



## תלמידים כותבים בעיות מדידה

אלכס פרידלנדר, מכון ויצמן למדע  
גיין אלברט, מכללת דוד ילין, מרכז מורים ארצי למתמטיקה אוניברסיטת חיפה

### מבוא

הסטנדרטים האמריקאים לתכניות לימודים והערכה במתמטיקה (The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, NCTM 1989) מציעים שנושא המדידה בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי יכלול התנסויות קונקרטיות, שבהן תלמידים ישתמשו בתהליכי מדידה, כדי ליצור אינטראקציה עם סביבתם, ויחקרו באופן פעיל את העולם האמיתי. הסטנדרטים החדשים (Principles and Standards for School Mathematics, NCTM 2000) הרחיבו את הנושא של מדידה כפי שהופיע ב-1998, בכך שקראו לשליטתם של התלמידים בבחירת הגודל והסוג המתאימים של יחידת המידה עבור סיטואציית מדידה נתונה.

במאמר זה אנו מתארים פעילות כיתתית המשלבת מדידה עם מספרים עשרוניים, ודורשת מהתלמידים ליצור בעיות מילוליות. פעילויות מסוג זה דרושות, מאחר ומושגים הכוללים שברים, מדידות, והשימוש המשולב שבהם, הינם קשים לתפיסה בקרב תלמידים בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי ובחטיבת הביניים (Weinberg, 2001). לפעילות שאנו מציעים כאן שני יתרונות עיקריים: היישום שלה בכיתה הוא פשוט יחסית, וניתן להתאים אותה למגוון רחב של תחומי מדידה ולתלמידים בכיתות שונות. המטרות הכלליות של פעילות מסוג זה הן כדלקמן: - שילוב נושא המדידות עם מיומנויות האומדן והחישובים של התלמידים, עם מיומנויות חשיבה (כגון, יצירת מצבי בעיה, יישום ידע קודם, ורפלקציה על משמעות נתונים ותוצאות), ועם תפיסתם את סביבתם.

- קבלת תמונה מהימנה של תפיסות וידע התלמידים לגבי מדידות.

- הצבת דרישה מהתלמידים לעבוד בצורה שיתופית ולהעריך באופן ביקורתי את העבודה של חברי כיתתם. - הצגת נושא המדידות מנקודות מבט ומשמעויות מגוונות.

### יצירת בעיות מדידה

כפעילות זו (פרידלנדר ואחרים, 2002) התלמידים יוצרים שאלות מדידה משלהם. הפעילות התבצעה באופן הבא:

#### שלב 1: הקדמה למטלה

בדיון כיתתי קצר, המורה נתנה שני מספרים, והציגה את המטלה: כתבו ופתרו בעיה של מדידת אורך, תוך שימוש בשני מספרים אלה כנתונים או תוצאות. (המורה יכולה לבחור תחומים אחרים, כמו משקל או זמן.) על כל תלמיד או תלמידה ליצור ולכתור את שאלת המדידה שלו או שלה.

#### שלב 2: עבודה אינדיבידואלית

כל תלמיד יצר ופתר את שאלת המדידה שלו.

#### שלב 3: עבודה קבוצתית

התלמידים עבדו בקבוצות. ראשית, הם הציגו את בעיותיהם ופתרונותיהם זה לזה. אחר כך הם בחרו אחת מהבעיות כמייצגת את קבוצתם ורשמו את הבעיה על שקף.

#### שלב 4: הצגה כיתתית ודיון

כל קבוצה הציגה את בעייתה לכיתה, אשר פתרה אותה, דנה בה, והרחיבה אותה.

במקרה הפרטי שלנו, צפינו בתלמידי כיתה ו, בחודש הראשון של שנת הלימודים. מטרתה העיקרית של המורה הייתה להעריך את הבנתם של התלמידים את נושא המדידות, ולתכנן בהתאם פעילויות עתידיות בנושא. היא ביקשה מתלמידיה לכתוב בעיות על מדידת אורך (עם הרחבות אפשריות לשטח ונפח), ובחרה ב-1.25 ו-5 כזוג המספרים שצריך להופיע בכל הבעיות.

### עבודת התלמידים

השלב הראשון של התכנית בוצע כמתוכנן, באופן אינדיבידואלי - כל תלמיד יצר ופתר בעיה משלו. אחר כך התלמידים עבדו בקבוצותיהם הרגילות, והציגו את בעיותיהם לחבריהם. במהלך העבודה האינדיבידואלית והעבודה בקבוצות, צפינו בשימוש ספונטני ביכולות

היא התאימה, לדעתם, לציפיות המורה (כלומר, הייתה דומה לבעיות שהוצגו קודם על-ידי המורה). כרצוננו להציג בכירוס שלוש בעיות ה"מייצגות קבוצה", ולתאר את הדיון הכיתתי שבא בעקבות הצגתן. בחרנו בעיות אלה כהדגמות של שלושה הקשרים שונים - עצמים מהסביבה (מיטה), מרחקים (רכיבה על אופניים), וצורות גאומטריות (מלבן).



### בעיית המיטה

בעיית המיטה  
 למיטה יש 4 יג"מ והקומה של כל יג"מ  
 הוא 2.5 ג"מ. האורך של המיטה הוא 5 א'  
 והרוחב שלה הוא 2 א'  
 האמצעים האחרונים באגרה שמאלה או כל האמצעים  
 שמאלה למיטה. מהו הנפח של המיטה?

בעיית המיטה נבחרה והוצגה לפני הכיתה כולה על-ידי קבוצה בת ארבעה ילדים. הכיתה מצאה פתרון נכון לבעיה המוצגת. בדיון הכיתתי שבא לאחר מכן, המורה ביקשה מהתלמידים לעשות רפלקציה על הבעיה. כשהם לא מצאו שום דבר יוצא דופן לגבי ממדי המיטה, התלמידים התבקשו לעשות "מפה" של המיטה על ידי סימון של "שטח המזרון" על הרצפה, ולהשתמש בגופם כדי להראות את גובהה. לאחר מכן התלמידים דנו במימדים אפשריים (ויותר מציאותיים) של מיטת יחיד ומיטה זוגית.



### בעיית הרכיבה על אופניים

בעיית הרכיבה על אופניים  
 איכאול רוכב על אופנו 25 ק"מ בחצי שעה.  
 איפה ארחק הוא ירכב ב-5 שעות?

גם כאן הקבוצה, ואחר-כך מרבית הכיתה, הציגו פתרון נכון מבחינה טכנית. חלקו הראשון של הדיון התמקד בשאלה "האם הבעיה הגיונית?", או ליתר דיוק, "עד כמה הנתונים מציאותיים?"

חשובות הקשורות לתחום המדידות - לדוגמה, אומדן מדידות, מדידת אורך (התלמידים יכלו להשתמש בסרגלים או במקלות של מטר), קבלת החלטות לגבי יחידות מידה מתאימות, המרה ליחידות אחרות, ושימוש בנוסחאות מדידה. התלמידים עבדו גם בתחום של מספרים ופעולות. בשעה שיצרו בעיות, הם שקלו את השימוש במספרים עשרוניים בהקשרים שונים. כשפתרו בעיות הם אמדו, חישבו ועיגלו תוצאות. כשהמירו יחידות אורך, התלמידים יישמו תכונות של מספרים עשרוניים.



בחרנו לנתח את הבעיות שיצרו התלמידים משני היבטים:

**ההקשר של סיטואציית הבעיה** - לדוגמה, מדידות של עצמים הקשורים לבית הספר (עיפרון, דפים, וכד'), מדידות של עצמים אחרים (שולחן, חבל קפיצה, מיטה, שטיח, מגרש, וכד'), מרחקים (הליכה, רכיבה על אופניים, נהיגה), מדידות של צורות גאומטריות (משולשים, מלבנים, תיבות, קוביות).

**המושגים הקשורים לבעיה** - מדידה (לדוגמה: אורך, היקף, שטח, נפח) או מושגים חשבוניים (לדוגמה: סכום, הפרש, מכפלה, יחס, מנה). במבט לאחור על הבעיות שהתלמידים בחרו להציג, אנו מניחים שהתלמידים החשיבו שאלה כ"מייצגת טובה" של קבוצתם, אם היא הייתה קשורה להקשר מעניין, או אם

## מדף ספרים

אורך הקיר בבית הוא 5 מטר.  
אורך מדף ספרים הוא 1.25 מטר.  
בעל הבית רוצה לשים את מדף הספרים לאורך הקיר.  
כמה מטר של קיר פנוי יישארו לו?

## מסיבת ביה"ס

בבית הספר מתכננים מסיבת סוף שנה. יש שולחן שאורכו 1.25 מטר, וצריכים שולחן שאורכו 6.25 מטר. כמה שולחנות באורך 1 מטר הם צריכים להוסיף?

## מסדרון בית הספר

אורך המסדרון הוא 5 מטר.  
אורך הצעד של רון הוא 1.25 מטר.  
כ כמה צעדים הוא מגיע לקצה המסדרון?

## טיול

ביום הראשון דני הלך 5 ק"מ בשביל שאורכו 50 ק"מ.  
ביום השני דני הלך 1.25 ק"מ בשביל שאורכו 10 ק"מ.  
באיזה יום הלך דני חלק גדול יותר של השביל?



מבחינה מספרית, הבעיות התבססו על מגוון של מושגים, כמו מכפלה (קופסאות), הפרש (מדף ספרים, מסיבת ביה"ס), מנה (מסדרון ביה"ס), יחס (טיול). יש לציין שבבעיות רבות הממדים שהתלמידים המציאו לא היו הגיוניים, כלומר, הממדים של העצמים המופיעים בבעיות לא תמיד היו מציאותיים.

## מסקנות

רפלקציה על הפעילות הנצפית אפשרה לנו לקחת בחשבון את ההיבטים העיקריים של עבודת התלמידים, ולאתר נקודות חולשה אליהן היה צורך להתייחס במהלך השנה. בזמן שיצרו בעיות מדידה משלהם, והעריכו את מצבי הבעיה של אחרים, התלמידים השתמשו ביכולות הקשורות לתחום המדידות. במרבית המקרים התלמידים הצליחו לפתור את הבעיות הן שלהם והן של חבריהם.

על מנת לעזור לכיתה להתייחס לנושא זה, המורה ביקשה מהתלמידים לחשוב על מקומות הנמצאים במרחק קילומטר אחד מבית הספר. לאחר שהציעו כמה מקומות כאלה, ופסלו אומדנים שגויים, התלמידים הבינו שאפשר להגיע למקומות אלה ברכיבה על אופניים בזמן הקצר בהרבה ממחצית השעה שהופיעה בנתונים. לאחר מכן הכיתה התבקשה לחבר נתונים יותר מציאותיים לבעיית הרכיבה על אופניים.

## בעית המלבן



כע"מ המלבן  
מ"מ א"מ השטח וההיקף  
5 מ"מ x 1.25 מ"מ

בעיות רבות היו מהסוג הרגיל שמופיע בספרי לימוד, והיו קשורות למדידות של צורות גאומטריות. לדוגמה, קבוצה הציגה את הבעיה הנ"ל כמייצגת אותה. לאחר שהבעיה נפתרה בצורה נכונה, המורה בחרה לשאול כמה שאלות מהסוג של "מה אם לא?" (Brown & Walter 1990), לדוגמה: מה יקרה להיקף ולשטח של מלבן זה שמידותיו 5 ס"מ x 1.25 ס"מ, אם נעשה בו שינויים? הכיתה התבקשה לחשוב על השינויים הבאים: - מה יקרה אם נגדיל את אורך הצלעות כי שניים? כי שלושה? - מה יקרה אם נשנה את יחידות המידה של הצלעות כך שיהיו 5 מ' x 1.25 מ'? - מה יקרה אם נשנה את צורת המלבן שלנו, ונטה אותו כך שיהיה מקבילית? כדי להדגים את ההיבט של מושגים מתמטיים שהיו מעורבים בבעיות המדידה שהתלמידים כתבו, נציג להלן חמש דוגמאות נוספות של בעיות שהם יצרו.

## קופסאות

לדן יש קופסה שאורכה 5 ס"מ ורוחבה 1.25 ס"מ. לכן יש קופסה שאורכה 4 ס"מ ורוחבה 1.5 ס"מ. למי יש קופסה גדולה יותר? בכמה סמ"ר?

- להרחיב את המגוון וה"היקף" של בעיות המדידה בהשוואה לשנים קודמות. לעתים קרובות בעיות "גדולות" הן יותר אותנטיות, משמעותיות, ודורשות מהתלמידים להתחשב ולבחור מתוך מגוון של שיטות פתרון, יחידות מידה, ורמות דיוק אפשריות.

- לבחור בעיות מדידה הקרובות לסביבתם המוכרת של התלמידים. בבעיות מסוג זה דרושה התייחסות תכופה לעובדות ידועות ולאומדנים של גדלים ומרחקים של עצמים קרובים, על מנת להבטיח לימוד משמעותי של תחום זה. - להשתמש בבעיות שנכתבו על-ידי תלמידים מספר פעמים, הן על מנת לקדם למידה והן כדי להעריך את הלמידה.

- להשתמש לעתים קרובות בכלי מדידה. כלים אלה מקדמים את מיומנויות המדידה של התלמידים, מספקים מסגרת התייחסות לאומדן, ומקדמים את הבנת המושגים של התלמידים.

- לבצע רפלקציה על משמעות הנתונים המוצגים ועל הפתרונות. בתחום המדידה הרפלקציה חשובה במיוחד, בשל הקשר בין תחום זה וחיי היום-יום. אנו מאמינים שהעקרונות והמודל של השיעור שתואר כאן יוכלו להיות מיושמים גם בתחומים אחרים.

הם השתמשו בנוסחאות הנכונות ועשו רק מעט שגיאות חישוביות. יחד עם זאת, חלק ניכר מהאומדנים, המדידות, ובחירת יחידות המידה המתאימות, התבצע במהלך שלב הדיון הכיתתי, ולא התרחש ספונטנית בזמן העבודה האינדיבידואלית והקבוצתית.

לעומת זאת, צפינו לעיתים קרובות בחוסר יכולתם של תלמידים לקשור וליישם היבטים מתמטיים של מדידה (חישובים, המרת יחידות ופתרון בעיות) למצבים מחיי היום-יום (מתן מידות מציאותיות לעצמים, ביצוע אומדנים הגיוניים, ויצירת בעיות אותנטיות).

אנו מציעים את ההסברים הבאים לחוסר יכולת זה: - רבות מבעיות המדידה המופיעות בספרי לימוד (כולל אלה בהם נתקלו תלמידינו קודם לכן) אינן מבוססות על מצבים מחיי היום-יום, ופתרון דורש בעיקר מיומנויות חישוב.

- ההוראה של המדידות מדגישה לעיתים קרובות את ההיבטים המתמטיים של נושא זה, ללא עשיית הקשרים הדרושים למצבים מציאותיים (Coburn & Shulte, 1986). - הוראת המתמטיקה כאוסף חוקים מופשט מביאה חלק מהתלמידים למסקנה שמתמטיקה ומצבים מחיי היום-יום הם שני עולמות שונים לחלוטין.

לאור מסקנות אלה, תכננו את המשך פעולותינו כדלקמן:



### [ מקורות ]

פרידלנדר, א.י., אלברט, ג.י. בן-צבי, ד.י. הדס, נ.י. פרוסק, נ.י. (2002). **אוגדן פעילויות חקר מתמטיים לכיתות ד-ו.** הוצאת מכון ויצמן למדע, רחובות.

Brown, I., & Walter, Marion I. (1990). *The Art of Problem Posing*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Coburn, T.C., & Shulte, A.P. (1986). Estimation in Measuerment. In H.L. Schoen, & M. Zweng (Eds.), *Estimation and Mental Computation*, Yearbook of the National Council of teachers of Mathematics, (pp. 195-203). Raston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

Weinberg, S.L. (2001). How big is your foot? *Mathematics Teaching in the Middle School 6*, 476-481.