



טיול מוקדם בין אפס לאחד

חמדה אביגני, בית ספר "אביבים" ראשון לציון, לומדת בקבוצת ההתמקצעות במכון וייצמן למדע.

שיחות רבות עם הילדים והקשבה לרעיונותיהם עזרו לי לגלות איך ילדים חושבים, וכיצד ילדים יכולים להסביר "כשפתם" משמעויות של מושגים ודרכי פיתרון. נוכחתי לדעת כי לעיתים קרובות, ההסברים שהילדים נותנים אחד לשני הם מובנים יותר מאשר הסברי המורה. כמורה לכיתות א - ג המשתתפת בקורס, אני נחשפת לעיתים קרובות לנושאים שאינם שייכים לתכנית הלימודים של כיתות אלה, ולכאורה אינם מתאימים ליכולת ההבנה של הילד בשלב זה.

לעיתים אני תוהה, מהי התועלת בהתנסויות אלו לגבי הילדים. אין לי תשובה חד-משמעית לשאלה זו, אולם לפעמים אני נוכחת כי אפשר לזרוע זרעים ראשוניים בלמידת מושגים מתמטיים מתקדמים כבר בגיל צעיר כחלק מתהליך למידה ספירלי.

בהמשך אתאר שיעור מתמטיקה בכיתתי - כיתה ג', כדוגמה להפעלת העקרונות שמאחורי הקורס להתמקצעות. הנושא שבו עוסק השיעור אינו כלול בתכנית הלימודים של כיתה זו, אך הטיפול בו נתן לי הזדמנות להפעיל את התכנים ואת הגישה להוראה, שלהם נחשפתי במהלך הקורס.

המשימה בין אפס לאחד

בתחילת השיעור, שאלתי את הילדים מה הם יודעים על "עולם המספרים".

להלן כמה מתשובות הילדים:

"יש מספרים זוגיים ואי-זוגיים."

"יש מספרים שלמים כמו 20, 7, 44, ..."

"המספרים הם עד אין סוף הם לא נגמרים."
יש מספרים שאי-אפשר לחלק אותם, לא מקבלים מספרים שלמים ראינו במחשבון."

בשלב הבא, ציירתי על הלוח את ישר המספרים, ובמקביל נתתי לתלמידים רצועת נייר שעליה מצוייר ישר המספרים. שאלתי אותם האם לדעתם קיימים מספרים שמקומם

במהלך לימודי בקורס להתמקצעות של מורים למתמטיקה, נחשפתי לחומרי לימוד ולגישות חדשות בהוראה. בין הגישות החדשות למדתי את הגישה הקונסטרוקטיביסטית שעל פיה, הלמידה היא תהליך המתבסס על פעילויות אותנטיות, והתלמיד בונה לעצמו את הידע האישי באופן פעיל. לפי תפיסה זו, התלמיד יוצר את עולם הידע שלו תוך תהליכים של פרשנות אישית, חיפוש ויצירת משמעות ורפלקציה. גישה זו עומדת במרכז הפעילויות המופעלות בקורס.

בגישה זו גם ההקשר החברתי משחק תפקיד חשוב בתהליך הלמידה. הלמידה מתרחשת במרחב למידה פתוח, גמיש ודינאמי. מצד אחד, סביבת הלמידה צריכה לאפשר לכל ילד לפעול לפי דרכו ולפי יכולתו, ומאידך היא צריכה לקדם אותו בדרכי הפתרון ולסייע לו להכיר דרכים נוספות.

נושאי הלמידה בקורס העשירו את הידע שלי ואת היכולות שלי להתמודד עם המתמטיקה ברמה גבוהה יותר. הלמידה מוסיפה לי היבטים חדשים - הן בתחום הפדגוגי והן בתחום המתמטי. תחושותי כמורה משתלמת היא, כי אני עוברת תהליך של שינוי, שבמהלכו אני הופכת למורה חוקרת, התופסת באופן אחר את תפקידה ומתייחסת אחרת אל יכולתו של התלמיד. השינויים האלה מתבטאים ביצירת מאזן אחר בין מיומנויות טכניות ובין חשיבה מתמטית, ובתפיסת תפקיד המורה בכיתה כמכוונת ומפתחת חשיבה, וכמבססת את הוראתה על הידע של התלמידים, ולא כמובילה, מנחה ומשמשת מקור יחיד לידע.

בהדרגה, מתגברת אצלי ההכרה וההבנה, כי אני כמורה צריכה לשמש מנחה, שותפה לתהליך הלמידה של הילדים, להקשיב לדרך חשיבתם ולעקוב אחר פעולתם, מתוך ההבנה שישנן דרכים רבות ושונות לפתרון ולתוצר סופי.

בין 0 ל-1, ואם כן, האם הם מכירים מספרים כאלו? הופתעתי לקבל מגוון רחב של תשובות. בהתחלה תלמידים מאחת הקבוצות אמרו שאין מספרים כאלו, אך מיד אחר כך אחד התלמידים אמר: "אהה, יש חצי וזה באמצע." מרגע זה הילדים החלו לתת תשובות המבוססות על ידע העולם שלהם. אתאר כאן את תגובותיהן של שתי קבוצות בכיתה.

קבוצה ראשונה

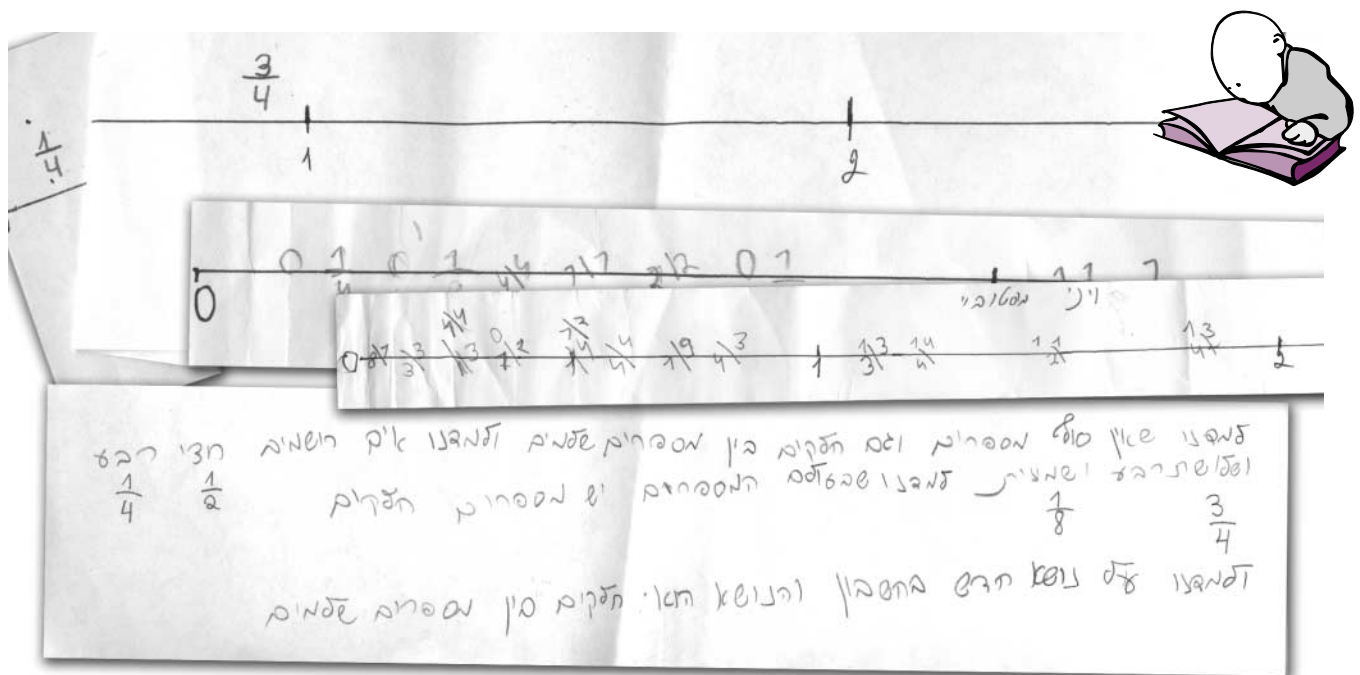
ו: "אז יש רבע ורבע של הרבע..."
 ת: "אז צריך לסדר אותם לפי הגודל קודם הרבע אחר-כך החצי."
 ל: "זה כמו בפיצה, שחותכים את החצי לעוד חצי."
 אני (המורה): אז מה גילתם?
 ו: "שיש מספרים קטנים בין המספרים הגדולים."
 ת: (מתקן את ו) "יש מספרים לא שלמים."
 ל: (מראה על הציר נקודה שבין 1 ל-2). אני למדתי שיש מספרים "חלקים" בין המספרים השלמים ויש גם אחד וחצי כאן."
 (את המושג "מספרים חלקים" הילדים המציאו מהמילה חלק.)
 ו: (מקפלת את ישר המספרים שקיבלה ומראה לקבוצה). "גיליתי משהו, אם נקפל את הנייר נקבל הרבה חלקים, אני לא יודעת איך אומרים אותם אבל יש הרבה חלקים."
 אני: אז כמה מספרים יש בין אפס לאחד לדעתכם?

ת: "הרבה"
 ל: "מלא"
 אני: מה זה הרבה?
 ו: "את רוצה שנגיד אין סוף מספרים."
 אני: מה דעתכם?
 ל: "אולי, אני חושב הרבה מאוד."

מעבודתה של הקבוצה הראשונה ניכר שהילדים תוך כדי קיפול סרגל המספרים גילו שיש עוד מספרים בין 0 ל-1. במהלך קיפול הסרגל אמר אחד הילדים "תקפלו קטן קטן, שיצא לכם הרבה מספרים". מתשובה זו אני מסיקה שברמה האינטואיטיבית הילדים הבינו שיש הרבה מאוד מספרים בין ה-0 ל-1. בדרך זו התייחסו הילדים למושג הצפיפות והבינו שתמיד בין שני מספרים יש עוד מספרים.

קבוצה שנייה

בקבוצה זו השתתף ת. שהינו תלמיד בעל ידע עולם נרחב, מתעניין מאד בחלל ומשתתף בחוגי מדע שונים. בשיעורי החשבון ת. אוהב לשאול ולדעת "על מה שהוא לא לומד והוא שמע או ראה באיזשהו מקום". במהלך הפעילות ת. אמר שהוא מכיר את השעון והוא מחולק לרבע וחצי. באמירה שלו לא קשר ת. את עניין השעון לישר המספרים ולכן הילדים לא הבינו את הקשר ולא התייחסו להערה שלו. ת. חזר על מה שאמר ובכעם השנייה הצליח לעזור



את תשומת ליבם של ילדי הקבוצה.

ת: "כן יש 1.5, 1.1 אז בין 1-0 יש 0.1, 0.2..."
ע: "כן יש, אני מכיר רבע, חצי ושלושת רבעי."
בין רבע לחצי יהיה חצי מרבע, אחר כך רבע מרבע או
שלושת רבעי מרבע."

ע: "אז גם מחצי לשלושת רבעי יש מספרים ואני לא יודע
איך קוראים להם."

ת: "זה מספרים לא שלמים."

פ: "יש כאן באמצע מספרים אבל הם לא שלמים."

אני: כמה מספרים יש בין 1-0, 1-2?

ע' ות': "100 מספרים."

ת: "או אולי אין סוף."

ע: "יש 100, אני בטוח אבל אני לא יודע להסביר."

פ: "יש 50 או 100?"

ת: "לא 50, יש 100 כי $\frac{1}{2}$ זה 50 מ-100, אז יש 100."

ע: (מתייחס לאין סוף מספרים) "אז אם יש הרבה לא

יהיה 1."

ת: "אם יש אין סוף מספרים ונספור רק את החלקים עד

1 מתי נגיע ל-1, לא יגמרו החלקים."

פ: "אז יש כל הזמן אין סוף מספרים."

ע: "נורא מבלבל."

מעבודתה של קבוצה זו ניתן לראות שהילדים התייחסו

לכך שיש מספרים לא שלמים בין 0 ל-1. הם התייחסו

לעובדה שיש "המון" מספרים שניתן לכתוב בין השלמים,

ולכך שניתן תמיד להוסיף עוד ועוד מספרים כאלו.

ניתן לומר שמטרת המשימה, לגלות האם יש מספרים

נוספים בין 0 ל-1 הושגה.

ביחד עם השגת מטרה זו עלתה השאלה - כמה מספרים

כאלו יש?

הילדים חשו שמדובר ב"כמות שלא תיגמר" למרות שמושג

האין סוף עדיין היה קשה להם להבנה.

לסיכום השיעור, ביקשתי מן הילדים לרשום על דף מה

לדעתם הם למדו בשיעור זה.

כל קבוצה ריכזה את תשובותיה בכתב, והדברים מובאים

כפי שנכתבו במקור (כולל סימון השברים).

הקבוצה הראשונה

אנו למדנו על מספרים שבין ספרות. בין 1-0 יש אין סוף

מספרים. ויש מספרים שנקראים רבע ושליש וחצי... וכך

רושמים את המספרים האלו: $\frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{10}{1}$...

וגם למדנו שיש אין סוף מספרים כאלה.

הקבוצה השנייה

"למדנו שיש אין סוף מספרים וגם חלקים בין המספרים

השלמים. ולמדנו איך רושמים חצי - $\frac{1}{2}$, רבע - $\frac{1}{4}$

ושלושת-רבעי - $\frac{3}{4}$ ושמינית - $\frac{1}{8}$. למדנו שבעולם

המספרים יש מספרים חלקים.

למדנו על נושא חדש בחשבון והנושא הוא: "חלקים בין

מספרים שלמים".

סיכום

במהלך שיחתי עם התלמידים, הופתעתי ממגוון התשובות

ומיכולתם להפעיל גישות שונות למציאת מספרים חדשים

ולהסיק מסקנות מממצאיהם. כל זאת ללא רקע פורמלי

כלשהו בתחום המספרים הלא שלמים. הילדים התמודדו

עם המשימה שהוצבה לפנייהם על-ידי שילוב בין ידע קודם

שהיה להם בתחום המספרים השלמים והשברים הבסיסיים

(כגון, חצי או רבע) ובין אינטואיציות הקשורות לציר

המספרים. התפעלתי מן הידע המתמטי שגילו למרות

היותם תלמידי כיתה ג, ובמיוחד מיכולתם לדעת כיצד

ומתי להשתמש בידע זה למציאת פתרונות משלהם. כך

למשל, הצעתה של תלמידה למצוא מספרים חדשים

על-ידי קיפול "הסרגל" לחלקים, סייעה לתלמידים האחרים

בקבוצה להבין את העיקרון של צפיפות המספרים בדרך

מוחשית טובה יותר מן ההסבר המילולי שהתכוונתי להציג

בקבוצה.

"הנגיעה" הראשונית בנושא המספרים הלא שלמים הייתה

חשובה בעיני. הן כצעד ראשון לא פורמלי בלמידה

הספירלית של הנושא, והן כדרך לגילוי הפוטנציאל הטמון

בתלמידים וקידום דרכי החשיבה שלהם, כפי שטענתי

במבוא. בשיעור שתיארתי, נוכחתי שוב, כי האינטראקציה

בין התלמידים תרמה רבות להבנת הנושא ולהעלאת רמת

החשיבה של הילדים.

הניסיונות של חברי הקבוצה לפתור את המשימה הובילו

למאמצים מוגברים למצוא פתרונות מגוונים, ולהבין

ולהעריך את פתרונותיהם של החברים האחרים בקבוצה.

התנסות זו היא דוגמה לסביבת למידה המאפשרת

לתלמידים התנסות אישית המבוססת על עבודה בקבוצות.

הפעילות שתיארתי אפשרה לי לבחון שוב את העקרונות

המנחים את עבודתי בכיתה. זהו תהליך מתמשך הכולל

הערכה של תכנון עבודתי ושל ארגון הלמידה בכיתה, והוא

מלווה לעתים בהכנסת שינויים בטיפול בנושאים

המתמטיים הנלמדים ובדרכי ההוראה בכיתה.