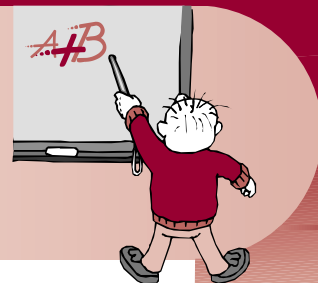


אפשר גם אחרת



החילוק הארוך - אבן בוחן לכמה עקרונות הוראה

רון אהרוני, הטכניון, חיפה

כמה עקרונות הוראה

עיקרון ראשון: כבוד למורכבות של המתמטיקה הבסיסית

הדבר הראשון הנחוץ להוראה טובה, וכן לכתיבת ספרי לימוד בסדר הנכון, הוא כבוד למורכבות של המתמטיקה הבסיסית. צריך להבין שהיא אינה פשוטה, ושתהליכים שנראים מבחוץ כאילו הם עשויים צעד אחד בנויים למעשה מכמה שלבים. מי שמבין זאת, ידע לחפש את סוד הוראתו של רעיון בצד המתמטי שלו, לא רק בצד הדידקטי. המשמעות היא שהוא ינסה לפרק את הרעיון לרכיביו. ובכך אנו מגיעים לעיקרון ההוראה השני:

עיקרון שני: פירוק

כשנכנסתי לראשונה לבית-הספר היסודי הייתה המורה שאותה ליוויתי, ולמעשה, יותר ליוותה היא אותי, עוצרת אותי מדי פעם: "לדרג, לדרג, לדרג", הייתה חוזרת ושונה. זהו הכלל החשוב ביותר בחינוך מתמטי: הוראה טובה תלויה לפני הכל בידיעה לפרק את העקרונות המתמטיים לשלביהם.

אי-אפשר להגיע מן הקרקע לגובה של בניין בקפיצה אחת. נחוצות מדרגות, או סולם. הוראה דומה לבניית הסולם הזה, ולהצגת שלביו בסדר הנכון. יש תלמידים עם רגליים ארוכות, שעבורם מתאימים רוחים גדולים בין השלבים, ויש תלמידים עם רגליים קצרות. אבל ככלל, רצוי לא לדלג על שלבים, גם לא עם תלמידים טובים. מדילוגים כאלה נולדת חרדת מתמטיקה.

עיקרון שלישי: הפרד ומשול

פירוק נוגע קודם כל לסדר הדברים הנלמדים: אין לכנות קומה על קומה חסרה. אבל יש אשר אין סדר מסוים בין שני עקרונות, כל אחד מהם אינו תלוי בשני. ובכל זאת - אין ללמד אותם יחד. כל עיקרון צריך להילמד לחוד - הפרד ומשול. המאמץ לקלוט רעיון מופשט אחד גדול מספיק. אי-אפשר להעמיס על התלמיד את קליטתם של שני רעיונות יחד.

הוראת החילוק הארוך נמצאת בעינו של יוכוח נוקב בעולם החינוך המתמטי. יש הטוענים שהוא קשה מדי, ושהילדים לא מבינים אותו אלא מבצעים אותו בצורה מכנית. יש המשווים אותו אפילו להוצאת שורש, שלפני שנים הייתה חלק מחומר הלימוד של כיתות ז-ח, וכיום זנחה לגמרי, כנראה בצדק. כותבי תכנית הלימודים תשמ"ח סברו שאין צורך להתייגע בחישובים מסובכים, ולכן הוגבל לימוד החילוק הארוך בישראל. בתכנית הלימודים של תשמ"ח ניתנה לו עדיפות נמוכה, מה שבעיני רוב המורים התפרש כהרשאה לוותר עליו. עתה, בהצעה לתכנית הלימודים שפורסמה בתשס"ד, החילוק הארוך חוזר ומופיע. מאחר ובתכנית החדשה המוצעת של משרד החינוך, אין עוד "קדימויות", יש להניח שאם תאושר התכנית, הוראת החילוק הארוך תחוייב, ככל הפרקים האחרים.

בהחזרתו של החילוק הארוך לתכנית הלימודים יש לדעת צדק רב. זהו אלגוריתם בסיסי ביותר, שמכיל כמה עקרונות חשובים. שליטה בו מצריכה הבנה טובה של משמעות החילוק, הכרת לוח הכפל, ויכולת אומדן טובה. האלגוריתם בנוי על רעיון של מיצוי של מספר בשלבים, כלומר חלוקה של חלק אחר חלק מן המספר. המבנה האינדוקטיבי בולט בו אולי יותר מאשר בשאר אלגוריתמי החישוב. וחשוב מכל: היכולת לחשב פעולה כה בסיסית נותנת לילד תחושה של שליטה. אי-אפשר להשאיר פעולה כזו בידי המחשבון, ולשוות לה בכך מסתוריות.

במאמר זה אספר על דרכים להוראת האלגוריתם, ובמיוחד על התנסויותי בהוראתו. המטרה אינה רק לעזור למורים ולכותבי הספרים, אף כי כמובן זוהי מטרה חשובה. ברצוני גם להדגים, דרך הוראת החילוק הארוך, כמה עקרונות שנראים לי בסיסיים בהוראת המתמטיקה בבית הספר היסודי, ובהוראה בכלל.

זהו עיקרון הוראה ידוע היטב למורות הגיל הרך, אבל הוא נכון באותה מידה גם בכיתות גבוהות יותר, שם המורות נוטות לשכוח אותו. גם בשלבי לימוד מתקדמים נחוץ לחזור אל הבסיס המוחשי של הרעיונות המופשטים. ההתנסות חשובה גם בדברים הפשוטים ביותר. אין דבר פשוט מדיי מכדי להתנסות בו. כדי לבנות את מושג המספר יש למנות עצמים, עוד ועוד; כדי להבין מהו חילוק יש להתנסות בחילוק קבוצות של עצמים לקבוצות שוות, עוד ועוד.

עיקרון חמישי: להביא את הדברים מתוך הילד

את ההתנסות יש לכוון כך שהילד יגיע אל העקרונות בעצמו. מה שבא מתוכך אתה מבין אחרת לגמרי מאשר מה שנאמר לך. מה שנאמר לך מבחוץ איך מבין באמת, אלא אם כן התנסית בו בעצמך. חשוב לזכור: "להביא מתוך הילד" אין פירושו נטישת הילד לנפשו, שיגלה את העקרונות בעצמו, אלא תיווך. משמעו של זה הוא הכוונה עדינה אל העקרונות, באמצעות שאלות והצבעה על תופעות. החשוב הוא שהילד יעבור בעצמו את תחושת ה"אהה" של ההבנה.

עיקרון שישי: ניסוחים מפורשים ומדויקים

מבין כל החידושים שציפו לי בבית-הספר היסודי, המפתיע ביותר היה לגלות עד כמה חשובים הם ניסוחים מפורשים, ויותר מכך - עד כמה התלמידים אוהבים אותם. ניסוחים מפורשים יוצרים תקשורת ביחס למושגים, מבהירים אותם, ומייצבים את הידע. מעל הכל, ניסוח מפורש של עיקרון מתמטי מאפשר, בשלב מאוחר יותר, שימוש בו. ניסוח מילולי מדויק הוא השלב הלפני אחרון ברכישתו של עיקרון מתמטי, כאשר השלב האחרון הוא הידיעה להפעיל אותו.

כמוכן, גם הניסוחים צריכים לבוא מן הילדים, בעזרת הכוונה. הם גם אמורים להבין את מקורם של שמות המונחים. מדוע קוראים לנעלם במשוואה "נעלם"? ומדוע למחולק קוראים "מחולק"? בדוגמה זו, למשל, נחוץ לתת דוגמאות לצורות פעילות של פעלים, כמו "לבשל", לבין צורות סבילות, כמו "מבושל", ולקשר זאת ל"מחלק" ו"מחולק".

אותו כלל שניסחנו ביחס להתנסות נכון גם ביחס לניסוחים: אין להירתע גם מן הפשוט ביותר. כשם שיש להתנסות גם בדברים הבסיסיים, כך גם יש לנסח במפורש את העקרונות הפשוטים ביותר. גם המוכן מאליו צריך להיאמר.

הוראת חילוק ארוך בכיתה ג

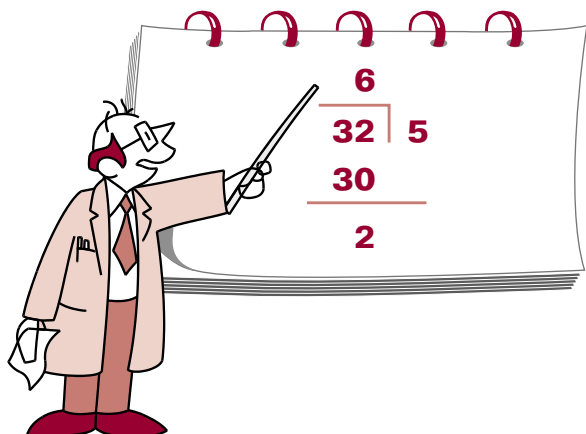
להלן אספר על נסיוני בהוראת חילוק ארוך בכיתות ג. כעבר לימדו חילוק ארוך לכל המוקדם בכיתה ד. כפי שתראו מיד, למידת חילוק ארוך אינה קשה כלל גם לתלמידי כיתה ג. זאת, בשני תנאים: האחד, שהילדים באים מוכנים (ומיד נראה מוכנות כזו מה פירושה), והשני - שספר הלימוד, או המורה, או מוטב שניהם, ידעו לפרק את התהליך. במאמר הזה ננסה לפרק את האלגוריתם לשלבים קטנים במידת האפשר.

א. חילוק עם שארית

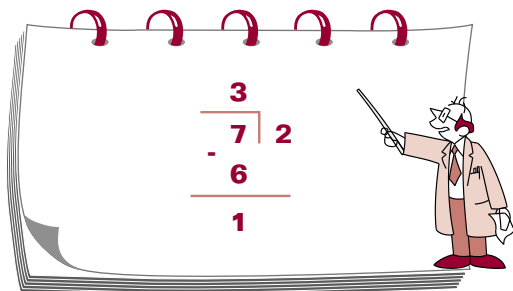
אלגוריתם החילוק הארוך מבוסס קודם כל על חילוק עם שארית. זהו השלב הראשון בתהליך, ובו נחוץ לפתוח את מושג השארית צריך ללמד כבר בתחילת הוראת החילוק. כך אני עצמי נוהג. אני דן עם הילדים בשאלה מה קורה אם אין התחלקות לקבוצות שוות. כמוכן, יש לעשות זאת על דרך ההתנסות. את פעולת החילוק מלמדים על-ידי התנסות בחלוקת עצמים:

נותנים ל- 2 ילדים חפיסה של מקלות ארטיקים, או לכמה ילדים סלסילת פקקים, ומבקשים מהם להתחלק בכריטים בצורה שווה. אין שום סיבה לדאוג מראש לכך שהחלוקה תהיה ללא שארית - אפשר לתת ל- 2 ילדים להתחלק ב- 7 מקלות ארטיקים, או ל- 5 ילדים להתחלק ב- 12 פקקים. הילדים יגלו בעצמם שנשארים פריטים שלא חולקו, וזהו פתח לדיון בשאלה מה עושים אתם. אפשרות אחת היא לחלק כל אחד מן העצמים שנותרו, ואפשרות שנייה להשאיר אותם בצד, כ"שארית".

כהקדמה להוראת החילוק הארוך צריך לעשות צעד שנראה פשוט, אבל הוא בשום אופן לא מיותר: כתיבה של חילוק עם שארית במתכונת של החילוק הארוך. הכוונה כאן היא לחילוק עם שארית הנמצא בתחומי לוח הכפל, כלומר, שתוצאתו קטנה מ- 10. למשל:



איך ידעת?
 היא אמרה: עשיתי 2 פעמים 3.
 ואיך תדעי כמה לא חילקת? היו לך 7 בתחילה, ו- 6
 חילקת, כמה לא חילקת?
 היא אמרה: 1.
 איזה תרגיל עשית?
 היא אמרה: 6-7.
 בשלב זה כתבתי את ה- 6 מתחת ל- 7, וכתבתי את
 החיסור:



עכשיו שאלתי - מדוע כתבנו את ה- 6 מתחת ל- 7?
 עם הכוונה קלה הם הגיעו לתשובה: משום שאנחנו רגילים
 לכתוב חיסור במאונך.
 האם את 6 - 7 באמת יותר קל לבצע כשהוא כתוב
 אנכית? לא, אבל כשנגיע לתרגילים מסובכים יותר, זה
 אכן יהיה יותר קל.
 בואו נעצור כאן, ונשאל באילו עקרונות השתמשנו עד
 עתה. ראשית, פירקנו - הקדמנו לאלגוריתם עצמו שלב
 חיוני. שנית - עשינו זאת במוחש. הסברנו מהי שארית,
 ומתי היא נחוצה במציאות, ואחר כך ליוונו את חילוק
 המספרים המופשטים בחילוק במציאות, של קבוצת
 טושים. שלישית - הבאנו את הדברים מתוך הילד. הילדים
 עצמם גילו מדוע כותבים את התהליך במאונך. רביעית
 - ניסחנו במפורש. הזכרנו במפורש את העובדה שאפשר
 לכתוב חילוק בדרכים שונות, ודיברנו על השאלה מדוע
 כותבים את התהליך במאונך.
 בואו נחזור עתה לשיעור. בשלב הבא חזרנו על תרגילים
 דומים, שבהם מתוך החילוק הארוך נלקח רק חלק זה,
 של חישוב השארית. אני מאמין בכלל נוסף בהוראה, מוזר
 במקצת: **חזור על רעיון עד לשובע**. שפירושו - עד שהוא
 ייראה כשוט לגמרי לתלמידים, עד שירגישו שאתה מגזים.
 הסימן הטוב ביותר לרווייה הוא שהם, וגם אתה, תתחילו
 לצחוק. שובע מעיקרון משמעו שהוכנס.
 לא המשכתי באותה כיתה בהוראת החילוק, אבל לו הייתי
 ממשיך הייתי שואל בשיעורים הבאים עוד ועוד על תרגילים
 מסוג זה: 11:2, 12:2, 19:2, 23:3, 57:7 וכו'.

שימו לב: אין כאן חילוק ארוך אמיתי. החילוק הארוך
 הופך למשמעותי רק כאשר בתוצאה יש שתי ספרות. מה
 שיש כאן היא רק דרך הכתיבה. ובכל זאת, יש לעשות
 זאת, משום שדרך זו לחישוב השארית היא שלב מכריע
 בהבנת האלגוריתם.

באחת מכיתות ג פתחתי את השיעור הראשון על חילוק
 ארוך במושג השארית. שאלתי את הילדים מהו חילוק,
 ולאחר דיון קצר, שבו הגדירו לי מה פירוש "חילוק", ביקשתי
 מהם סיפור הדורש חילוק. כצפוי, קיבלתי סיפור של חילוק
 ללא שארית. לאחר מכן אמרתי להם כך: אני עומד לספר
 לכם שני סיפורי חילוק. אתם תצטרכו לגלות מהו ההבדל
 ביניהם.

סיפור ראשון: לאמא היו 5 סנדוויצ'ים, והיא חילקה אותם
 בין שני ילדיה. כמה קיבל כל אחד?

סיפור שני: לאמא היו 5 גולות, והיא חילקה אותן בין שני
 ילדיה - כמה קיבל כל אחד?

אחרי דיון קצר הילדים הגיעו למסקנה: בסיפור הראשון
 קיבל כל ילד 2 סנדוויצ'ים, נותר אחד, ואותו אפשר לחלק
 לשניים, ואז כל ילד קיבל שני סנדוויצ'ים וחצי. בסיפור
 השני אי-אפשר לחלק את הגולה שנוותר, ולכן אנחנו
 משאירים אותה בצד - שארית.

ביקשתי את הילדים שיספרו לי עוד סיפורי חילוק שבהם
 אי-אפשר לחלק את הפריטים שנוותרו אחרי החלוקה
 השווה, וצריך להשאירם כשארית. בין השאר הגענו לדוגמה
 של "היו שבעה ילדים, והם היו צריכים להתחלק לשתי
 קבוצות" - האם אפשר לחלק את הילד הנוותר? סיפרנו
 את סיפור משפט המלך שלמה.

עתה אמרתי לילדים: אתם יודעים, לחילוק יש הרבה
 סימונים.

אפשר לכתוב 2:7,

אפשר לכתוב $\frac{7}{2}$,
 ויש המסמנים: $7 \overline{) 2}$

ואת התוצאה כותבים למעלה, כך: $\frac{3}{7} \overline{) 2}$

עתה לקחתי 7 טושים, וביקשתי מילדה שתדגים איך היא
 מחלקת אותם בין שני ילדים.

היא חילקה ל- 2 קבוצות של 3, והותירה אחד בצד.
 שאלתי אותה, אם יש לך 2 קבוצות של 3, כמה מן הטושים
 חילקת?

היא אמרה: 6.

הרי כל אחד יודע לבצע חילוק כמו 2:16, שבו המחולק קטן מ-20. בהוראת החילוק הארוך יש על כן להתעכב, לאורך זמן רב, על החילוק ב-2.

חילוק ב-2. (מקרה ראשון):

כל ספרותיו של המחולק מתחלקות ב-2.
תת מקרה: חלוקה של מספר זוגי של עשרות שלמות ב-2.

שאלו את התלמידים: כמה הם 2:60? הם יענו מייד: 30. איך ידעתם? כי 60 הם 6 עשרות. ציירו על הלוח 6 קבוצות של 10 פריטים, ושאלו מה קורה כשמחלקים אותן בין 2 ילדים. הם יגידו - כל אחד יקבל 3 מהן. עתה עברו לשלב מעט יותר מופשט: ציירו 6 מטבעות של 10, ושאלו מה קורה כשמחלקים אותן בין 2 ילדים.

כדאי לחזור על כך עוד ועוד, 2:40, וגם 2:160, 2:280. העיקרון המתמטי שאנו לומדים כאן: עשרת אחת היא כמו תפוח אחד. לחלק עשרות שלמות זה כמו לחלק תפוחים.

ד. שילוב של חוק הפילוג עם רעיון חלוקת עשרות שלמות

השלב הבא הוא להסתכל בתרגיל כמו 2:68. הילדים יודעים מיד: התוצאה היא 34. מדוע? כי 2:60 הם 30, ו-2:8 הם 4. כדאי לחזור לציור. ציירו 68 עצמים על הלוח, בצורה סמלית: 6 עיגולים ("מטבעות") שבהם כתוב המספר 10, כלומר 6 עשרות, ו-8 אחדות. בואו נחלק את 6 העשרות בין שני ילדים - האם אפשר? כן. כל ילד יקבל 3 עשרות. ומה בדבר האחדות? כל ילד יקבל 4 אחדות. כמה יקבל כל ילד יחד? 3 עשרות ועוד 4 אחדות. האם זה מזכיר לכם משהו? נכון, זה דומה למה שעשינו כשחילקנו בין שני ילדים 6 טושים ו-8 מקלות ארטיק. איך קראנו לחוק הזה, של חילוק שני דברים משני סוגים שונים? נכון, "חוק הפילוג".

יש לתרגל זאת: כמה הם 2:46? 2:82?

עתה אנו מגיעים לשלב של **ניסוח החוק**.

האם תוכלו לספר לי איך מחשבים 2:68? נכון, כל ספרה מחולקת ב-2. ומה בדבר 2:268? האם תוכלו לנסח חוק כללי? קרוב לוודאי שהמורה תצטרך לומר את הפתיח: "מה קורה כאשר מחלקים ב-2 מספר שכל ספרותיו מתחלקות ב-2?" והילדים יגיעו לתשובה - המנה מתקבלת מחלוקת כל ספרה ב-2.

בודדנו כאן את השלב הראשון בחילוק הארוך: דרך מציאת השארית, באמצעות כפל התוצאה שהתקבלה במחלק, וחסור המכפלה מן המחולק.

איזו מוכנות דרושה מן התלמידים לצורך השלב הזה? הבנת המשמעות של פעולות החילוק, הכפל והחיסור; יכולת לספר עליהן סיפורים חשבוניים; יכולת לנסח עקרונות מתמטיים ולנתח את הסיבות להם. האם השלב הזה היה פשוט מדי? לגמרי לא. כבר אמרנו: אין פשוט מדי מכדי ללומדו בצורה מפורשת. על יסוד שהונח בצורה יציבה אפשר להמשיך ולבנות.

ב. חוק הפילוג

הרכיב השני בחילוק הארוך הוא חוק הפילוג של החילוק: 24:2 הם 20:2 ועוד 4:2.

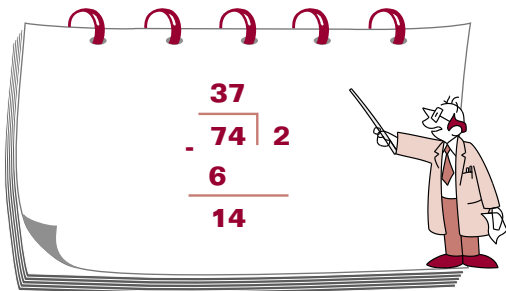
גם כאן, יש להתחיל בהתנסות מוחשית. תנו לילד 6 טושים ו-8 מקלות ארטיק, ובקשו ממנו לחלק אותם בין 2 ילדים. כמה יקבל כל ילד? הילדים יגלו: 3 טושים ו-4 מקלות ארטיק. כמה הם, אם כן, 6 טושים ו-8 מקלות ארטיק לחלק ל-2? התשובה: 3 טושים ו-4 מקלות ארטיק. עתה יש לספר להם: לחוק הזה יש שם מיוחד - "חוק הפילוג". האם אתם מכירים מילה דומה ל"פילוג"? נכון, פלג. מה זה "פלג"? זהו נחל קטן שזורם לתוך נחל גדול. "לפלג" פירושו להפריד לחלקים. כמו שהנחל הגדול מורכב מפלגים קטנים.

ג. הפרדה בין שני רכיבים של האלגוריתם - המבנה הכללי וביצוע החילוק בכל שלב

עתה אנו מגיעים לאלגוריתם עצמו. החילוק הארוך בנוי משלבים, שבכל אחד מהם מבוצע חילוק בתחום לוח הכפל (כלומר - כזה שתוצאתו קטנה מ-10), ומחושבת השארית - מה עדיין לא חולק.

בפני התלמיד יעמדו שני קשיים: האחד, הבנת המבנה הכללי של התהליך, כלומר, לאן מוליכים השלבים; השני, ביצוע החילוק בכל שלב.

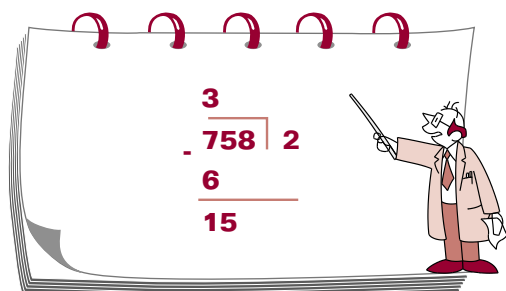
וכאן אנו מגיעים לעיקרון ההוראה השלישי שמנינו: הפרד ומשול. בין שני הרכיבים האלה צריך להפריד. הדרך לעשות זאת היא לנטרל, בשלב ראשון, אחד מן השניים - זה של ביצוע החילוק בתחום לוח הכפל. הדבר מאפשר להתרכז בהבנת הרכיב השני, שהוא המבנה הכללי של התהליך. לצורך זה משתמשים בתחבולה פשוטה: פתיחה בחלוקה ב-2. בחלוקה ב-2 כל שלב חילוק הוא פשוט במיוחד -



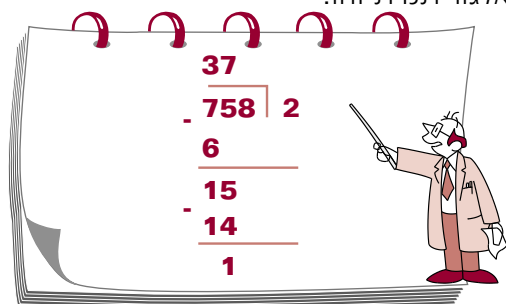
על זאת צריך לחזור בעוד ועוד דוגמאות. אני משער שמכאן ואילך כל מורה שמכיר את האלגוריתם ימשיך בעצמו בלי בעיות.

הנה עוד שתי דוגמאות. בדוגמה הבאה יש גם מאות: 758:2. גם כאן, כדאי ללוות את התהליך בציור בצד, שבו ה-758 מיוצג על ידי 7 מטבעות של 100, 5 מטבעות של-10, ו-8 אחדות. מתחילים משמאל, כלומר, בחילוק המאות. 7 מאות לחלק ל-2 הן 3. אבל בכך עוד לא חילקנו מאה אחת. אי-אפשר לחלק אותה בתור מאה שלמה, לכן נפרוט אותה לעשרות. אבל ב-758 יש כבר 5 עשרות, אלה המיוצגות על-ידי הספרה השנייה. כשנוסיף אותן ל-10 העשרות מן המאה שפרטנו נקבל 15 עשרות. כשנחלק אותן ב-2 נקבל 7 עשרות. זו תהיה ספרת העשרות בתוצאה.

הנה התהליך הזה בכתיבה בצורת חילוק ארוך:



מהן ה-15? אם מלווים זאת בציור, הילדים יידעו מייד: 15 עשרות. 15 עשרות לחלק ל-2 הן 7 עשרות. זאת כותבים במקום של העשרות בתוצאה. אבל בכך חילקנו רק 14 עשרות. איך יודעים? כופלים 7 ב-2. בכתיבה האלגוריתמית זהו:



מהי השארית? זוהי עשרת אחת שלא חולקה. האם אפשר לחלק אותה? לא. אבל אפשר לפרוט אותה ל-10 אחדות,

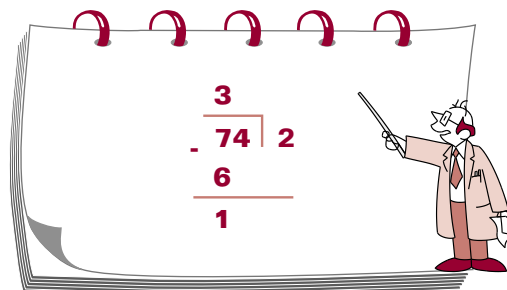
ה. המקרה הכללי: חילוק ארוך מתחילים משמאל!

יש בידינו עתה את כל המרכיבים. צריך רק לצרף אותם יחד.

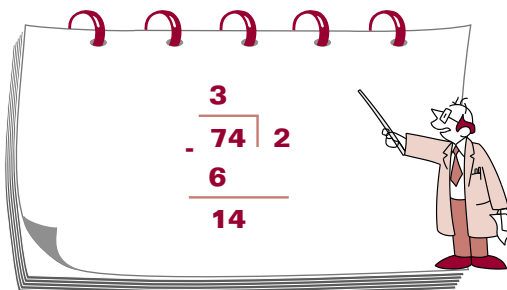
יש להתחיל בחילוק מספר דו-ספרתי גדול מ-20 ב-2. למשל, 74:2. כתבו את התרגיל, וציירו בצד 7 מטבעות של 10, ולידם 4 קוים, שיציינו 4 אחדות. את כתיבת החילוק הארוך יש ללוות בתהליך מקביל שייעשה בציור הזה.

חילוק ארוך מתחילים משמאל. כלומר, מתחילים מחילוק העשרות. מדוע? אחר כך נסביר. ננסה לחלק את 7 העשרות. מה יקרה אם נחלק 7 עשרות בין 2 ילדים? כל אחד יקבל 3 עשרות. אם כן, $2 \times 3 = 6$. אבל בכך לא חילקנו את כל 7 העשרות: חילקנו רק $2 \times 3 = 6$ עשרות, כלומר 6 עשרות. כמה לא חילקנו?

$7 - 6 = 1$. בואו נכתוב זאת בדרך שלמדנו:



מדוע כתבנו את ה-3 מעל ה-7? נכון, כי הוא מציין עשרות. בתוצאה יש 3 עשרות. מדוע כתבנו את ה-6 מתחת ל-7? כי הוא מציין 6 עשרות. אלה הן 6 העשרות שכבר חילקנו. כמה עשרות עדיין לא חילקנו? עשרת אחת, ומה עוד? גם את 4 האחדות לא חילקנו. אי אפשר לחלק עשרת אחת ל-2, בכל אופן לא בתור עשרת שלמה. מה עושים? פורטים אותה לאחדות. כמה אחדות יש לנו יחד עם ה-4? 14. נראה זאת בדיוק אם נוריד את ה-4, הנה כך:

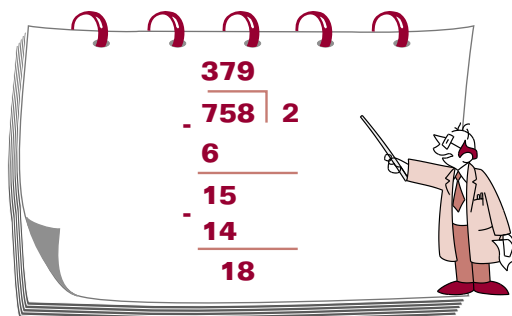


את 14 האחדות עדיין לא חילקנו ב-2. זכרו - כדאי להראות זאת בציור המלווה אותנו! נראה שם עשרת אחת, שנשארה קודם כשארית, ועוד 4 אחדות. כשנחלק אותן נקבל 7 אחדות. נכתוב זאת בספרת האחדות:

צריך לעבור אותם שלבים בתור תלמיד. מן הראוי היה שבשלבי הכשרתו המורה ילמד את החילוק הארוך בצורה ממושכת, מעמיקה, ואלמנטרית - בדומה לאופן שבו אמורים הילדים ללמוד אותו.



ולהוסיף לה את 8 האחדות הנמצאות ב- 758, שגם אותן עדיין לא חילקנו. נקבל 18 אחדות, וכשנחלק אותן ב- 2 נקבל 9 אחדות. נכתוב אותן בספרת האחדות של התוצאה, הנה כך:



וזהו זה!

אחרי שמגיעים לשליטה מלאה בחלוקה ב- 2 הדרך סלולה. כדאי עוד להתאמן בחילוק ארוך ב- 3, וב- 4. אחר כך אפשר להגיע למקרה הכללי. מכיוון שאין עקרונות חדשים בהוראת המקרים המסובכים יותר, נסתפק במה שנאמר עד כאן.

מדוע מתחילים משמאל?

לכסוף, כדאי לדון עם הילדים בשאלה מדוע מתחילים את חישוב החילוק משמאל. ילדים שעסקו בשאלה המקבילה בשאר הפעולות - מדוע בחיבור, בחיסור ובכפל מתחילים את החישוב דווקא מימין - לא יתקשו בכך. בחיבור, למשל, מתחילים מן הספרה הימנית, כלומר, ספרת האחדות, משום שאת ספרת האחדות בתוצאה אפשר לדעת מייד, לכתוב אותה ולא לחשוש שבשלב מאוחר יותר נצטרך לחזור בנו. בחילוק המצב הפוך: הספרה בתוצאה שאותה אפשר לדעת מייד, בלי חשש שנצטרך לחזור בנו, היא דווקא השמאלית.

לדוגמה, נחזור לתרגיל 758:2. כמה אחדות יהיו בתוצאה? לא ברור. לאו דווקא 2:8, כלומר 4 - הרי ראינו שבתוצאה יש דווקא 9 אחדות בודדות! אבל ברור כמה מאות יש. יש 7 מאות במחולק, וכשמחלקים 7 מאות ל- 2 התשובה היא 3. ספרת המאות בתוצאה היא אם כן 3. דבר לא ישנה זאת עוד: חלוקת העשרות ב- 2 לא תוסיף מאות לתוצאה. לכן כדאי להתחיל במציאת ספרת המאות.

סיכום

האם באמת אפשר ללמד כל זאת ילדים בכיתה ג'? אני סבור שכן, בשני תנאים. האחד, שהילדים הפנימו היטב קודם לכן את השיטה העשרונית, באמצעות קיבוץ בפועל של עשרות, של מאות ושל אלפים. השני, שהמורה יהיה מודע לפירוק התהליך לכל השלבים. כמובן, המורה עצמו