לגופו של עניין

$3 \times 4 + 2 = 14$
$4 \times 4 : 4 = 4$
$5 + 5 \times 4 = 25$

קורותיו של תרגיל

פסיה צמיר, מיכאל קורן, אוניברסיטת תל-אביב

מבוא

מאמר זה יעסוק בתרגיל 200:50:10. התרגיל ניתן לסטודנטיות שנה ב' המתמחות בהוראת המתמטיקה בבית הספר היסודי, כחלק מהדף הראשון של עבודה לבית, בקורס במכללה למורים.

במהלך הקורס, ניתן לסטודנטיות דף עבודה שבועי. מטרות הדף היו:

1. חזרה של הסטודנטיות על נושאים שנלמדו בכיתה והתמודדות עם נושאים שטרם נלמדו בה.
2. עידוד חשיבה ולמידה על-ידי התמודדות (עצמית או בזוג) מחוץ למסגרת השיעור.
3. עבורנו, קבלת מידע שוטף על הידע והחשיבה של הסטודנטיות, כבסיס להתאמה רצופה של ההוראה לצורכי הסטודנטיות.

על מנת שהסטודנטיות תנסנה להתמודד בכוחות עצמן עם המשימות בדף עבודת הבית, כאשר ההתמקדות היא בתהליכים ולא בתוצרים הסופיים, לא ניתנו ציונים על הדפים, ההגשה הייתה חובה, אך לא היוותה מרכיב בהערכת הסטודנטיות. יחס הסטודנטיות להגשה היה בדרך כלל רציני. יחס זה הושג על-ידי הבנתן שההתמודדות עם הדפים מקדמת את הבנתן, וגם על-ידי הקפדה שלנו לבדוק את הדפים ולהחזירם תוך שבוע עם הערות, הארות וחיזוקים.

בסעיפים הבאים נסביר מדוע נבחר התרגיל 200:50:10 ונתאר את הפתרונות המפתיעים שניתנו לו. נתאר מה למדנו מהתשובות על דרכי החשיבה של הסטודנטיות ועל התייחסותן למתמטיקה. נתאר פעילות כיתתית שקיימנו בעקבות התשובות לדף עבודת הבית, ותרגילים נוספים מסוג זה שניתנו במשך השנה, ונסיים בשאלות על הבנה ובדיקתה, שאלות אשר עלו אצלנו כתוצאה מהעיסוק בתרגיל 200:50:10.

בחירת התרגיל

התרגיל 200:50:10 נבחר על מנת לזמן דיון בהסכמים על סדר פעולות החשבון (ראו נספח בסוף המאמר).

סדר פעולות החשבון שייך ל"דקדוק" של המתמטיקה. סדר זה מקביל ל"תורת המשפט" בדקדוק של שפות מדוברות. יש מידה רבה של מקריות בהחלטות הקובעות "מה נכון" בתורת המשפט. יעידו על כך הבדלים במבנה הנכון של משפטים בשפות שונות.

חשוב שהסטודנטיות תכרנה את ההסכמים ותפעלנה אותם נכון, אך חשובה לא פחות ההבנה שמדובר **בהסכם ולא בתכונה מתמטית הניתנת להוכחה.**

משנים קודמות ידענו שתרגיל מהסוג a:b:c הוא פתיחה טובה לדיון בהסכמים על סדר הפעולות. כשנתנו תרגיל כזה בשנים קודמות, התקבלו תמיד שני פתרונות. האחד היה הפתרון הנכון, דהיינו ביצוע החילוק לפי הסדר, והשני היה פתרון שגוי, שבו חלק קטן מהסטודנטיות חילקו תחילה את b ל- c ואחר כך את a במנה שהתקבלה.

התשובות לתרגיל 200:50:10

בניגוד לציפייה שלנו לשתי תשובות לתרגיל, מצאנו בדפי עבודת הבית שמונה תשובות שונות לתרגיל זה.

כמו כן מצאנו אצל סטודנטית אחת שתי תשובות שונות (40 ו- 0.4) בלא שהדבר הדליק אצלה אור אדום.

כשניסינו לשער מדוע קיבלנו עושר כזה של תשובות, מצאנו שני הבדלים בין המטלה שניתנה לכיתה זו לבין המטלות שניתנו לכיתות בשנים קודמות:

1. ההוראה הפעם הייתה: "פתרו, לפני הפתרון או אחריו, חפשו דרך קלה לפתרון". בעוד שבעבר התבקשו התלמידות פשוט לפתור את התרגיל.
2. בשנים קודמות לא קרה שכל המספרים בתרגיל הסתיימו באפס.

כמובן שאיננו יודעים איזה שינוי בתרגיל גרם למגוון התשובות. מאחר והתרגיל ניתן בינתיים לכיתות רבות, שנתנו מגוון תשובות דומה, לא נראה שמדובר בהשפעה של הרכב הכיתה המסוימת, עליה מדווח במאמר זה.

להלן, במסגרת, דף העבודה בכיתה שהוכן בעקבות תשובות התלמידות למשימה בבית, ובו כל התשובות שהתקבלו.

דף עבודה

השאלה לתלמידים הייתה:

חפשו דרכים קלות לפתרון 200:50:10

הוצגו פתרונות רבים.

קבעו לגבי כל אחד מהפתרונות אם הוא **נכון / לא נכון** ומדוע. (יש להסביר "מדוע" גם לגבי פתרונות נכונים.)

דרך א' $200:50:10=20\cancel{0}:5\cancel{0}:1\cancel{0}=20:5:1=4$

נכון / לא נכון, מדוע?

דרך ב' $200:50:10=20\cancel{0}:50:1\cancel{0}=\frac{20}{50}=0.4$

נכון / לא נכון, מדוע?

דרך ג' $200:50:10=\underbrace{20\cancel{0}:5\cancel{0}}_{40}:10=40:10=4$

(כי 20 לחלק ל- 5 זה 4 ומוסיפים את האפס.)

נכון / לא נכון, מדוע?

דרך ד' $200:\underbrace{50:10}_{5}=200:5=40$

נכון / לא נכון, מדוע?

דרך ה' $20\cancel{0}:5\cancel{0}:10=4:10=0.4$

נכון / לא נכון, מדוע?

דרך ו' $200:50:10=200:(50X10)=0.4$

נכון / לא נכון, מדוע?

דרך ז' $200:50:10=20:5:1=4$

(לחלק ב- 10)

נכון / לא נכון, מדוע?

דרך ח' $200:50:10=\frac{200}{50}:10=4X\frac{1}{10}=0.4$

נכון / לא נכון, מדוע?

פעילות כיתתית

לפעילות הכיתתית היו שלושה שלבים:

שלב א': עבודה אינדיווידואלית - כל סטודנטית התבקשה לענות בכתב ובאופן אישי על התרגילים בדף הכיתה.

שלב ב': עבודה בקבוצות קטנות - הסטודנטיות התבקשו לדון בקבוצה בתשובות של כל אחת מהן לדף, ולהגיע להסכמה על ההערכה של כל דרך.

שלב ג': דיון במליאה - הפתרונות הקבוצתיים הוצגו בפני הכיתה והתקיים דיון כיתתי.

בדרכים ה' ו- ח' לא היה צורך בדיון, כי כולם הסכימו על התשובה הנכונה. גם לגבי דרך ג' לא היו חילוקי דעות. כולם הסכימו שהדרך איננה נכונה.

נעבור לתיאור תשובות הסטודנטיות ולמהלך הדיון הכיתתי. תחילה נתאר את הדיון בדרכים א', ב', ו- ז' שבכולן עולה נושא הצמצום ומשמעותו.

הדיון בדרכים א', ב', ו- ז'

בדרך א' היו סטודנטיות שהדרך נראתה להן בגלל ש"בחילוק מותר לצמצם". סטודנטיות אלו ראו, כנראה, בכלל הצמצום "רישיון לא מוגבל" לצמצם הכל על-ידי חלוקת כל המרכיבים של התרגיל באותו מספר.

בדרך ב' היו סטודנטיות שסברו שהפתרון מוטעה משום שסברו שמותר לצמצם את ה- 200 רק עם המחלק שלידו. **בדרך ז'** כמו בדרך א' כתבו שמחלקים את כל המספרים ב- 10. יש לציין שסטודנטיות מרבות להגיד "נחלק את השבר ב..." כאשר כוונתן להגיד "נצמצם את השבר ב...".

בבסיס הדיון בכל הדרכים האלו בוררנו עם הכיתה את המונחים **מחולק** ו**מחלק**, כמו כן בדקנו שבתרגיל 200:50:10 יש מחולק אחד (200) ושני מחלקים 50 ו- 10). לאחר מכן דנו במשמעות הצמצום (של תרגיל חילוק): תחילה בדקנו, על-פי המשמעות של חילוק לחלקים, שהקטנת המחולק פי 3 (או פי כל מספר טבעי אחר) מקטינה את המנה פי 3 (או פי המספר האחר), ואילו הקטנת המחלק פי 3 (או פי כל מספר טבעי אחר) מגדילה את המנה פי 3 (או פי המספר האחר).

מכאן ראינו שצמצום, שהוא הקטנת המחלק והקטנת המחולק פי אותו מספר, פירושו הגדלת המנה והקטנתה פי אותו המספר, ולכן המנה אינה משתנה.

לדוגמה, נשווה את 30:12=2.5 עם 6:12=0.5. רואים שהקטנת המחולק פי 5 הקטינה את המנה פי 5.
מצד שני, אם נשווה את 30:12=2.5 עם 30:4=7.5 נראה שהקטנת המחלק פי 3 הגדילה את המנה פי 3.
כתוצאה מכך, אם נקטין פי 6 במנה 30:12=2.5 הן את המחלק והן את המחולק נקבל 5:2=2.5 והמנה לא תשתנה.
כעת עברנו לדרכי הפתרון השונות:

דרך א' ודרך ז': חילוק המחולק ושני המחלקים, כל אחד ב- 10, הגדיל את המנה פי 100 והקטין את המנה פי 10, ולכן ראינו שהתשובה שהתקבלה אינה נכונה, היא גדולה פי 10 מהתשובה הנכונה.

דרך ב': בדרך זו הקטינו פי 10 את המחולק ואת אחד המחלקים, ולכן התשובה נכונה. מותר לצמצם מחולק ומחלק, ללא חשיבות למקומם בתרגיל.

הדיון בדרך ד'

בדיון בדרך ד' חזרנו על ההסכם לסדר הפעולות, במקרה של פעולות שכולן מאותה דרגה (כלומר, או חיבור וחיסור בלבד, או כפל וחילוק בלבד, או חזקה ושורש בלבד). במקרים אלו ההסכם קובע שיש לחשב את הביטוי משמאל לימין. לולא היה הסכם על סדר, היה צורך בסוגריים. בין אם הכוונה לחישוב משמאל לימין ובין אם הכוונה לחישוב הפעולה הימנית תחילה: שני התרגילים היו, ללא ההסכם, האחד (200:50):10 והשני 200:(50:10). ההסכם מאפשר לוותר על הסוגריים במקרה הראשון. הזכרנו גם שללא הסכם על הסדר וללא סוגריים, פותרים שונים היו מקבלים תשובות שונות לאותו תרגיל.

הדיון בסעיף ו'

בדרך ו' סטודנטיות רבות (למעלה ממחצית הסטודנטיות!) סברו, לפחות בשלב הראשון בו הן עבדו כל אחת לעצמה, כי אסור להחליף "סתם כך" פעולת חילוק בפעולת כפל.

בדיון הראינו מדוע מותר לחלק במכפלת המחלקים, על-ידי הסיפור (הבעיה) הבא: **לסבא יש שלושה בנים, לכל בן שתי בנות. סבא רוצה לחלק לנכדות 150 ש"ח דמי חנוכה. כמה תקבל כל נכדה?**
פתרון אחד הוא לחשב כמה נכדות יש, ולחלק להן את הכסף. מספר הנכדות הוא 3X2 ולכן כל אחת תקבל 150:(3X2) שקלים. דרך אחרת היא לחלק את הכסף לבנים, שיחלקו אותו לבנות שלהם. במקרה כזה כל בן יקבל 150:3 ש"ח, והוא יחלק אותם לשתי בנותיו ולכן כל נכדה תקבל (150:3):2 שקלים. סכום הכסף שתקבל כל נכדה אינו תלוי בדרך החלוקה, והסוגריים בביטוי האחרון מיותרות בגלל ההסכמים על סדר הפעולות. ולכן, ברור שאין כל חשיבות למספרים, ותמיד נכון כי:
a:b:c=a:(bxc)

נציין כי דרך פורמלית להסבר הוצעה על-ידי סטודנטית (מהטובות בכיתה) שעברה מחילוק לכפל בהופכי:

$$200:50:10=200X\frac{1}{50}X\frac{1}{10}=\frac{200}{50X10}$$

כמובן שקיבלנו בברכה הסבר זה, אך כהסבר מרכזי בדיון בחרנו בהסבר המסתמך על משמעות הפעולות, ולא בהוכחה פורמלית, שכן עבור מורים בבית-הספר היסודי הבנה אינטואיטיבית של התכונות חשובה יותר ממהלך פורמלי.

סגנונות עבודה

בפעילות הכיתתית ראינו מספר סגנונות עבודה:
א. **"מבחן התוצאה"** - הסטודנטית פותרת את התרגיל בדרך שנראית לה כנכונה, ואז כל דרך אחרת נשפטת רק על-פי התאמת התשובה שמקבלים בה, לתשובה הנכונה. דרך זו הינה קונסיסטנטית, אך בעצם אינה מביאה כלל את הסטודנטית להתמודד עם הדרכים השונות. כפי שנראה ניתן גם לקבל תשובה נכונה בדרך שגויה, כפי שמראה תרגיל המבחן שיתואר בהמשך המאמר. תרגילים כאלו הם חשובים כדי לשכנע סטודנטיות להימנע משימוש בלעדי במבחן התוצאה.
ב. **"מידור"** - בדיקת כל דרך פתרון בפני עצמה, ולכן ייתכן גם מצב של קבלת שתי דרכים כנכונות למרות שהתשובות המתקבלות הן שונות.
ג. **"התייחסות לשוויון תשובות כתנאי הכרחי, אך לא כתנאי מספיק לנכונות של פתרון"** - נכונות לקבל דרך אחת ולפסול דרך אחרת, גם אם בשתיהן התוצאה זהה. התייחסות זו היא ההתייחסות שהיינו רוצים שתאמצנה לעצמן כל הסטודנטיות.

מטלות נוספות

שני פריטים דומים לתרגיל 200:50:10 ניתנו כפריטים במבחנים. פריט א' היה 300:20:10, פריט ב' היה:
$$\frac{200:40:20}{100:40:20}$$

סטודנטיות התבקשו לחשב כל תרגיל בשתי דרכים לפחות. פריט א׳ דומה מאוד לפריט המקורי, ואילו פריט ב׳ נבנה כך שטעויות מסוימות תבאנה בכל זאת לתוצאה נכונה, על מנת שלא ניתן יהיה להסתמך על התוצאה הסופית לדחייה של דרכים הכוללות טעויות אלו.

את פריט ב׳ אפשר לפתור בדרכים רבות. דרך אחת: לחשב לחוד את המונה ולחוד את המכנה, ולחלק בסוף התרגיל:

$$2=\frac{0.25}{0.125}=\frac{5:20}{2.5:20}=\frac{200:40:20}{100:40:20}$$

דרך נוספת: להתחיל כמו קודם ואז ״לצמצם״, למשל כך:

$$2=\frac{5}{2.5}=\frac{5:\cancel{20}}{2.5:\cancel{20}}=\frac{200:40:20}{100:40:20}$$

(המרכאות באות להזכיר שבעצם יש כאן הרחבה ולא צמצום.)

דרך נוספת: ״לצמצם״ מחלק במחלק (את ה- 20 עם ה- 20 ואתה- 40 עם ה- 40) כך:

$$2=\frac{200}{100}=\frac{200:\cancel{40}:\cancel{20}}{100:\cancel{40}:\cancel{20}}$$

דרכים נוספות הן לצמצם במונה (או לחוד במונה ולחוד במכנה) לדוגמה:

$$2=\frac{5:20}{2.5:20}=\frac{20:4:20}{2.5:20}=\frac{20\cancel{0}:4\cancel{0}:20}{100:40:20}=\frac{200:40:20}{100:40:20}$$

ויש כמובן עוד דרכים נכונות.

במבחן, אף סטודנטית לא חזרה על הצמצום המשולש במונה לחוד ובמכנה לחוד כמו בדרך א׳ בדף הכיתתי, או על חישוב המנה הימנית תחילה:

$$2=\frac{100}{50}=\frac{200:2}{100:2}=\frac{200:40:20}{100:40:20}$$

כמו בדרך ד׳ בדף הכיתתי. במבט צר ניתן לחשוב שכל הסטודנטיות הבינו את התרגילים מסוג זה ולמדו להימנע מטעויות אלו, אך שתים מהסטודנטיות פתרו בדרך מוטעית הדומה לדרך א׳, וזאת על-ידי הוצאה מחוץ לסוגריים:

$$2=\frac{2.5}{1.25}=\frac{20:4:2}{10:4:2}=\frac{10(20:4:2)}{10(10:4:2)}=\frac{200:40:20}{100:40:20}$$

הערה: בתרגיל זה מתקבלת תשובה נכונה גם אם מצמצמים את כל המספרים ב- 10. כי גם המונה וגם המכנה גדלים פי 10. כך יקרה אם במונה ובמכנה יש אותו מספר של מחלקים ומחולקים.

מה למדנו ומה הלאה?

מספר מסקנות עולות מהתהליכים שתוארו במאמר זה. מסקנה אחת היא שתשובות הסטודנטיות תלויות במידה רבה במאפייני המטלות:

ראינו כיצד שינוי המספרים בתרגיל יכול לגרום לשינוי גדול בתשובות.

כמו כן ראינו שניסוח ההנחיות למטלה יכול לגרום גם הוא לשינוי גדול בתשובות. כך למשל, נמצאו הבדלים בין תגובות הסטודנטיות למטלות ״פתרו״, לבין תגובותיהן למטלות **״שפטו את נכונות הפתרונות״**. כאשר הסטודנטיות התבקשו לפתור את התרגיל 200:50:10 כל סטודנטית ששגתה, שגתה כמובן בדרך אחת, לעומת זאת, כאשר (בדף הכיתה) התבקשו הסטודנטיות לשפוט דרכי פתרון שונות, נכונות ושגויות, הסתבר שלא מעטות מהן שפטו כנכונות דרכים שגויות או שפטו כשגויות דרכים נכונות. חשיבות מיוחדת שיש למטלה של שפיטת דרכי פתרון היא בדחיית פתרונות נכונים, תופעה שכמובן לא מתגלה כאשר הסטודנטית פותרת את התרגיל בדרך שהיא בוחרת בה.

הנחיה כמו **״פתרו ביותר מדרך אחת״** הדומה להנחיה ״פתרו״, התגלתה כחושפת דרכי חשיבה שגויות רבות יותר. הדבר בא לידי ביטוי בפריט ב׳ מהמבחנים. אצל שתי הסטודנטיות שטעו בפריט זה, השגיאה הופיעה רק בפתרון השני.

מסקנה שנייה היא כי בתכנון ההוראה אפשר לנצל ידע מחקרי על טעויות תלמידים, כדי לחשוף דרכי חשיבה מוטעות באמצעות תרגילים מתאימים. בנוסף לכך, בעקבות השגיאות המתגלות אפשר לנצל את תשובות התלמידים כנקודת מוצא לפעילויות ולדיון מתמטי, גם אם הדבר דורש סטייה מתכנון ההוראה המקורי.

עדיין נשארנו עם שאלות רבות:

א. האם סטודנטיות שיודעות לפתור תרגיל מהסוג a:b:c תדענה גם להשוות, למשל, את שני הביטויים הבאים 240:4:6 לעומת 120:2:3 או שהן תחשובנה שהימני גדול פי 2 מהשמאלי בגלל שכל המספרים בביטוי הימני גדולים פי 2 מהמקבילים להם בביטוי השמאלי?

ב. האם ההתייחסות למחולקים ולמחלקים תעזור לסטודנטיות להתייחס נכון למחוסרים ולמחסרים?

ג. בביטוי a:b:c הכולל שלושה מספרים הסברנו שהראשון

הוא המחולק ושני האחרים מחלקים. האם הסטודנטיות תדענה לזהות את המחולקים ואת המחלקים במקרים של ביטויים מסובכים יותר, כמו למשל, במקרה של מספר זוגי של גורמים - האם תרגיל דוגמת a:bxc:d ייתפס בטעות כמחולק ושלושה מחלקים או כמחולק ומחלק, ועוד מחולק ומחלק?

או האם תדענה הסטודנטיות לפתור תרגילים דוגמת a:bxc:d:exf, בהם יש מספרים רבים ופעולות של כפל וחילוק?

ד. מה בתרגיל גורם לתלמידים ל"צמצם" את כל המספרים? ראינו במאמר זה את השפעת האפסים באחדות. במקרים קודמים לא הייתה השפעה כזו למספרים שכולם התחלקו ב- 5 אבל לא בכולם הייתה 5 ספרת האחדות. האם בתרגיל כמו 225:25:5 כן יהיו מקרים של "צמצום משולש"?

מה עם תרגיל כמו 1200:120:12?

בנוסף לכך שבות ועולות שאלות כלליות יותר, דוגמת:

ה. כיצד אפשר להעריך נכון ידע של תלמידים, לאחר שראינו את ההשפעה הרבה שיש לניסוח המטלה על תשובות הסטודנטיות?

ו. אילו התערבויות נוספות כדאי להפעיל בהוראת הנושא "סדר פעולות החשבון"?

ז. מתי נכון להשתמש בתרגילים ששגיאות בפתרונם אינן ניתנות לגילוי על-פי התוצאה הסופית?

הקוראים מוזמנים לנסות את התרגיל 200:50:10 ותרגילים דומים לו עם תלמידיהם.
נשמח לקבל תיאורים של מקרים דומים בכיתות נוספות.

נספח 1 - ההסכמים על סדר פעולות

לניסוח ההסכמים נחלק תחילה את הפעולות לשלוש דרגות: חיבור וחיסור תחשבנה כפעולות מדרגה ראשונה, כפל וחילוק תחשבנה כפעולות מדרגה שנייה, חזקה ושורש תחשבנה כפעולות מדרגה שלישית.

סדר הפעולות מוכתב על-ידי 5 הסכמים:

הסכם 1: פעולות מאותה דרגה מחשבים משמאל לימין.

הסכם 2: כשיש פעולות מדרגות שונות, מחשבים קודם את הפעולות מהדרגה הגבוהה.

דוגמה להסכמים 1 ו- 2:

בתרגיל

$$2-3\times2:5+\sqrt[3]{8}\times2-5^2$$

נחשב תחילה את הפעולות מדרגה 3 ונקבל כשלב ביניים:

$$2-3\times2:5+\sqrt[3]{8}\times2-5^2 = 2-3\times2:5+2\times2-25$$

כעת נחשב את הפעולות מדרגה 2 ונקבל כשלב ביניים נוסף:

$$2-3\times2:5+\sqrt[3]{8}\times2-5^2= 2-3\times2:5+2\times2-25 =2-1.2+4-25$$

(שימו לב שאת הביטוי חישבנו לפי הסדר, משמאל לימין.)

לסיום יש לחשב את התוצאה של שלב הביניים השני, שבה יש רק פעולות מדרגה ראשונה, חישוב זה מתבצע משמאל לימין:

$$2-1.2+4-25=0.8+4-25=-20.2$$

הסכם 3: סוגריים יכולים לשנות את סדר הפעולות. כל ביטוי בסוגריים מחושב לפני כל חישוב אחר.

דוגמאות להסכמים 1, 2, ו- 3.

$$12-3(5-1)=12-3\times4=12-12=0$$

$$(12-5)-3=7-3=4$$

שימו לב שבדוגמה השנייה הסוגריים לא שינו את סדר הפעולות כי גם לפי הסכם 1, יש לחשב תחילה את 12-5.

הסכם 4: אם יש בתרגיל סוגריים בתוך סוגריים, מחשבים תחילה את הביטוי בסוגריים הפנימיים ביותר.

דוגמה להסכמים: 1 ו- 4.

$$3(12-(3-1))=3(12-2)=3\times10=30$$

הסכם 5: קו שבר, סימן שורש, שורת מעריך, ומספר מעורב ממלאים גם תפקיד של סוגריים.

דוגמאות להסכמים: 1-5.

$$4^{11-3\times3}+2\times\sqrt[4]{20-4}= 4^2+ 2\times\sqrt[4]{16}=16+2=18$$

$$\frac{5+2^{5-3}}{3}-1\frac{2}{3}=\frac{5+2^2}{3}-1\frac{2}{3}=\frac{9}{3}-1\frac{2}{3}=3-1\frac{2}{3}=1\frac{1}{3}$$

אפשר להדגים את הסכם 5 על-ידי הוספת סוגריים, כמו:

$$7\frac{3}{5}=(7+\frac{3}{5})$$

$$5^{3^2+1}=5^{(3^2+1)}$$

$$\sqrt{3\times4-8}:2=(\sqrt{3\times4-8}):2$$