

א-ג היסטורי



רבי אברהם אבן עזרא (ראב"ע, 1089-1164)

מרגרט פרוים, מרכז מורים ארצי אוניברסיטת חיפה, מכללת תלפיות

לימוד תורה שבכתב ותורה שבעל פה, דקדוק, מדעים ופילוסופיה, וכן פיוט דתי ושירת חול, בלשנות ופרשנות המקרא. הרב אברהם אבן עזרא היה מאחרוני היוצרים הגדולים של "תור הזהב". בתולדות חייו רב הנסתר על הגלוי. אירועים אמיתיים מהולים באגדות, ופרטים ביוגרפיים שונים מתולדותיו שנויים במחלוקת בין ההיסטוריונים. המידע שיש לנו על חייו נובע מתוך כתביו ומעדויותיהם של בני דורו.

ראב"ע נולד בשנת 1089 בטודלה שבצפון ספרד על גדות נהר האברו. העיר שכנה באותם ימים בספרד המוסלמית, בקרבת האזורים שבשליטת הנוצרים.

שנות צעירותו עברו על ראב"ע בעירו והוא זכה לחינוך רב-תחומי בדומה למלומדים בני זמנו. הוא רכש ידע רב בכתבי היהדות לדורותיהם, שלט בשפה הערבית, וינק גם מתרבות האסלאם על יצירותיה הספרותיות והמדעיות. ראב"ע בילה רבות משנותיו בדרכים, בנדודים מארץ לארץ ומעיר לעיר. מכתביו נראה כי לא הייתה לו חיבה יתרה לחיי הנדודים, ולכן נשאלת השאלה מה הניע אותו לבחור בדרך חיים זו? ייתכן והתשובה טמונה באופיו של ראב"ע שלא יכול היה להתמודד עם מציאות פוליטית רופפת ולא יציבה ומצב חברתי לא נוח. ואולי היה זה רצונו החזק והאמיץ לזרות את הידע הרב שלו בקהילות היהודים באירופה הנוצרית, שדחף אותו לנדוד מארץ לארץ. ניתן לחלק את חייו של הראב"ע לשתי תקופות עיקריות. בתקופה הראשונה שהה בעיקר בספרד אך ביקר גם באפריקה: בטוניס ובאלג'יר. התקופה השנייה של חייו מתאפיינת בחיי נדודים ברחבי אירופה: איטליה, צרפת ואנגליה. ייתכן שאף שהה בארץ ישראל. בצעירותו עזב ראב"ע את עיר הולדתו טודלה, והגיע לטולדו, בירתו של הכובש הנוצרי - המלך אלפונסו השישי שהיה ידוע במדיניות רכה כלפי היהודים ושכחצרו היו שרים יהודים. באותם הזמנים הסתייעו הנוצרים הכובשים ביהודים: בבקאותם במסחר ובמלאכה, וביכולתם לספק את הכסף הדרוש

באוקטובר 2003, במהלך סיורי בצפון ספרד, ביקרתי בעיר טודלה שעל גדות נהר האברו. מצאתי מרכז חקלאי מנומנם נטוע בסמטאות חשוכות מימים עברו, גרמי מדרגות מימי הביניים ורובע יהודי עתיק ובו שרידים של שלושה בתי כנסת. כיום אין בעיר כמעט דבר היכול להעיד כי במהלך תקופה קצרה שנמשכה שנים מספר - בין סוף המאה

ה-11 לתחילת המאה ה-12 - נולדו בה שלושה יהודים, שלימים קנו להם שם עולם בתולדות העם היהודי: המשורר והפילוסוף יהודה הלוי אשר יצירתו הכבירה הציבה אותו במקום רם בתולדות התרבות של העם היהודי, הרב בנימין "התייר" מחשובי עולי הרגל היהודים בימי הביניים, שסיפק לנו מידע מהימן על הקהילות היהודיות באותן שנים, והשלישי הוא אחד מגדולי פרשני המקרא ומתמטיקאי חשוב **הרב אברהם אבן עזרא**.

אבו-אסחאק אברהם בן מאיר אבן עזרא נולד בספרד בסוף המאה ה-11, בתקופה בה מסעם של הנוצרים לכיבוש מחדש של ספרד המוסלמית (הרקונקיסטה) הגיע לשיאו. כבר במאה התשיעית החלו צבאות הנוצרים לפלוש לתוך השטחים שהיו בשליטת המוסלמים. במאה ה-11 התגבר תהליך זה, עד שבמאה ה-13 ספרד נכבשה כמעט כליל על-ידי הנוצרים. תרבות יהדות ספרד בתקופה זו פרחה והקיפה תחומים רבים, מרפואה ומתמטיקה דרך אסטרונומיה ופילולוגיה ועד לפילוסופיה ושירה. אחת הסיבות לשגשוג זה נעוצה בעובדה שדת האסלאם הייתה דת חדשה יחסית, פתוחה לספיגת רעיונות מתרבויות שונות.

תקופת הפריחה של יהדות ספרד בין המאות ה-10 וה-11 ידועה כ"תור הזהב". בתקופה זו קמו אישים כמו חכם ההלכה והמשורר שמואל הנגיד, והמשוררים והפילוסופים אבן גבירול ויהודה הלוי. המשכילים והיוצרים בני "תור הזהב" החזיקו בהשקפה רב-תחומית, הכוללת

לכוא לטולדו הייתה שהייתו בעיר של מלומד גדול אחר- הרב יהודה הלוי.

אולם גם כאן, לא מצא ראב"ע את מקומו. הוא אומנם שהה זמן ממושך בעיר אך בשל אכזבתו מאוזלת ידם של באי חצרו היהודים של המלך, עזב את טולדו והגיע לעיר קורדובה. עיר זו, עירם של החכמים והמלומדים (ולימים מקום הולדתו של הרמב"ם) נמצאה באזור המוסלמי של ספרד, ושימשה לראב"ע כבסיס יציאה למסעותיו הרבים. הוא חבר לחכמים ומשוררים ויצר קשרים עם היהודים המפורסמים בני דורו. קשר עמוק היה לו עם יהודה הלוי וחברותם החזקה התמידה לאורך שנים. ראב"ע שהיה צעיר מיהודה הלוי הושפע מאישיותו האדירה והרבגונית וכיניהם התנהלו דיונים רכים בענייני תורה. יש אף הטוענים ששררו ביניהם קשרי משפחה והראב"ע נשא לאישה את בתו של יהודה הלוי.

בשירתו של ראב"ע נמצאים רמזים לכך שנולדו לו חמישה בנים. אחד מבניו, יצחק בן אברהם אבן עזרא היה בין מלוויי של יהודה הלוי במסעו לארץ ישראל. מסיבה לא ידועה, הגיע יצחק לבבל ושימש כמשורר החצר ומזכירו של הרופא המלומד נתנאל מבגדד. נתנאל המיר את דתו, וכנראה שבהשפעתו התאסלם גם יצחק, אם כי בליבו נשאר נאמן ליהדות. זמן מה לאחר מכן חלה ומת. מותו היה מהלומה קשה וכואבת במיוחד לראב"ע שקונן עליו בשיריו. בדידותו התעצמה מאוד אך הוא לא הוכנע. מתוך שירתו ניתן להבין שלמרות ניסיונותיו החוזרים ונשנים להתבסס בחייו, לא עלה הדבר בידו. חוסר המנוחה וקוצר הרוח שבתוכו הניעוהו לצאת לדרכים. ראב"ע היה בן חמישים כאשר עזב את ספרד ונסע לאיטליה. אז היה כבר משורר מפורסם ופילוסוף ידוע. עם הגיעו לרומא כתב על עצמו:

"ומארצו נפרד / אשר היא בספרד

ואל רומי ירד / בנפש נבהלת"

וכמו כן:

"ואני אברהם בר-מאיר מארץ מרחקים

הוציאני מארץ ספרד חמת המציקים..."

כעת החלו עבור ראב"ע ימי גלות לא קלים, מורכבים ומסובכים, כאשר רק ספריו משמשים לו נחמה, עידוד וחיזוק.

חכמי היהודים בערי איטליה קיבלו את ראב"ע בחשד

ובהסתייגות מרעיונותיו החדשים והבלתי רגילים. יצירתו, שזכתה דווקא לתנופה בעת שהותו ברומא, לא עוררה התלהבות כלל ועיקר בערי איטליה האחרות שביקר, והוא חש תחושה של אי-שייכות, זרות ובדידות. בנוסף נחשף ראב"ע להאשמות קשות שהוטלו בחכמי ספרד, כאילו היו כופרים שעזבו את היהדות.

ראב"ע היה ידוע כמסתפק במועט, סירב לקבל טובות מאחרים והתפרנס בדוחק מהוראה ומכתיבת ספרים. למרות חיי היומיום האומללים היו חייו הרוחניים עשירים ומלאים. גם כאשר הגיע עד פת לחם ידע ללגלג על עוניו ושמר על עושר רוחו תחת מעטה שניות כלפי מבקרו. שאיפתו העזה הייתה להפיץ את הידע הרב שלו בקהילות היהודים באירופה הנוצרית.

בגיל 58, לאחר שהות של שמונה שנים, עזב את איטליה והגיע לצרפת. הוא שהה בערים בדרש ונרבונה שבדרום צרפת, והיהודים גילו כלפיו אהדה והערכה. למעשה, הרושם שהותיר על יהודי בדרש היה כה רב עד כי 150 שנה לאחר מכן סיפר על כך הרב ידעיה הפניני: **"ואכותינו סיפרו לנו שמחת גדולי הארץ הזאת, חסידיה ורבניה לקראתו, בעברו עליהם"**.

תקופה זו בחייו, בה התחזק בטחונו העצמי, התאפיינה אף בפוריות יצירתית רבה, והאווירה החופשית תרמה כנראה לכך שראב"ע החל להשקיע את כל מרצו ביצירה מדעית, שעסקה באסטרונומיה, באסטרונומיה ובנושאים במתמטיקה. ראב"ע נדד צפונה בצרפת והגיע לעיר רודוס, שם חלה. אנשי המקום שגילו כלפיו כבוד רב, תמכו בו במחלתו עד שהבריא. בצרפת ראב"ע יצר קשרים ידידותיים עם נכדו של רש"י, רבי יעקב תם, עמו החליף שירי ידידות.

בסך הכול הייתה תקופת שהייתו בצרפת פורייה מאד, וייתכן שבה כתב את ספרו המתמטי **"ספר האחד"**.

כשעזב את צרפת היה כבר כבן 69.

בשנת 1158 הגיע ראב"ע ללונדון. בלונדון היו לו תלמידים נאמנים ומשפחתו של אחד מהם, יוסף בן יעקב, שהייתה ככל הנראה עשירה, תמכה בו כלכלית.

אין הוכחה חותכת באשר למקום פטירתו של ראב"ע. השערה אחת אומרת כי חזר לרומא ומת שם. לפי השערה שנייה מת בארץ ישראל - השערה המתבססת על פירוש חלק משיריו וכתביו ומסבירה כי ייתכן שלעת זקנה החליט לעלות לארץ כתחנה אחרונה במסעו. השערה שלישית אומרת כי מת באנגליה. השערה זו מסתמכת על כך שלא

על שיריו ומפעליו של הרב"ע

השקפתו הפילוסופית של הרב"ע ותמונת עולמו השלמה משתקפות במאות השירים שכתב. דרך השירים אנו יכולים להתוודע למאורעות הקשים שעבר בחייו ולדרך התבוננתו השקטה בהם. רב"ע כמו אומר:

"אם ראית פורענויות באות לעולם - אל תצטער - הסתכל כמה שניתן להסתכל והבן".

תוכני השירים מגוונים ונעים מנושאים פטרויטים העוסקים בגורל העם, בעבדותו ובשאיפתו לגאולה, ועד לנושאים אישיים העוסקים במהות האדם, בעמידתו מול פני אלוהיו, בייעודו, באכזבותיו ובתקוותיו.

בחגים ובמועדים, מהווים שירי הדת של הרב"ע חלק בלתי נפרד מהתפילות. שירים אחרים מהללים את ההתרחשויות החוזרות כל פעם מחדש בטבע: הקיץ והחורף, היום והלילה, השמש בזריחתה ובשקיעתה. רב"ע כתב גם שירי שבח והספד לאנשים שונים. הוא הצטיין בשירי היתול ושנינה, חידות והלצות, שאין כדוגמתם אצל משוררים אחרים בני דורו.

בהדרכה שנתן רב"ע באחד מספריו ל"אדם המשכיל" נאמר כי עליו לדעת את המקצועות הבאים: מקרא, דקדוק, תלמוד, אסטרונומיה, גיאומטריה, טבע, לוגיקה ואסטרונומיה. רב"ע האמין בידיעת "הכל". הוא התעניין בידע מכל סוג, על כל המתרחש בעולם, אך היה גם בעל חוש ביקורת חריף ומחשבה בהירה. אמרה ידועה שלו היא: **"שיקול הדעת הוא היסוד".**

הרב אבן עזרא נחשב לאחד מגדולי פרשני המקרא בכל הדורות ואולי אף הגדול שבהם. בחיבוריו הוא מציג סיכום, אם כי בעין ביקורתית, של מיטב הפרשנות היהודית שקדמה לו. אחד הגורמים הייחודיים לפרשנות המקרא של רב"ע הוא שילובם של תכנים מדעיים בפרשנותו. הידע המדעי וההגותי שלו, סגנונו הבהיר והשנון, חריפותו ויכולתו להקיף צדדים רבים של הכתוב הפכו את חיבוריו למקוריים ונועזים. מפעל הפרשנות המקיף שלו כולל פירושים לרוב ספרי המקרא, לפעמים אף בשני נוסחים שונים. פירושו שימשו מקור חשוב לפרשנים גדולים, אם כי הרבנים החרדיים ביקרו אותו כאשר פירושו נגדו את הפירוש שבמקורות חז"ל. בניגוד למדקדקים הקודמים לו, כתב רב"ע בעברית והצליח לקרב את הידע העצום של חכמי ספרד בדקדוק אל קהילות יהודי אירופה הנוצרית. הוא היה זה שהציג בפניהם לראשונה את שיטת השורשים בני שלוש אותיות ואת יסודות משקלי השירה.

שיטות הוראה מתקדמות

חיבוריו המדעיים של רב"ע, נועדו למעשה להיות ספרי לימוד, הם נכתבו למען תלמידים ולבקשתם ואין הם עבודות מחקר. שיטת ההוראה שלו, המשתקפת מתוך ספריו, מעוררת עניין רב וממחישה את הכלליות שביחסי "מורה-תלמיד" בכל העולם ובכל הדורות. רב"ע הרבה להשתמש בניסוחים שמטרתם להקל על הלומד, ואף ציין זאת במפורש בספריו. בין הספרים הדיקטטיים ניתן למצוא הערות כמו: **"...ולהקל על התלמידים יאמר ככה..."**, או: **"בעבור הקל על התלמידים..."**. מאפיין נוסף של ספרי הלימוד שלו היא הדוגמה הפתורה, או כפי שרב"ע הציגה לתלמיד: **"אתן לך דמיון"**. הדוגמה הפתורה באה לסייע לתלמיד בהבנת תיאוריה שהוצגה קודם לכן וכישומה השיטתי.

חשיבות גדולה נתן רב"ע להצגת נושאי הלימוד במספר דרכים או מכמה זוויות ראייה, לשם כך השתמש פעמים רבות במקורות מדעיים שונים. בספריו, הוא פנה לתלמיד וציין בפניו כי קיימות מחלוקות בין המדענים ואף הביא בפניו את הגישות השונות, תוך שהוא מיישמן בפועל. עם זאת, רב"ע לא נמנע מלבקר מקורות מדעיים, לעיתים אף תוך אמירת דברים קשים על המלומדים.

על הנושאים המתמטיים בספריו של הרב"ע

רב"ע עסק בנושאים מתמטיים כמעט בכל ספריו. כמו כן כתב שני ספרים מיוחדים במתמטיקה: **"ספר המספר"** ו**"ספר האחד"**.

"ספר המספר"

בשנת 1146, ככל הנראה באיטליה, כתב רב"ע את **"ספר המספר"**. זהו הספר החשוב ביותר שלו בעל אופי מתמטי ברור.

בתחילת הספר מציג רב"ע את הספרות הערבית ומסביר את אופן השימוש בהן בשיטת הפוזיציה, שבה ערכה של ספרה נקבע על פי מקומה במספר. רב"ע השתמש באותיות העבריות אי עד ט' לסימון הספרות הערביות והוסיף סימן מיוחד, עיגול, ל"אפס" שכונה "גלגל". היחידות כונו "פרטים" או "אחדים" ואילו העשרות, המאות וכולי כונו בפיו "כללים".

חוקרים גורסים שספרו הוא הספר הראשון שהופיע באירופה המבנה ומסביר באופן מושלם את שיטת הפוזיציה ואת תפקידו של האפס.

ראב"ע כותב:
 "כתוב החשבון (המספר) שתוצאה לגרוע ממנו בטור העליון וכתוב המספרים שתחפוץ לגרועם בטור השפל. ולעולם יהיה מספר האחרון שבטור העליון גדול ממספר האחרון שבטור השפל".

ולאחר מכן ראב"ע מסביר:
 מחסרים ב' (2) מה' (5) נשאר ג' (3).
 כותבים אותו תחת "מעלה הרביעית" (האלפים).
 מחסרים ג' (3) מד' (4) ונשאר אחד.
 לא כותבים אותו, רק שמים "גלגל" (0) במקומו:
 "כי הוצרכנו להשיב אחד אחרונות כי המספר שבטור השפל לפניו גדול משכנגדו העליון והנה היו י"ג (13)".
 מחסרים ממנו ז' (7) ונשאר ו' (6).



"ספר המספר" בנוי משבעה שערים: שער הכפל, שער החילוק, שער החיבור, הכולל חיבור של טור חשבוני, שער החיסור, שער השברים, (שברים בעלי מכנה 60 או חזקות של 60). שער הערכים (יחס ופרופורציה), ושער השורשים המרובעים.

ראב"ע מלמד באמצעות מספר רב של תרגילים ופתרונותיהם כיצד יש לבצע את פעולות החשבון בשיטה העשרונית ואיך לבדוק את התוצאות. כאשר ראב"ע חוקר את הפעולות, לדוגמה את פעולת החיסור, הוא מסדר את האותיות המרכיבות את המספר משמאל לימין. ראב"ע מסביר שעשר הוא כמו אחד ב"מעלה" של העשרות ומאה כמו אחד ב"מעלה" של המאות וכן הלאה. אכן עזרא אינו מבדיל בין המושגים ספרה ומספר.

בשיטתו, כמו גם בשיטתנו, נכתבות קודם כל היחידות, משמאלן העשרות ולאחר מכן המאות וכן הלאה. ההסבר שראב"ע נותן לביצוע פעולת החיסור דומה לזה הנהוג כיום, אולם בניגוד לנו הוא מבצע את פעולת החיסור משמאל לימין.

לפניכם תרגיל חיסור מתוך ספרו לצד אותו תרגיל בכתיבה של ימיו.

ההערות בסוגריים הן של המחברת.

$$\begin{array}{r} 5432 \\ - 2379 \\ \hline 3053 \end{array} \qquad \begin{array}{r} בגד ה \\ - בטז ט \\ \hline גנה ג \end{array}$$

הידעתם ש...

כ- 500 שנה לערך לפני הספירה, השתמשו הבבלים בשתי יתדות משופעות כדי לבטא מקום ריק, כלומר, סימן ה"תופס מקום". במאה הרביעית לפני הספירה התוודעו המתמטיקאים ההודים לראשונה לאפס, ובמאה השמינית לספירה בקירוב, כאשר הערבים כבשו את הודו, הם אימצו את הספרות ההודיות-ערביות כולל הספרה אפס.

על האפס...

מספרים על המתמטיקאי הפולני הגדול שירפינסקי שחשש שאיבד את אחד מהתיקים שלו. אמרה לו אשתו: "לא יקירי! כל ששת התיקים נמצאים כאן". "זה לא יכול להיות", אמר שירפינסקי, "ספרתי וחזרתי וספרתי כמה פעמים: אפס, אחת, שתיים, שלוש, ארבע, חמש". (מתוך "ספר המספרים", ג'והן קונווי וריצ'רד גאי).

אלכרד נורת' וויטהד מתמטיקאי ופילוסוף (1861-1947) כותב כך על האפס:

"הבעיה עם האפס היא שאיננו צריכים אותו לשם ביצוע הפעולות היומיומיות. אף אחד לא הולך לקנות אפס דגים. במידה רבה זהו 'המספר המונה' המתורבת ביותר והשימוש בו נכפה עלינו בשל הצרכים של שיטות המחשבה המתקדמות ביותר".

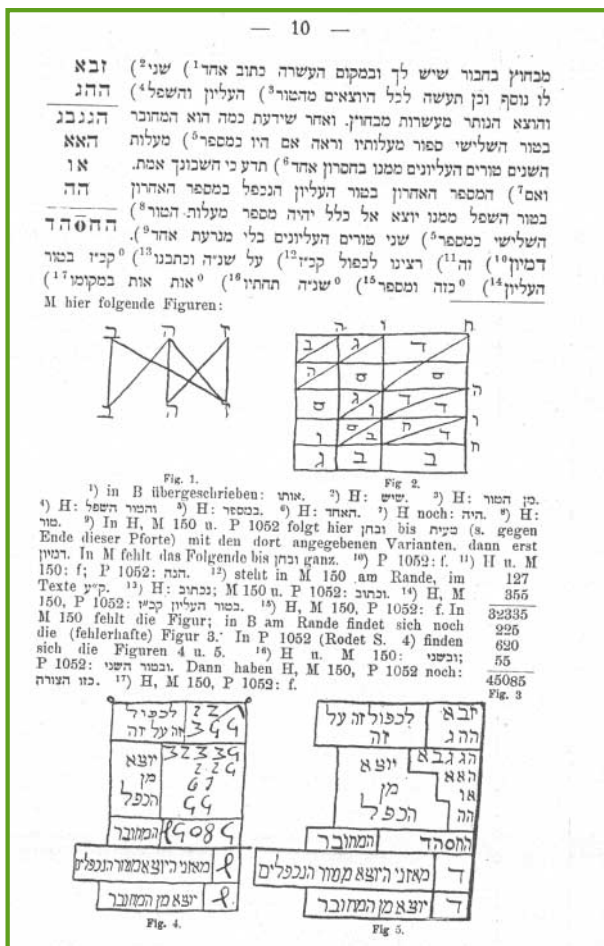


"רק בעבור כי החשבון הראשון שבטור השפל גדול מין העליון שבטור העליון, על כן הוצרכנו להשיב אחורנית אחד ונכתוב ה' (5) והנה היו למעלה י"ב (12)".
מחסרים ט' (9) ונשאר ג' (3).

בשער הכפל נותן ראב"ע דוגמה לתרגיל כפל. לציודו אותו תרגיל בכתיבה של ימינו:

		1	2	7
x		3	5	5
<hr/>				
3	2	3	3	5
<hr/>				
	1	1	5	
<hr/>				
	6	1		
<hr/>				
	5	5		
<hr/>				
4	5	0	8	5

		א	ב	ז
x		ה	ה	ג
<hr/>				
ה	ג	ג	ב	ג
<hr/>				
	ה	א	א	
<hr/>				
	א	ו		
<hr/>				
	ה	ה		
<hr/>				
ד	ח	ו	ח	ה



ננסה להסביר את הפתרון של הראב"ע.

קודם כופלים את המספר 355 ב-7

(א. 5x7=35, ב. 50x7=350, ג. 300x7=2100)

5x7=35

ורשמים 5 במקום היחידות ו-3 במקום העשרות.

50x7=350

ורשמים 5 במקום העשרות ו-3 במקום המאות. הראב"ע לא רושם אפסים. (האם יש לזה חשיבות כאן?)

300x7=2100

ורשמים 1 במקום המאות ו-2 במקום האלפים.

לאחר מכן כופלים את המספר 355 ב-20.

מקבלים את התוצאות 1000, 100 ו-6000 וכמוכן מקפיידים לרשום אותן במקום המתאים.

לאחר מכן כופלים את המספר 355 ב-100 ומקפיידים לרשום את התוצאות במקום המתאים. (נסו להשוות בין האלגוריתם של הראב"ע והאלגוריתמים הנלמדים היום.)

את פעולות החשבון האחרות, חילוק והוצאת שורש, מבצע הראב"ע בדרכים שנראות לנו היום מסובכות. למרבית המזל נמנע מאיתנו מאמץ וסיבוך זה הודות להתפתחות המתמטיקה אשר הקלה עלינו את ביצוע הפעולות האלו בצורה ניכרת.

"ספר האחד"

חיבור אחר, קצר יותר, בעל תוכן מתמטי שכתב ראב"ע

הוא **"ספר האחד"**.

בספר זה משבץ ראב"ע לצד נושאים מתמטיים בחשבון וגיאומטריה גם נושאים באסטרונומיה. בחיבור זה, ראב"ע חוקר את תכונות המספרים מאחד עד תשע.

למשל, הוא כותב על כלל מסקן ומעניין העוסק בסכום המספרים האי-זוגיים. על-פי כלל זה, אם מחברים את כל המספרים האי-זוגיים מ-1 עד n מקבלים את ריבוע מספר המחברים.

לדוגמה:

1+3=4=2²

1+3+5=9=3²

1+3+5+7=16=4²

וכן הלאה.

כלל זה מתקבל מתוך נוסחת סכום האיברים של סדרה חשבונית, בה ההפרש בין איבר לקודמו הוא גודל קבוע:

(סימן הקריאה "!" מכונה עצרת ומשמעותו מכפלת המספרים הטבעיים מ-1 עד ל-n. עצרת של המספר 0 מוגדרת 1). לדוגמה:

$$n=4 \quad 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$n=5 \quad 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

$$n=6 \quad 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$$

ראב"ע חישב, אם כן, את מספר הצירופים של שבעת גרמי השמיים. לשם כך מצא תחילה כמה צירופים קיימים לשני גרמי שמיים מתוך השבעה. במקרה זה, אם נתבונן בנוסחה כאשר: $k=2, n=7$, נחשב בקלות:

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$$

באותה דרך, מספר הצירופים של שלושה גרמים מתוך השבעה יהיה:

$$C_7^3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$$

כאשר $k=3, n=7$.

כך ניתן להמשיך ולחשב את מספר הצירופים הבאים:
 ארבעה גרמי שמיים - 35
 חמישה גרמי שמיים - 21
 שישה גרמי שמיים - 7
 ושבעה גרמי שמיים - 1
 כדי למצוא את סך הצירופים נחבר את מספר הצירופים עבור כל המקרים ונקבל 120 צירופים אפשריים של שבעת גרמי השמיים.

"ייסוד מורא"

הספר "ייסוד מורא" נכתב בלונדון בהיות ראב"ע כבן שבעים ובו כפי שכתב י"ל פליישר: "אומנם ידבר על דבר המצוות אבל עיקר מטרת הספר יהיה לבאר את תכלית האדם היהודי". בחיבורו זה עוסק אבן עזרא בין היתר בסגולות המספריות והגיאומטריות של אותיות השם המפורש.

$$S_n = [2a + (n-1)d] \frac{n}{2}$$

כאשר a הוא האיבר הראשון בסדרה, d הפרש הסדרה ו- n מספר האיברים.

בסדרה החשבונית $1, 3, 5, 7, \dots$, האיבר הראשון הוא 1 והפרש 2.

כך מתקבל הכלל אותו הציג ראב"ע:

$$S_n = [2 + (n-1)2] \frac{n}{2} = [2 + 2n - 2] \frac{n}{2} = n^2$$

"ספר העולם"

ספר אסטרונומי זה נכתב במבנה של פולמוס וכוון להזהיר את הקורא מפני יישומים שגויים של אסטרונומיה. ראב"ע, כמו רוב המשכילים דאז, האמין שניתן לחזות את גורלו של אדם ממהלך הכוכבים בשמיים, בתנאי שמחשבים את מהלכם נכונה.

ראב"ע התנגד לשימוש בנתונים של העבר וסבר כי ההשערות הסומכות על נתונים אלו שגויות וחסרות היגיון. לפיכך הוא התבסס רק על תצפיות אסטרונומיות שנעשו על-ידי מלומדים בני זמנו. הדעה הרווחת הייתה כי צירופם של שני כוכבי לכת הוא אירוע בעל השפעה גדולה על חיי האדם. ההשפעה גדלה ככל שמספר כוכבי הלכת המצורפים גדל, עד כי צירופם של שבעה גרמי שמיים, שהיו ידועים לראב"ע: השמש, הירח, וכוכבי הלכת: כוכב נוגה, מאדים, צדק ושבתאי עורר פחד רב. ראב"ע מצא שמספר הצירופים האפשריים השונים של שבעת גרמי השמיים הוא 120.

לא נרחיב את שיטת חישוביו של ראב"ע, שהייתה מורכבת ומסובכת להפליא, שכן לא עמדו לרשותו שיטות וסימנים רבים הידועים לנו, אולם באמצעות חישוביו אנו מתוודעים לראשונה לנושא המוכר כיום כקומבינטוריקה. הנושא עוסק במספר האפשרויות בהן ניתן לסדר מערכת של איברים. לדוגמה, נוכל לסדר את הספרות 3,4,5 ב-6 צורות שונות: 345, 354, 543, 534, 435, 453.

הסימן C_n^k או $\binom{n}{k}$ מסמן את מספר האפשרויות לבחור k איברים (פריטים) מתוך n איברים (מקומות) שונים, כאשר אין חשיבות לסדר וללא חזרה (אין לבחור איבר יותר מפעם אחת באותה בחירה).

הנוסחה למציאת מספר אפשרויות זה היא:

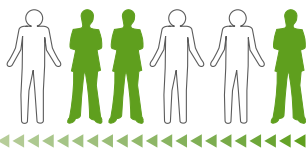
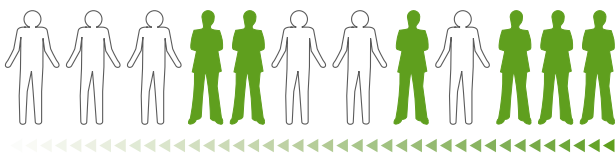
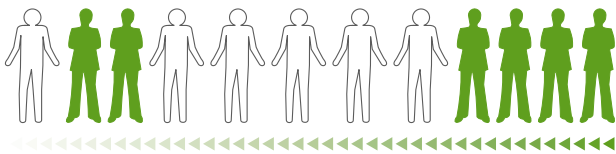
$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

כאשר $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$.

חידותיו החריפות של ראב"ע הן המתוחכמות שביצירותיו ומפגינות היגיון צלול וכישרון לוגי מיוחד במינו. בערך אבן עזרא באנציקלופדיה העברית מופיעה החידה הבאה:

חידת הראב"ע

על סיפון ספינה שראב"ע שהה בה "והיו עמו חמישה עשר מתלמידיו וכן מספר חמישה עשר אנשים ריקים ופוחזים, דהיינו בין הכול שלושים איש. ויהיה היום וה' הטיל רוח סערה גדולה בים... והאנייה חשבה להישבר. ויצו רב החובל להשליך חצי העם אשר בספינה אל הים להקל מעליהם".



איור 3

להלן הסבר לפתרון:

30 הבחורים עומדים בשורה. מתחילים לספור וכאשר מגיעים לבחור התשיעי (אשר יזרק לים) מסמנים אותו במספר 1. ממשיכים לספור עד שמגיעים לבחור התשיעי הבא אחריו (השני שייזרק לים), ומסמנים אותו במספר 2. ממשיכים כך תוך דילוג על הבחורים שנזרקו לים עד ש- 15 בחורים ייזרקו לים. אפשר לבחון גרסה מעט פשוטה יותר של הבעיה:

יהיו x אנשים היושבים סביב שולחן. כל אדם שני "מחוסל" עד אשר נותר רק אדם אחד. לדוגמה, בשולחן לארבעה, האדם השני והאדם הרביעי "מחוסלים" בסיבוב הראשון, ובסיבוב השני האדם השלישי מחוסל. במקרה זה, השורד הוא האדם הראשון.

לסיכום אפשר לומר כי הראב"ע היה אסטרונום מיוחד במינו, משורר ופייטן מקורי ובעל מעוף, אחד מגדולי פרשני המקרא של כל הזמנים, מתמטיקאי בעל שיעור קומה, מדקדק ובלשן ידען, איש הגות ומחשבה - איש אשכולות במלוא מובן המילה.

החכם אבן עזרא אמר: "כי טוב שנמות חצינו משנמות כולנו... נפילה גורלות מי ומי ההולכים לטבוע בים. וזה דבר הגורל אשר נעשה. יעמדו כל השלושים איש בשורה אחת, ונתחיל לספור מן הראשון עד התשיעי ואותו התשיעי יושלך בים. וכך נחזור חלילה עד שכל מי אשר יילכד במספר התשיעי יושלך בים, ויאמר ויאמר אל החכם אבן עזרא קום כי עליך הדבר אתה תסדר אותנו כרצונך. ויקם לסדר השורה באופן שתמיד במספר התשיעי נלכד אחד מן הריקים עד שתמו כולם מן הספינה והתלמידים יצאו נקיים".

וזה הסדר אשר סידרם הראב"ע על מנת שלא יושלך לים אף אחד מתלמידיו:

(נסמן ב- תלמיד של ראב"ע וב- איש ריק ופוחז) (ראו איור 3. ספירת התלמידים מימין לשמאל).

מקורות נבחרים

בן-עמי צרפתי, ג' (תשכ"ט). מונחי המתמטיקה בספרות המדעית העברית של ימי הביניים. ירושלים: האוניברסיטה העברית. ברק, מ' (תשנ"ד). הרב אברהם אבן עזרא חייו ומורשתו. הוצאת ספרים שלום. זילברברג, מ' (תש"ל). ספר המספר לרי אברהם אבן עזרא ז"ל. הוצאת מקור. כהן, י' (תשס"ב). ר' אברהם אבן עזרא - יסוד מורא וסוד תורה. רמת-גן: הוצאת אוניברסיטת בר-אילן. כהן, י' (1999). הגותו הפילוסופית של ר' אברהם אבן-עזרא. הוצאת ש"י. כהנא, ד' (תשל"א). אברהם אבן עזרא - קובץ חכמת הראב"ע, שיריו ומליצותיו חידותיו ומכתמיו עם תולדתו מבואים, תקונים והערות. ירושלים: הוצאת קדם. לוי, י' (1969). אברהם אבן עזרא, חייו ושירתו. תל-אביב: הקיבוץ המאוחד. סלע, ש' (1998). אסטרונוגיה ופרשנות המקרא בהגותו של אברהם אבן עזרא. רמת-גן: הוצאת אוניברסיטת בר-אילן. פינסקר, (תש"ל). כתבי אברהם אבן עזרא, חלק א', ספר האחד. הוצאת מקור. פרויס, מ' (2003). "סימון סטווין", מספר חזק 2000, גיליון 6, עמ' 5-11. שישא, א' (1972). מתמטיקה ומתמטיקאים. תל-אביב: הוצאת מסדה. Twersky, I., & Harris, J. (eds.), (1993). *Rabbi Abraham ibn Ezra: Studies in the writings of a twelfth century Jewish polymath*. Cambridge MA. Lévy, T. (1996). *Hebrew mathematics in the middle ages: an assessment, in tradition, transmission, transformation*. (pp. 71-78) Norman, OK, (Leiden, 1996), 71-88. Hughes, B. (1994). Problem-solving by Ajjub al-Basri, an early algebraist, *Journal History Arabic Science*. 10, (pp. 31-39).

תודה לספרניות ממחלקת היעץ בספריה המרכזית ע"ש סורסקי, אוניברסיטת תל-אביב