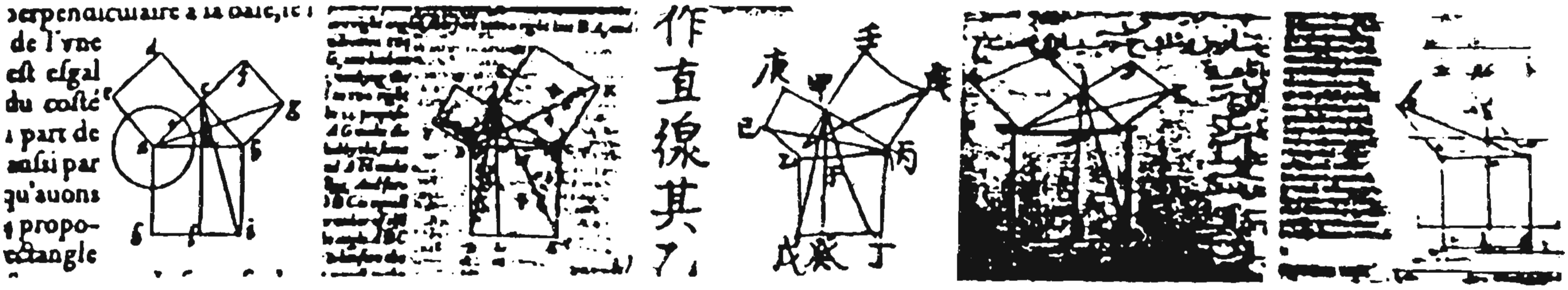


רבותי ההסטוריה

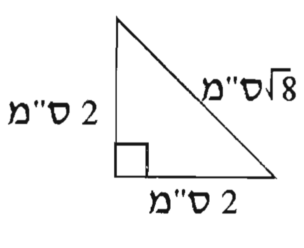
תולדות המתמטיקה

ד"ר אביקם גזית

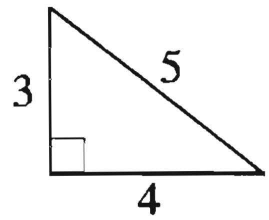
ראשית הגיאומטריה: פיתגורס, אפלטון והיפוקרטס השלישיה שלפני אאוקלידס

פיתגורס היה תלמידו ובן חסותו של תלס עליו נכתב בגליון הקודם (מס' 11). כזכור, תלס היה סוחר עשיר, ובהיותו בעל אמצעים נתן לפיתגורס "מלגת קיום" ושלח אותו למזרח הרחוק ללמוד מחכמתם של כוהני הדת הסינים וההודים. פיתגורס פעל במחצית השנייה של המאה השישית לפנה"ס. חשוב להזכיר שבתקופה זו פעלו פילוסופי הדת: בודהא, קונפוציוס ואחרים. כאשר חזר פיתגורס מהמזרח, הקים בדרום איטליה כת פילוסופית שעסקה בחשיבה מתמטית כאמצעי להבנת היקום. ראינו שהפיתגוראים התייחסו אל המספר כאל ישות קיימת וממשית (גליון מס' 6) והם ראו את העולם בנוי על יסודות המספרים השלמים. אולם דווקא אמונה זו יצרה בהמשך דרכם סתירה, כאשר הוכיחו את המשפט המפורסם המיוחס לפיתגורס: במשולש ישר זווית, ריבוע היתר שווה לסכום ריבועי הניצבים. משפט פיתגורס נכון לכל משולש נתון, ולכן הוא מתאים גם למצבים שבהם היתר אינו מספר שלם וגם לא שבר פשוט, אלא מספר אי־רציונלי.

במשולש ישר־זווית, שבו אורך כל אחד מהניצבים הוא 2 ס"מ, שווה היתר לשורש ריבועי של 8 – מספר אי־רציונלי.



מכיוון שהפיתגוראים ראו את העולם כבנוי אך ורק ממספרים שלמים, נוצרה סתירה בין ההיגיון של עולמם לבין המציאות: משולשים ישרי־זווית שאינם מקיימים מצב של יחסי מספרים רציונליים (כמו השלישיה 3, 4, 5).



הפיתגוראים לא נחלצו מסתירה זו, ולכן הקפידו לשמור את עיקרי אמונתם בסוד. מי שחילץ את משפט פיתגורס מסבך הרציונליות היה הפילוסוף היווני אפלטון, שחי במאה החמישית לפנה"ס. אפלטון היה תלמידו של סוקרטס והתעניין בתורתם של הפיתגוראים. הוא הרחיב את תחום המספרים שבהם טיפלו הפיתגוראים (הטבעיים) וקרא להם מספרים אי־רציונליים. אפלטון ייחס חשיבות רבה לגיאומטריה ועל שער ה"אקדמיה" שלו באתונה היה חקוק: "כל מי שאיננו מצוי אצל הגיאומטריה, אל יכנס לכאן" ־ משהו בסגנון מבחן פסיכומטרי לקבלה... על החשיבות הרבה שייחס למקצוע זה אפשר ללמוד ממה שענה כאשר נשאל: "במה עוסקים האלים?".
תשובתו היתה: "האלים עסוקים תמיד בגיאומטריה". שלוש בעיות עיקריות העסיקו את המתמטיקאים שהוזכרו, ואחרים, בעת ההיא.

הבעיה הראשונה: אם נתונה קוביה, בעלת מקצוע שאורכו a, כיצד אפשר להאריך את המקצוע באמצעות בנייה גיאומטרית כך שנפח הקוביה יוכפל? במבט ראשון נראית הבעיה קלה לפתרון ־ יש להאריך את המקצוע פי 2. אולם מיד נגלה שהנפח יגדל פי 8 (2 בחזקת 3) . בעיה זו נקראת "בעיית דילוס", על שם המזבח שהיה מצוי בעת ההיא באי דילוס. לפי המיתולוגיה היוונית, מגידי העתידות בדלפי שאלו את האל אפולו: "מה לעשות כדי לעצור את המגיפה באתונה?" אפולו השיב להם: "הכפילו את נפח המזבח באי דילוס והמגיפה תיפסק." בני אתונה הכפילו את מקצועות המזבח, שצורתו קובייה, פי 2 והמגפה לא פסקה. כאשר הבינו בני אתונה שנפח המזבח גדל פי 8 (2 x 2 x 2), שאלו את אפולו: "מה לעשות כדי לרצות את האל", אך לא קיבלו תשובה...

הבעיה השנייה: כיצד לחלק זווית שאינה ישרה ושאינה שטוחה לשלוש זוויות שוות? (לא עם מד־זווית, אלא בבנייה). הבעיה השלישית: כיצד לרבע מעגל? זו נראית לכאורה בעיה משונה, אך אם נציג אותה בניסוח אחר אולי תובהר עוצמתה: כיצד אפשר, בבנייה הנדסית, למצוא צלע של ריבוע אשר שטחו שווה לשטח של מעגל

נתון? רק במאה ה־19, כעבור יותר מאלפיים שנה, התברר שלבעיות אלו אין פתרון.

במאה החמישית לפנה"ס ידעו המתמטיקאים היוונים לבנות משולש ישר־זווית, ששטחו שווה לשטחי סהרונים (חלקי מעגל), הבנויים מקשתות על ניצבי המשולש ישר־הזווית. ידע זה קשור במידה רבה לרצון העז למצוא קשר בין מצולע למעגל. על קשר זה נדון בגליון הבא, שבו נתמקד בהיפוקרטס (המתמטיקאי ולא הרופא) ונתחיל גם לספר על אאוקלידס ־ אבי תורת הגיאומטריה הדדוקטיבית.