

חידת ה"סטומכיון" - Stomachion

תמי גירון, מרכז מורים ארצי, אוניברסיטת חיפה

מקורה של המילה **סטומכיון** הוא מהמילה היוונית שפירושה "קיבה" (stomach). פירושה האחר של המילה הוא "לא ברור".

הסטומכיון שמיוחס לארכימדס והתפרסם על-ידי מגנוס (310-395 לספירה), מוכר גם בשמו "לוקלוס" (Loculus) או "קופסת ארכימדס". (איזכורים אודות החידה נמצאו בכתבי יד עתיקים הנקראים לוקלוס.)

על הסטומכיון מעידים שני כתבי יד עתיקים מקוטעים, מהמאה העשירית המיוחסים לארכימדס. האחד כתוב בערבית והשני כתוב ביוונית. לא ידוע אם ארכימדס המציא את המשחק או שרק חקר צדדים מתמטיים שלו. עד לתקופה האחרונה היו שסברו שארכימדס השתעשע בהרכבת חלקי הסטומכיון והיו שסברו שארכימדס חקר תכונות גיאומטריות ויחסי שטחים בסטומכיון. במקור היווני שבו יש איזכור של הסטומכיון קיימת התייחסות לחישובי הזוויות של חלקיו.

המקור הערבי מפרט הוראות לבניית הסטומכיון ומכיל גם תיאור של היחסים בין השטח של כל אחד מ-14 החלקים לבין שטח הריבוע השלם.

גילויים חדשים אודות חידת הסטומכיון

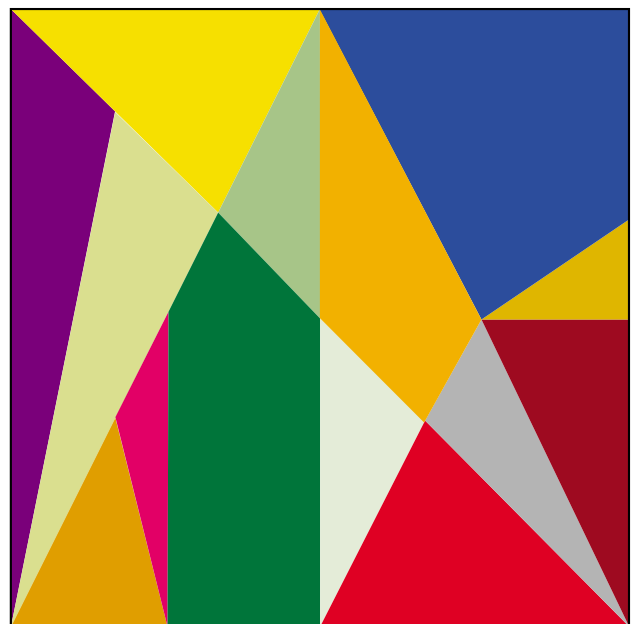
בנוסף למקורות היווני והערבי נמצאה עדות על חידת הסטומכיון באחד מכתביו הפחות מפורסמים של ארכימדס, שנכתב ביוונית על קלף בשנת 975 לספירה. כתב היד הוא אחד משלושה כתבי יד מקוריים של ארכימדס שהשתמרו עד ימי-הביניים. שני האחרים אבדו בעוד שכתב יד זה זכה להישמר משום שהקלף עליו הוא נכתב, נבחר ממש באקראי לשימוש חוזר: מזירים נוצריים שנקקו לקלף לצורך חיבור ספר תפילה, בחרו בכתב יד זה, שטפו אותו וכתבו עליו תפילות. ספר תפילה זה, הקרוי "פלימפסט" (כלומר, כתב יד הכולל שכבות טקסט מחוקות מתחת

בדצמבר 2003 התפרסמו בעיתונים שונים בעולם כתבות המבשרות על גילויים חדשים אודות חידת ה"סטומכיון" של ארכימדס. לגילויים החדשים אחראי מתמטיקאי ישראלי צעיר, ד"ר רויאל נץ, העוסק בחקר ההיסטוריה של המתמטיקה באוניברסיטת פרינסטון שבארצות הברית. נץ עומד בראש קבוצת חוקרים - מתמטיקאים, אנשי מחשבים ומומחי שיחזור כתבי יד עתיקים החוקרים כתב יד עתיק שהתגלה לאחרונה.

מהו הסטומכיון?

הסטומכיון הוא פאזל הבנוי מ-14 מצולעים (משולשים, מרובעים ומחומשים) שניתן להרכיב מהם ריבוע (איור 1).

בדומה לטאנגרם ניתן להרכיב מחלקי הסטומכיון צורות רבות אחרות.

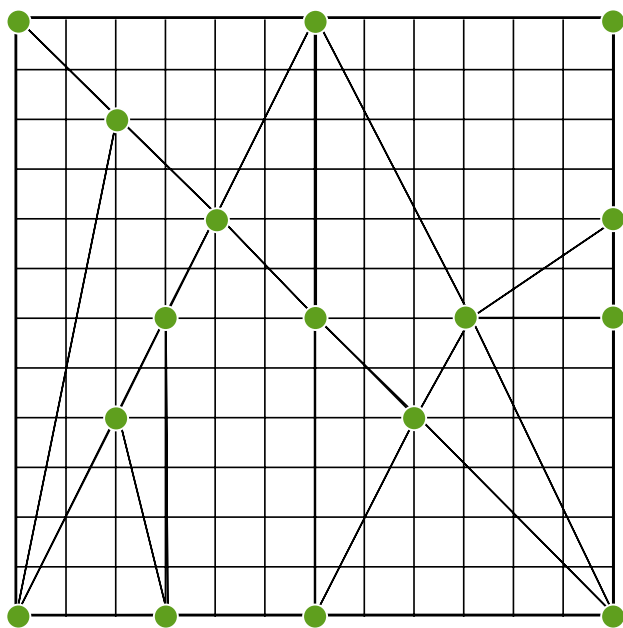


איור 1

(ניתן להוריד את האיור בהגדלה באתר: mathcenter-k6.haifa.ac.il)

על חלקי הסטומכיון

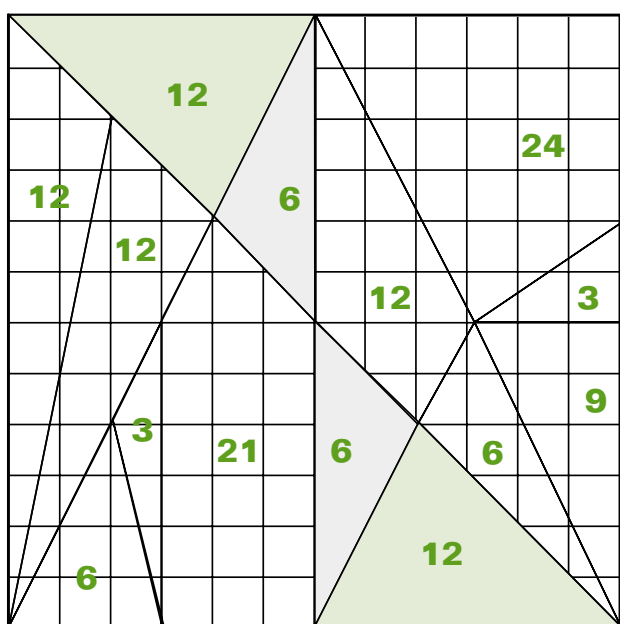
קל לבנות את הסטומכיון על ריבוע הבנוי מ- 12×12 - משבצות (איור 2).



איור 2

(ניתן להוריד את האיור בהגדלה באתר: mathcenter-k6.haifa.ac.il)

בעזרת נוסחת שטח משולש ניתן לחשב את השטח של כל אחד מהמצולעים בסטומכיון. אולם ניתן גם לקצר את הדרך ולערוך פחות חישובים, אם נזהה את המצולעים החופפים ואת המצולעים שווים השטח שאינם חופפים. יעילות נוספת ניתן להשיג אם נבחין במצולעים הגדולים פי 2, פי 3, פי 4, ופי 6 ממצולעים אחרים בסטומכיון. באיור 3 מצוינים שטחי המצולעים וצבועים בצבעים זהים מצולעים חופפים.



איור 3

לטקסט העיקרי), הגיע למזר בקונסטנטינופול לאחר מאות שנים. בשנת 1906 מצא יוהן לודוויג הייברג, מלומד דני, את הספר בספריית כנסיית הקבר הקדוש באיסטנבול והבחין בסימנים מתמטיים מתחת לטקסט הדתי. הייברג השתמש בזכויות מגדלת וצילם חלק ניכר מכתב היד. בתקופת המאבקים בין היוונים לטורקים נעלם כתב היד ורק בשנות ה-70 של המאה העשרים התברר שמשפחה צרפתית רכשה את כתב היד בתחילת שנות ה-20 וניסתה למכור אותו. כתב היד שהיה מרופט מכוער ומלא עובש, לא זכה להתעניינות בקרב הקונים, עד שבשנת 1998 הוא נקנה בשני מליון דולר על-ידי מיליונר אנונימי, שהפקיד אותו למשמרת במוזיאון וולטרס לאמנות בכולטימור. קבוצת חוקרים נרתמה לשחזור כתב היד, כשהם נעזרים בצילומים של הייברג מתחילת המאה, בטכניקות מודרניות של אור אולטרה-סגולי ובהדמיות מחשב. תוכנות מחשב מיוחדות פותחו על מנת להפריד בין הסימנים המקוריים של כתב היד לבין השכבות שנכתבו מעל הסימנים המקוריים. בעקבות חקירת כתב היד מייחסים ד"ר נץ והחוקרים משמעות חדשה ובלתי מוכרת לחידת הסטומכיון. משמעות אשר מאירה באור חדש את המחקר ההיסטורי אודות הקומבינטוריקה. עד לחקירה מורכבת ומעניינת זו של כתב היד סברו חוקרי ההיסטוריה של המתמטיקה שארכימדס השתעשע בהרכבת חלקי הפאזל של הסטומכיון לריבוע ולצורות האחרות, וניסה ליצור צורות רבות ככל האפשר על-ידי סידור החלקים של הסטומכיון בדרכים שונות. ד"ר רויאל נץ טוען שסברה זו נשמעת פשטנית מידי ואינה ראויה למאמצי של ארכימדס. חקירת כתב היד הובילה את ד"ר נץ להנחה שלמעשה ארכימדס ניסה למצוא **בכמה דרכים שונות ניתן לחבר את 14 החלקים כדי ליצור ריבוע**. אם אכן בעיה זו הטרידה את ארכימדס, הרי שזו עדות לכך שכבר בתקופתו החלו לעסוק בכעיות קומבינטוריות, שלמעשה חדרו באופן פורמלי לעולם המתמטיקה רק במאה ה-17. ד"ר נץ גם סבור שארכימדס פתר את הבעיה אולם לא ידוע אם הוא פתר אותה נכון. מומחים לקומבינטוריקה שנתבקשו על-ידי ד"ר נץ למצוא את פתרון הבעיה, מצאו שיש 17,152 אפשרויות לסדר ריבוע מ-14 חלקי הסטומכיון. למומחים אלו נדרשו שישה שבועות כדי להגיע לפתרון שאומת על-ידי מומחי מחשבים. חלק מהפתרונות ניתן לראות באיור 4. (כל ריבוע קטן הוא פתרון אחר לחידת הסטומכיון.)



מתוך: <http://mathworld.wolfram.com/Stomachion.html>

איור 4

חקרו האם אפשר להסתמך על סימטריה זו ולהרכיב ריבוע בדרכים שונות. נסו גם:

- לאפיין את חלקי הסטומכיון על-פי תכונותיהם הגיאומטריות.
- למצוא מצולעים חופפים בין חלקי הסטומכיון (על-ידי הנחה אחד על השני).
- למצוא מצולעים שווים שטח, בין חלקי הסטומכיון.
- למצוא שני מצולעים, מבין חלקי הסטומכיון, כך ששטחו של אחד מהם הוא חצי משטחו של השני (כך גם רבע, שליש וכיוצא בזה).
- למצוא מצולעים המתייחסים זה לזה בשטחם ביחסים: 1:6, 2:3, 1:2 ועוד.
- לדון: האם כל שני מצולעים שווים שטח הם גם חופפים? האם כל שני משולשים חופפים הם שווים שטח? נשמח לקבל מכם המורים עוד רעיונות ודיווחים על גילויים של תלמידים בסטומכיון.

רעיונות לפעילויות וחקירה בסטומכיון

לפעילויות ניתן להוריד את איורים 1, 2, ו-3 בהגדלה באתר: mathcenter-k6.haifa.ac.il במדור: מספר חזק. התלמידים יכולים ליצור בעצמם את הסטומכיון כשהם נעזרים בדף משבצות על-פי איור 2. אפשר גם להכין לתלמידים את חלקי הסטומכיון על קרטון ולבקש מהם:

- להרכיב מכל חלקי הסטומכיון ריבועים ומלבנים שאינם ריבועים בדרכים שונות.
- להרכיב מצולעים שונים מכל חלקי הסטומכיון, או רק מחלק מהם, או להרכיב צורות שונות שוות שטח.
- להרכיב צורות שונות מכל חלקי הסטומכיון (למשל צורת פיל).
- נשים לב שבאיור 1 קיימת חלוקה סימטרית של חלקי הסטומכיון. ניתן לראות בצורה ברורה את: אלכסון הריבוע, ישר המחלק את הריבוע לשני מלבנים שווים, וגם את אלכסוני המלבנים האלו.

{ מקורות }

<http://www.mcs.drexel.edu/~corres/Archimedes/Stomachion/construction.html>
<http://mathworld.wolfram.com/Stomachion.html>

וולס, ד' (1998). **ספר החידות הגדול**. הוצאת מי-אן.

קולטה, ג' (2003). בכמה דרכים, שאל ארכימדס, אפשר לסדר את הצורות הללו. **הארץ 18 לדצמבר 2003**.

