואה בין מספר מאפיינים. (איור 1).

בפעילות³ שתואר בזה באה לידי ביטוי תפיסה פתוחה בהוראה ובלמידת מתמטיקה. המתמטיקה מוצגת בה כמקצוע המזמן באופן כמעט "טבעי" קשרים בין תחומים. בעיות הסובבות אותנו בתקשורת הכתובה מוגשות תוך שילוב רבגוני של נושאים מתמטיים:

תפיסה פתוחה	תפיסה סגורה
מתמטיקה מוגדרת על-ידי:	
* פתרון בעיות בדרך חקר	* חישובים
* תקשורת ושיח מתמטיים	* ביצועים על-פי כללים
* ידע לנמק, להצדיק	* ידע הליכי (איך לעשות)
מתמטיקה נלמדת כ:	
* נושא המקושר לנושאים ולמקצועות אחרים	* נושא מבודד ומנותק
* פתרון בעיות מוכללות ובלתי שגרתיות	* אימון, תרגול ושינון
* הבניה פעילה של ידע ע"י הלומד	* קבלת מידע והסבר מהמורה
אוכלוסיית היעד ללימודי חקר:	
* כל התלמידים בכיתה	* תלמידים מצטיינים, נבחרים

איור 1. השוואה בין תפיסה סגורה לתפיסה פתוחה בהוראת המתמטיקה ובלמידתה

1. סדנאות "מתמטיקה במבט אחר" במרכז מורים חמדת הדרום, כפי ששמן מעיד עליהן, מתנהלות מזה שנים על-פי התפיסה הפתוחה וברוח העקרונות של תכנית הלימודים החדשה: למידה דרך חקר ופתרון בעיות אתגר, פיתוח תובנה מתמטית, פיתוח מגוון דרכי פתרון וחשיבה ייחודיות, למידה מתוך הבנה, פיתוח יכולת רפלקציה ותקשורת מתמטית, וחקר נתונים שהוא נושא חדש בתכנה⁴.
2. מאמר בנושא תפיסות מורים את המתמטיקה ואת דרכי הוראתה, המבוסס על עבודת התיזה של גאולה ויצמן, (1987), נמצא בתהליכי כתיבה.
3. הפעילות נערכה בסדנת המורים הממשיכים, הלומדים שנה שנייה במרכז מורים. לפעילות זו קדמה התנסות ראשונית במיני מחקר. שאפשרה למורים להיחשף לכל שלבי תהליך החקר, וזימנה להם שימוש בכלים סטטיסטיים פשוטים ללא סיוע מחשב.
4. ראה מאמר "אל המכפלה הגדולה ביותר" – "מספר חזק" מס' 18, מאת גאולה ויצמן.

3. בכיתה-הצגת הנתונים וניתוחם, הסקת מסקנות (אישוש/הפרכה של ההשערות) ודיון הכולל רפלקציה על התהליך ועל הקשר שלו לעבודה בשדה.

תיאור המהלך

יחידה ראשונה – עבודה בכיתה

ניסוח השאלה, העלאת השערות, איסוף נתונים ראשוני פתחנו בשיחה במליאה הנוגעת לאחת הבעיות החשובות שעלו על סדר היום הציבורי – התקשורת ומקומה בחיינו הפוליטיים והאזרחיים. בהמשך נסבה השיחה על העיתונות היומית ומגמותיה. בשיחה הטעמנו את ההבדל בין האידיאולוגיה של עיתון, שמתייחסת לנטיית הפוליטיות שלו לבין האינטרס המסחרי של עיתון, המתייחס בעיקר לקהל היעד, ולרצון להגיע לתפוצה רבה בקרב פלחי האוכלוסייה השונים. הסכמנו, שהניסוי יעסוק במטרות המסחריות של העיתונים, ולא ייגע בתכנים, שכן מטבע הדברים, יוביל העיסוק בתוכן לעיסוק בתפיסה המדינית של העיתונים, ומזאת רצינו להימנע.

כל מורה קיבלה זוג עמודים ראשיים מאותו תאריך של "הארץ" ו"ידיעות" או של "הארץ" ו"מעריב". המורות התבקשו, תחילה, להתבונן בעמודי העיתונים שקיבלו ולומר מה מושך את תשומת הלב שלהן: דיברנו על גודל הכותרות, הצבעים העזים, התמונות ועוד. בהמשך עסקה השיחה בהיבטים שונים שהשפיעו, מן הסתם, על שיקול הדעת של עורכי העמוד הראשי בעיתון, והובילה לרעיון שאולי יש גם היבטים מתמטיים לשיקולים אלה. מצאנו את המרכיבים בעמוד ראשי של עיתון: שם העיתון (מרכיב שנוסף רק בעקבות בעיה שצצה במהלך הפעילות הפרטנית), כותרת ראשית, כותרות משנה, כתבות, תמונות, מידע מבושר, פרסומות ושוליים. תוך כדי דיון מה אפשר לחקור בהקשר למרכיבים ולמדיניות של עיתון, ומה נדרש משאלת מחקר טובה?

הוצעה שאלת המחקר הבאה:

האם קיים קשר בין נתונים מתמטיים של מרכיבי עמוד ראשי בעיתון לבין האינטרס המסחרי של העיתון? אם כן,

מהו טיב הקשר? אם לא, מדוע?

מכאן עלה הצורך להגדיר איזה נתון מתמטי יימדד. הוצע, בין היתר, ממד השטח, אך בשל היותו גודל מוחלט, בעוד עמודי העיתונים שונים בשטחם, נוצר קושי שהוביל אותנו לבחור בממד יחסי – החלק היחסי באחוזים שכל מרכיב תופס מכלל שטח העמוד.

ב. תפקידו של העיתון בלימוד המתמטיקה

במקרה שיתואר, משמש העיתון מושא למחקר ממש: נחקר כאן הקשר בין גדלים מתמטיים בעיתונים לבין האינטרסים של אותם עיתונים.

הצגנו בסדנה את העיתון כמשאב לאוריינות מתמטית; שמנו דגש על יצירת קשר בין צורות שונות של מידע, על פיענוח מידע בהצגות שונות, על החדרת גישה של שאלת שאלות, על פיתוח רגישות כלפי היחסים הפנימיים והקשרים בין המתמטיקה הפורמלית לבין המציאות ועל לימוד בסביבה אותנטית.

ג. הרלוונטיות

הפעילות עולה בקנה אחד עם הדרישות של תכנית הלימודים החדשה במתמטיקה. נעשה כאן **חקר נתונים**, על כל המשתמע מכך. חוונו כאן את כל שלבי המחקר הסטטיסטי: ניסוח השאלה, ניסוח השערות, איסוף הנתונים, ארגון וניתוח נתונים והסקת מסקנות. פעילות זו היתה רלוונטית גם עבורנו המורים, במובן זה שיצאנו משאלה המעניינת אותנו, שהרצון להשיב עליה זימן לנו התנסות במחקר לכל דבר, ולימד אותנו שיטה מעניינת להסתכל על העולם סביבנו.

המטרות הלימודיות של הפעילות

- א. המורים יתנסו כתלמידים בכל השלבים של חקר נתונים הקשור לבעיה אותנטית, כמתבקש מתכנית הלימודים
- ב. המורים יחשבו על רעיונות יישומיים לשילוב חקר נתונים בהתאם לנסיבות הייחודיות של כיתותיהם.
- ג. המורים יעמיקו את הידע המושגי המתמטי שלהם על-ידי שימוש פעיל במושגים שכבר רכשו, תוך ראיית הקשר ביניהם.

לקראת הפעילות – הכנות

שלב זה כלל איסוף של כ-50 עמודים ראשיים של שלושה עיתונים יומיים נפוצים, תוך הקפדה שיהיו מאותו תאריך, כלומר, עמודים הסוקרים, פחות או יותר, אותם אירועים. זאת כדי למנוע משתנים מתערבים, המשפיעים על מבנה העמוד הראשי של העיתון ועלולים להטות את המחקר. לאחר מכן התבצע תכנון כל שלבי המחקר תוך עירוב, שיתוף ותיאום עם המורה למחשבים בקורס.

הפעילות – מבנה ומהלך

הפעילות חולקה לשלוש יחידות הוראה/למידה בנות 90 דקות כל אחת:

1. **בכיתה** – שיחת רקע, הגדרת המשתנים, ניסוח השאלה וההשערה, איסוף הנתונים וארגונם על-ידי הלומד, תוך שיתוף, שיח והתייעצות בין המורות בקבוצת העבודה.
2. **בחדר המחשב** – איסוף הנתונים וארגונם על-ידי הלומדים באופן אישי והכיתה כולה, קביעת דרכי הייצוג של הנתונים (טבלאות וסוגי הדיאגרמות).

עבודת יחיד/קבוצה (הציוד הנדרש: סרגל, מחשבון) לאחר דברי הבהרה קצרים, שבהם תכננו את המשימות הביצועיות הנדרשות מכל יחיד וארגון לטבלה, נדרשו המורים להשוות זוג עמודים ראשיים של שני עיתונים שונים על-ידי ביצוע המטלות הבאות, תוך שהם מסתייעים בטבלה המצורפת (טבלה 1).

1. **חשבו** את שטח כל עמוד העיתון ואת השטח של כל מרכיב בו בסמ"ר.
2. **בטאו** בשבר פשוט את חלק השטח שתופס כל מרכיב מכלל שטח העמוד.
3. **אמדו** שטח כל מרכיב ב-%.
4. **בדקו** את האומדן: ייצגו כל שטח בשבר עשרוני במחשבון והמירו אותו לאחוזים.

במהלך העבודה בקבוצה עלו בעיות חשובות שזימנו שיח מתמטי, למשל: **מדוע נתקבלו תוצאות שונות בחישובי שטח העמוד של אותו עיתון?** דנו בטעות המדידה המבהירה, שכל מדידה אינה מדויקת והיא בבחינת אומדן. או למשל: **מדוע לא הגענו למספר הקרוב לשלם (100%), על-ידי חיבור אחוז שטחי כל המרכיבים?** הבעיה נפתרה כשאחת המורות הזכירה כי שכחנו למנות בין המרכיבים את שם העיתון, ואז הוספנו אותו למרכיבי העמוד הראשי. המורות גילו סקרנות ועניין להמשיך בחקר כדי לבחון את השערותיהן. אחדות מהן אף נשארו בהפסקה כדי לסיים את המדידות ואת איסוף הנתונים ולהגיע מוכנות לפעילות הקבוצה במחשב.

ניסחנו מחדש את **שאלת המחקר**:
האם קיים קשר⁵ בין השטח באחוזים שתופסים מרכיבי עמוד ראשי בעיתון לבין האינטרסים המסחריים של אותו עיתון? אם כן, מהו טיב הקשר? אם לא, מדוע?

השערות

חלק מההשערות שהוצעו על-ידי המורות, התייחסו לאומדנים על החלק היחסי שתופסים מרכיבים בעמוד הראשי, ולא לשאלת המחקר עצמה, למרות זאת רשמנו אותן לצורך דיון מאוחר בהן:

1. ב"ידיעות" תופסת הכותרת הראשית כמחצית העמוד.
2. החלק של הכתבות ב"הארץ" גדול יותר מזה שב"מעריב".
3. החלק של הפרסומות גדול יותר ב"הארץ" מזה שב"ידיעות".
4. ב"מעריב" וב"ידיעות" גדול חלק התמונות מזה שב"הארץ".
5. יש קשר בין החלק היחסי שתופסים מרכיבי העמוד הראשי בעיתון לבין המדיניות שלו:
 - א. הכותרות הראשיות ב"מעריב" וב"ידיעות" תופסות שטח הרבה יותר גדול מזה שב"הארץ", וזה מעיד, כנראה, על מטרה להגיע לקהל קוראים גדול ככל האפשר.
 - ב. הכתבות בעמוד הראשי ב"הארץ" תופסות שטח גדול יותר מזה שב"מעריב" וב"ידיעות", וזה מעיד, כנראה, על מגמה להגיע לקהל קוראים מסוים.

טבלה מס' 1: מרכיבי עמוד ראשי בעיתון והחלק ב-% שהם תופסים מכלל שטח העמוד
 דף לריכוף התוצאות ליחיד

שם העיתון: _____		שם העמוד: _____		שם העמוד: _____		שם העמוד: _____	
שם העמוד: _____		שם העמוד: _____		שם העמוד: _____		שם העמוד: _____	
שם המרכיב	שם העיתון	החלק בשבר גולמי	אומדן ב-%	השערה	ייצוג עשרוני	אחוזים	שם המרכיב
כותרת ראשית							כותרת ראשית
כתבות							כתבות
תמונות							תמונות
מידע מבשר							מידע מבשר
פרסומות							פרסומות
שוליים							שוליים

5. הכוונה לקשר שאינו מוסק באמצעות מבחן מתאם סטטיסטי, אלא לקשר המוסק באופן לוגי מתוך ידע כללי ומתוך דיאגרמת ההשוואה החד-משתנית שנתקבלה בהצגת הנתונים.

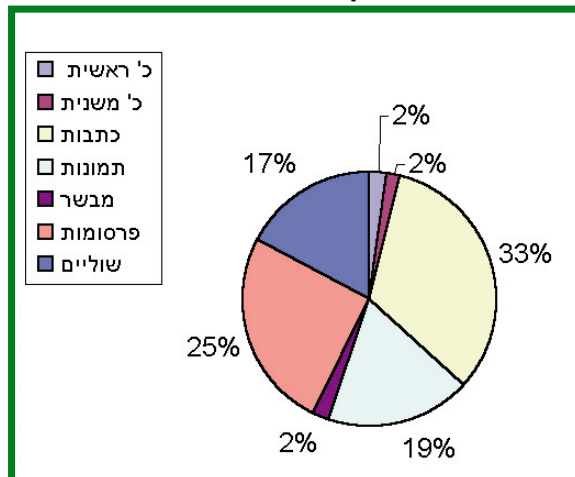
המורות הכירה אמנם את האקסל, שכן היא עברה סדנה קצרה על יצירת דיאגרמות בעזרתו, אך המורות לא היו מיומנות דיין בשימוש בו. אי לכך, התקיימה, אומנם, שיחה על מבנה הטבלה שתרכז את הנתונים של כל המורות, אך מפני שלא רצינו לפרוס את הפעילות במחשב על יותר מ-90 דקות, הוצגו בפני המורות טבלאות מוכנות. היה עליהן להקליד רק את תוצאות המדידות הישירות שעשו כפי שהן מופיעות בעמודה של השבר הגולמי. האקסל תרגם אותו לשבר מצומצם. הטבלה הציגה את השבר הפשוט כשבר עשרוני וגם כאחוז, שכן תהליך של "התרגום" שקוף למשתמש. כל מורה הוציאה תחילה תוצר המתאר את עבודת היחיד שלה, שכללה: טבלה אישית המשווה בין שני עמודי עיתונים שונים, שבה נרשם כל מרכיב בשלושה ייצוגים שונים וסך כל האחוזים; שתי דיאגרמות עוגה המתארות את החלק שתופס כל מרכיב בכל עיתון; ודיאגרמת עמודים המשווה בין שני העיתונים שאותם קיבלה (טבלאות 2, 3, 4).

חשוב לציין כאן כהערת אגב, שההתנסות בתרגיל יחיד זה תפקידה היה, בין היתר, לקשר את המורים לפרק חשוב שאותו אנו מלמדים באופן מובנה ושיטתי בסדנת המורים הממשיכים לאורך כל השנה – דרכי הוראת השברים. במהלכו למדו המורים להכיר את המספרים הרציונליים ונחשפו לרעיון, שאפשר לייצגם כמספרים עשרוניים על-ידי חילוק המונה במכנה באמצעות מחשבון ושניתן למצוא על פי הייצוג העשרוני את הייצוג שלהם באחוזים – כל זאת תוך הדגשה שקודם לפעולות אלה חשוב לאמוד את השבר ב-%. תרגיל זה מעמיק את התובנה המספרית על השברים ואת הבנת הקשר בין שלושת דרכי הייצוג של המספרים הרציונליים – שבר פשוט, מספר עשרוני ואחוז.

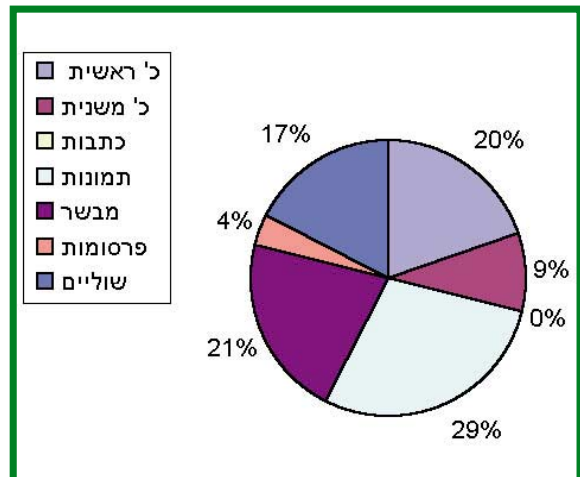
יחידה שנייה – עבודה במחשב ריכוז הנתונים, עיבודם, תיאורם וייצוגם.

המטרה העיקרית הייתה להראות למורות את יעילות השימוש באקסל לעיבוד נתונים ולהצגתם בעבודת מחקר. קבוצת

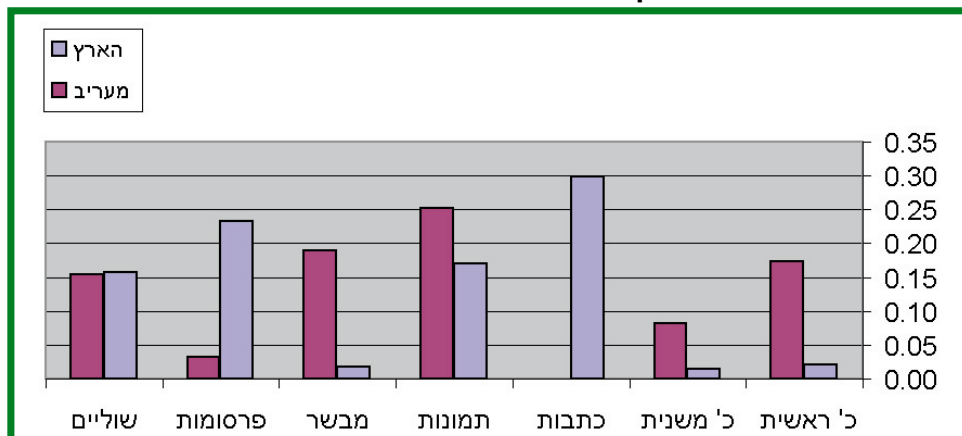
טבלה מס' 3 "הארץ" (עידית)



טבלה מס' 2 "מעריב" (עידית)

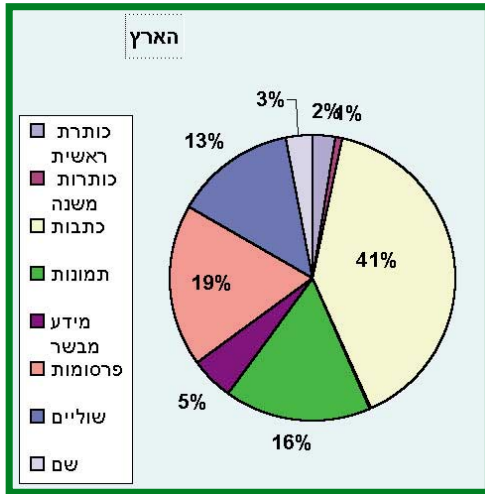


טבלה מס' 4: השוואת ה"ארץ" ל"מעריב" (עידית)

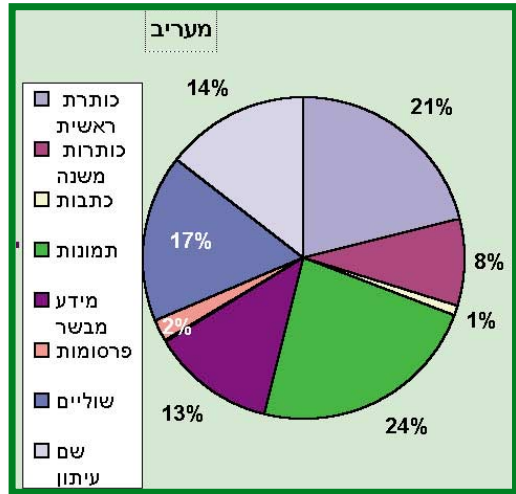


לאחר מכן נבנו טבלאות מסכמות שריכזו את נתוני כל הקבוצה (טבלאות 5, 6, 7).

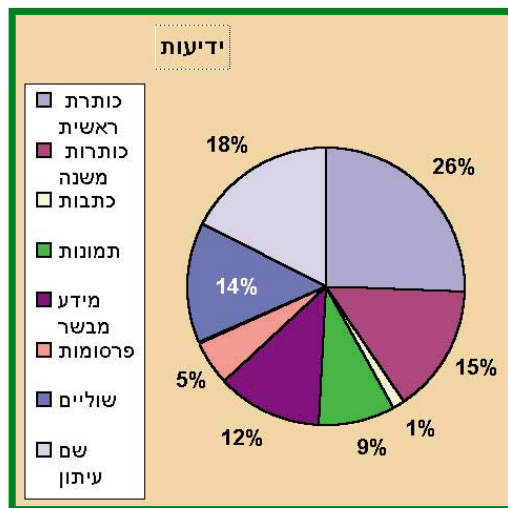
טבלה מס' 6



טבלה מס' 5

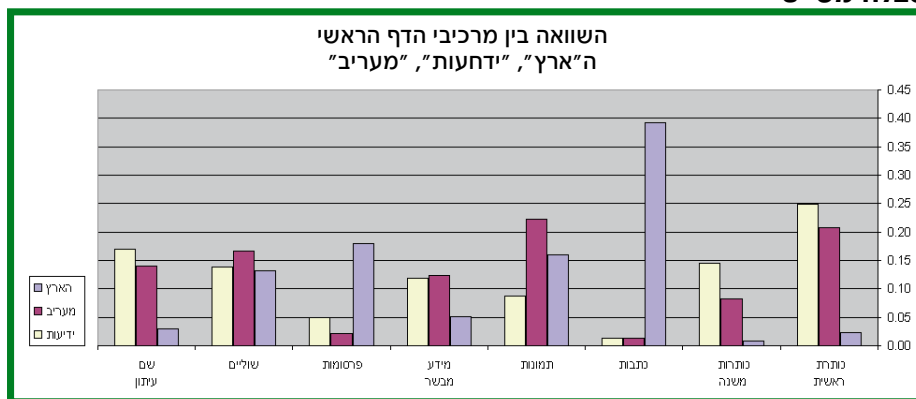


טבלה מס' 7



בכל טבלה הופיעו חישובי הממוצע כנוסחה, ועל כן הערך של הממוצע עשוי היה להשתנות בעת ההקלדה. עובדה זו העלתה לדיון היבט חשוב בתכנות הממוצע - היותו מושפע מנתונים קיצוניים. כל הנתונים הרלוונטיים להשוואה בין העיתונים השונים רוכזו "אוטומטית" בטבלה אחת, (טבלה 8).

טבלה מס' 8



המשווה. דרך ייצוג זו מאפשרת לנו לבחון באופן מהיר ומאיר עיניים את ההשערות שלנו. מהתבוננות בדיאגרמת העמודות המשווה בלט מיד השוני בין "הארץ" לבין "ידיעות" ו"מעריב", היה דמיון בנתונים של "מעריב" ו"ידיעות" בהשוואה לאלו של ה"הארץ", וזה כשלעצמו, אף מבלי להיכנס לפרטים, העיד על קיומו של קשר בין אחוז שטח המרכיבים בעמוד ראשי בעיתון לבין האינטרס הכלכלי של אותו עיתון. כמו כן בלטה העובדה, שחלק הכתבות בה"ארץ" היה גדול מזה שב"מעריב" או ב"ידיעות".

בדיון בהשתמעויות החינוכיות הגענו, בין היתר, להבנות פדגוגיות חשובות הקשורות לפעילות זו ולחקר נתונים בכלל: הבנו כי מילת המפתח היא רלוונטיות. נוכחנו לדעת, שכדי להגביר את סקרנותם של התלמידים, חשוב לצאת לחקר נתונים מבעיה המעניינת אותם וקרובה לעולמם. כמו כן חשבנו, שבתכנון הולם של המורה, המתאם לנסיבות כיתתו, יתאפשר כמעט לכל תלמיד להתבטא בהתאם ליכולתו, ללא תלות בידע קודם שלו. הודגשה גם חשיבות ההתנסות בתהליך זה בכל כיתות היסוד, החל מכיתה א', כשדרגת הקושי והמורכבות עולות מכיתה לכיתה.

דברים אלה עולים בקנה אחד עם הדרישות של תכנית הלימודים החדשה, שבה מופיע **חקר נתונים כנושא אורך**. לנושא זה הוקדשו 10% מתכנית הלימודים לכל כיתה, והוא תוכנן ונבנה בשיטתיות במעגלים ספירליים לכיתות א'-ו' בליווי הנחיות למורים. לקראת סיום הדיון העלנו רעיונות שונים לפעילויות בכיתות, המתקשרות למקצועות כגון מולדת, גיאוגרפיה, מדעים ואקטואליה. רעיון אחר שעלה היה לתכנן פעילויות לחקר נתונים לכיתות א'-ו' סביב נושא מרכזי שיוחלט עליו במליאת חדר המורים בכל בית-ספר, בין אם הוא קשור לנושא השנתי של משרד החינוך ובין אם הוא בזיקה ליעד החינוכי המרכזי של בית-הספר.

לקראת הצגת הדיאגרמות המסכמות, המרכזות את הנתונים שנאספו מן הקבוצה כולה, נערך דיון בשאלות:
– מה אנו רוצים להציג בדיאגרמה?
– בין אילו משתנים אנו משווים?
– כמה דיאגרמות לבנות?
– מה יהיו נתוני הדיאגרמות השונות?
– איזה סוג דיאגרמה לבחור בכל מקרה?
המורות נכחו לדעת, כי בשיטה זו של איסוף נתונים נחסך זמן רב של חישובים ידניים, אף יותר מאשר לו היו משתמשות רק במחשבון. הדבר עורר את סקרנותן של המורות לדעת ולהבין, כיצד כל זה נעשה במחשב. לאחר סיום השיעור נשאו לא מעט מורות שהתעניינו בשיטה ודנו בשאלה במה כדאי ליישם אותה.

יחידה שלישית – עבודה בכיתה

הצגת התוצאות, בדיקת ההשערות, דיון מסקנות והשתמעויות חינוכיות
כל מורה יצרה דיאגרמה אישית על סמך הנתונים שהיא עצמה אספה בשיעור (ביחידה הראשונה). בדיאגרמה זו נעזרנו כדי לבחון את ההבדל בין נתונים מעמוד אחד מכל עיתון לעומת נתונים ממספר רב של עמודים. הנקודה החשובה שעלתה בהקשר זה, התייחסה לאחר מכן להשערות, שהסתמכו על התרשמות מעיתון אחד, ואשר הפרכו עם הצגת הדיאגרמה המסכמת.

כך נמצא, בניגוד להשערה, שחלק התמונות ב"ידיעות" וב"מעריב" אינו גדול מזה שב"הארץ". כמו כן הופרכה ההשערה לגבי הכותרת הראשית ב"ידיעות" התופסת מחצית מהעמוד (ראו טבלה מס' 7).
הודגשה בשיחה המסקנה, כי הסתמכות על דוגמה אחת או דוגמאות מעטות אינה מאפשרת יצירת הכללות תקפות. בדיון זה הגענו להכרה בעוצמה החזותית של הדיאגרמה

ביבליוגרפיה

Ernest, P.A. (1989). The Knowledge, Beliefs, and Attitudes of Mathematics Teacher. *Model of Education for Teaching*, 15(1), 13-30.

Lerman, S. (1964a) Alternative Perspective of the Nature of Mathematic and their influence on the teaching of mathematics. *British Education Research Journal*, 44.

Russel, S.J., & Frid, S.N. (1989). New Direction for Elementary School Mathematics: Collecting and Analysing Data in Elementary School Classroom. N.C.T.M.

בייט-מרום, ר' (1991). **מבוא לסטטיסטיקה, שיטות לתיאור וניתוח נתונים והיסק ממדגם לאוכלוסיה**. עם עובד, תל-אביב.

בן-צבי, ד' ופרידלנדר, א' (1997). **סטטיסטיקה, משימות חקר נתונים בעזרת מחשב**. מכון ויצמן, המחלקה להוראת המדעים, רחובות.

ויצמן, ג' (1997). **הזיקות בין תפיסות על הוראת מתמטיקה, ובין אפיונים מקצועיים של מורים למתמטיקה**. עבודה לקראת תואר מוסמך, אוניברסיטת בן-גוריון, באר-שבע.