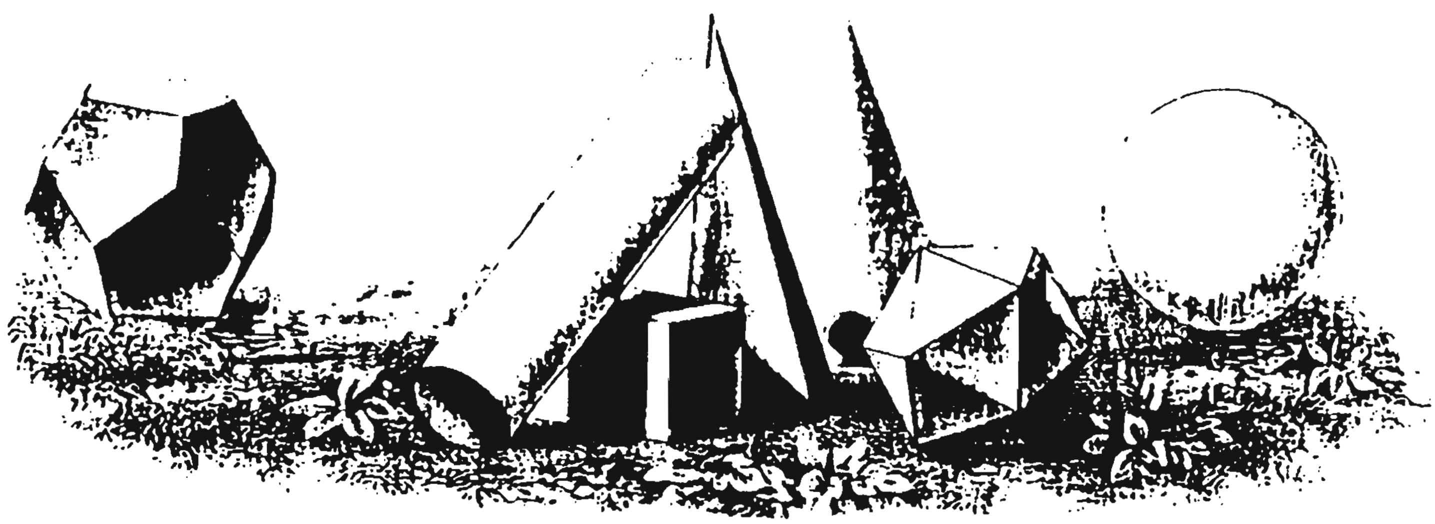


גיאומטריה
צורה ומרחב

משפט פיתגורס

מרזליאקוב שרון

משפט פיתגורס חוץ מחשיבותו כשהוא לעצמו, מאפשר לפתח דיונים עם תלמידי בית הספר היסודי בנושאים החשובים להתפתחות חשיבתם ולהעשרת הידע שלהם:

- תולדות המתמטיקה
- משפט ישר ומשפט הפוך
- מספרים רציונליים ואי־רציונליים
- צפיפות של מספרים על ציר המספרים
- הכרת חוקיות במספרים (מציאת שלשות פיתגוריות)
- חישובים מהירים ללא מחשבון (למשל, העלאה בריבוע של מספרים שספרת האחדות שלהם 5).

בזמן למידת משפט פיתגורס, יש הזדמנות מצוינת לחזור על חומר שנלמד קודם:

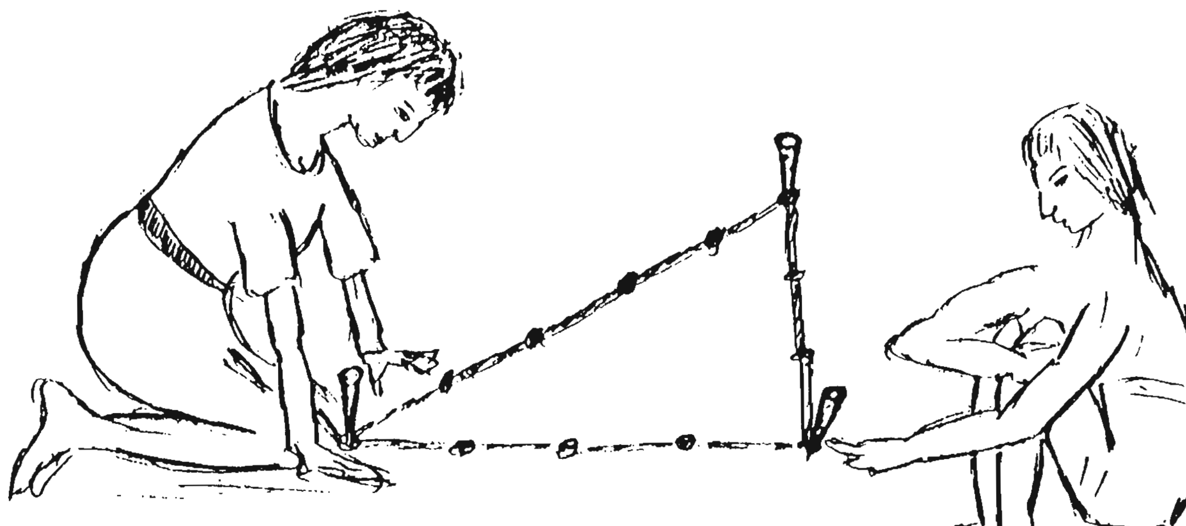
- שטחים
- חזקה
- שורש ריבועי
- תבנית מספר

◦ שימוש במשפט פיתגורס בשילוב עם בעיות נפח, היקף, אחוזים, משוואות, בניות עזר.

שיחות על פיתגורס, על קבלת זווית ישרה ללא מד־זווית, "הוכחה" של משפט פיתגורס בעזרת הרכבת פזלים. פתרון בעיות מגוונות מאפשר להעסיק תלמידים בעבודות מעניינות ולעורר מוטיבציה ללמידה.

עוד בימי קדם ידעו המצרים הקדמונים כיצד לקבל זווית ישרה ללא מד־זווית. הם נזקקו לידיעה זו, כדי לחלק מחדש קרקעות לאחר ההצפה העונתית של הנילוס, וגם לצורך בניית המקדשים והפירמידות. איך הם עשו זאת? הקדמונים לקחו חוט וקשרו לאורכו 12 קשרים במרחקים שווים.

את החוט הניחו על האדמה בצורה של משולש שצלעותיו: 3 חלקים, 4 חלקים ו־5 חלקים. אחת מזוויות המשולש שהתקבל היא זווית ישרה (90 מעלות).



לאחר הקדמה זו, שנועדה לעורר את סקרנות הלומדים, אפשר לחלק את הכיתה לקבוצות עבודה, בהתאם לרמת התלמידים. לכל אחת מקבוצות העבודה ניתן אמצעים ושאלות מכוונות כדי לקבל זווית ישרה. אפשר גם לעבוד עם הכיתה כולה כקבוצת עבודה אחת.

◦ לתלמידי קבוצה אחת ניתן חוטים בגודל שונה, שיעמידו את עצמם במקום המצרים הקדמונים ויבנו משולשים ישרי־זווית עם הקפים שונים.
◦ לתלמידי קבוצה שנייה ניתן 12 רצועות שוות ונבקש מהם לבנות משולש ישר זוית ולמדוד צלעותיו.

- לתלמידי קבוצה שלישית נחלק שקפים עם הקטעים 3 ס"מ, 4 ס"מ, 5 ס"מ, ונבקש למדוד את הקטעים, לבנות משולש ולמדוד בו את הזווית הכי גדולה.

בסוף הדיון התלמידים יגיעו למסקנה שאם ניקח 3 קטעים עם יחס מסוים (למשל, 3:4:5), נקבל משולש ישר־זוית.

האם יש מקום גם למשפט הפוך?

במשולש ישר־זווית קיים יחס מסוים בין צלעותיו. המורה מזמין לגלות את היחס בין הצלעות במשולש ישר־זווית, ולמטרה זו מחלק דפי גזירה עם שני פזלים (המופיעים בעמוד הבא) שתחילה צריך לצבוע, לגזור ולהרכיב מכל אחד ריבוע. אחרי שהרכיבו תלמידים את הפזלים והדביקו אותם במחברת, כך שיראו את שני הפזלים יחד ויוכלו להשוות ביניהם, יש לנהל דיון או לעשות עבודת חקירה בדף משימות ושאלות. כדאי להכין גם פזלים גדולים מקרטון, כדי שהמורה יוכל להדריך את התלמידים בעבודתם.

בראשית הדיון אפשר להפנות את תשומת לבם של התלמידים למה שכולל כל פזל ולהגדיר את הצלעות של משולש ישר־זווית.

הצלע הכי גדולה במשולש ישר־זווית נמצאת מול הזווית הישרה (הזווית הכי גדולה במשולש ישר־זווית); לכן הצלע נקראת יתר ־ מהמילה "יותר". (היתר יסומן באות c).
שתי הצלעות שיוצרות זווית ישרה (משולש עומד יציב על הצלעות האלו) נקראות ניצבים (הניצב הקטן יסומן באות a , והניצב הגדול באות b).

הפזל הראשון (צבוע בצבע צהוב) כולל ארבעה משולשים ישרי־זווית שווים וריבוע גדול שצלעו שווה ליתר (c) של המשולש.

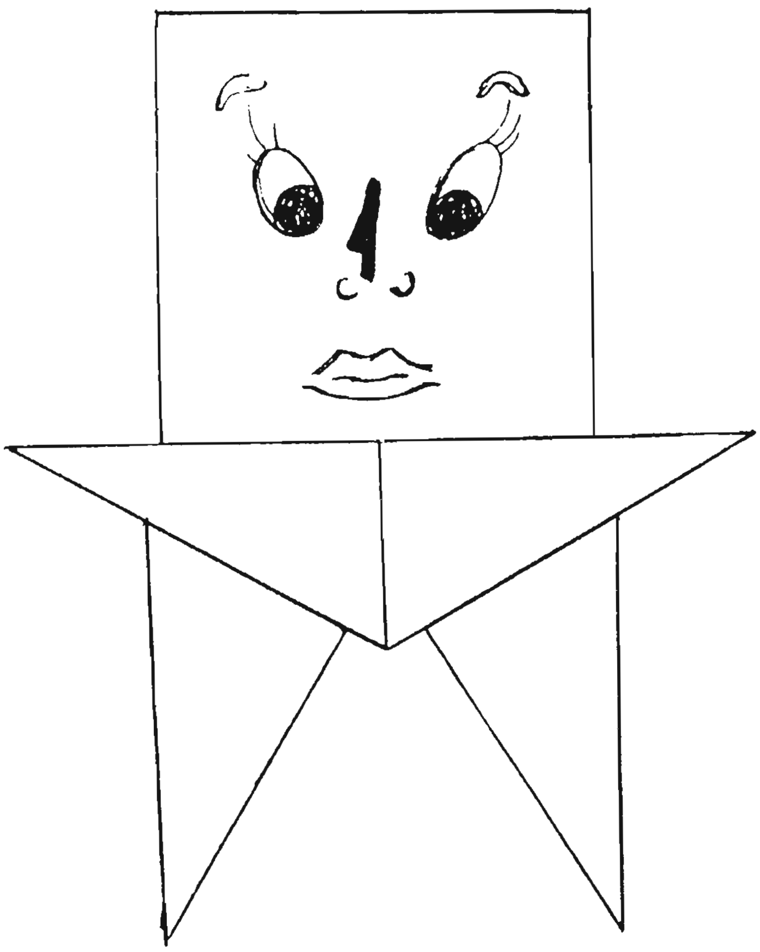
הפזל השני (צבוע בצבע כחול) כולל ארבעה משולשים ישרי־זווית שווים, ריבוע קטן, שצלעו שווה לניצב הקטן (a) של המשולש, וריבוע בינוני, שצלעו שווה לניצב הגדול (b) של המשולש.

בית ספר ״גאולים״ בת ים
שרון

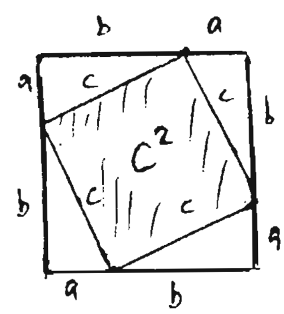
פזל גזירה

פזל 1

1. לצבוע את הפזל בצבע צהוב.
2. לגזור ולהרכיב ריבוע אחד מכל החלקים.

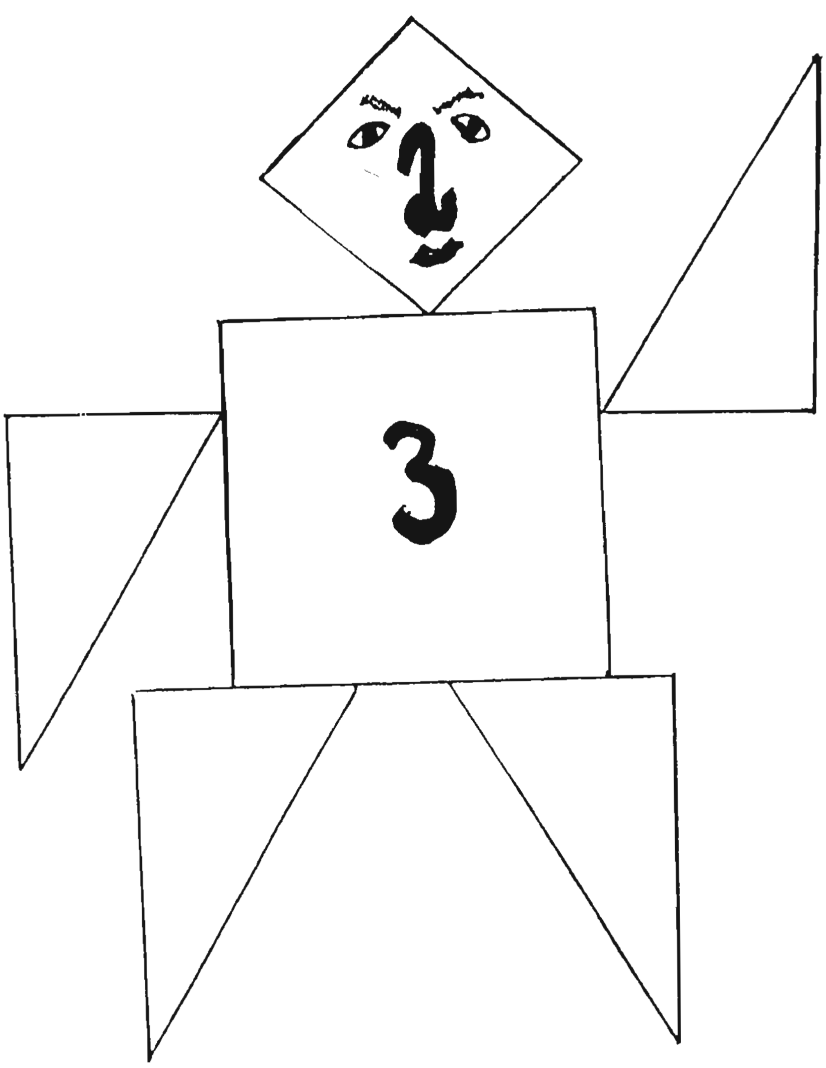


תשובה למורה:

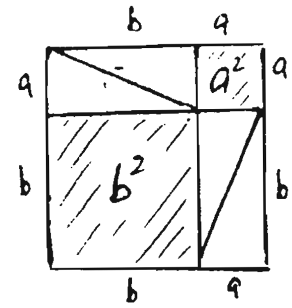


פזל 2

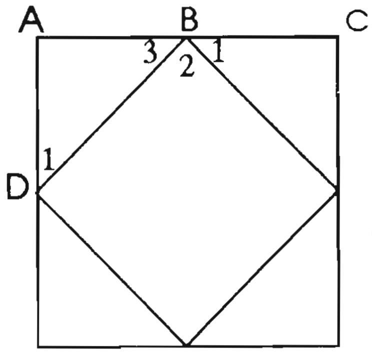
1. לצבוע את הפזל בצבע כחול
2. לגזור ולהרכיב ריבוע אחד מכל החלקים.



תשובה למורה



רצוי להוכיח שהמצולעים שהרכבנו הם מרובעים, כלומר שנקודות A, B, C נמצאות על קו ישר אחד:



$\sphericalangle B_2 = 90^\circ$

$\sphericalangle D_1 + \sphericalangle B_3 = 90^\circ$

(משולשים חופפים) $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle B_1$

$\sphericalangle B_1 + \sphericalangle B_2 + \sphericalangle B_3 = 180^\circ$

(כשעשוע, אפשר להביא בהקשר זה פרדוקסים של "העלמות" ו"תוספת" שטחים).

אחר כך התלמידים יכולים להגיע למסקנה שריבועים אלו שווים בשטחם (המורה גם מניח את הפזלים מקרטון אחד על גבי השני ומראה את השויון, אבל גם מכוון את התלמידים לניסוח שריבועים אלו שווים בשטחם בגלל שצלעותיהם שוות (a+b).

אם משטחים שווים נוריד שטחים שווים (ארבעה משולשים שווים), אז גם החלקים הנשארים שווים בשטחם.

אחרי שנגזור ארבעה משולשים מהפזל הצהוב, נשאר ריבוע (ריבוע 1), שצלעו שווה ליתר.

וכשנגזור ארבעה משולשים כאלו מהפזל הכחול, נשארים שני ריבועים (ריבוע 2 וריבוע 3). צלע כל ריבוע שווה בהתאמה לניצבים של משולש זה.

ננסח אפוא את המסקנה: הריבוע הבנוי על היתר של משולש ישר־זווית שווה בשטחו לסכום שני הריבועים הבנויים על ניצביו. אפשר לרשום את זה בצורה כזאת:

שטח ריבוע כחול = שטח ריבוע צהוב

בכל אחד משני הריבועים 4 משולשים שווים לכן אם נוציא אותם נקבל:

שטח ריבוע 3 + שטח ריבוע 2 = שטח ריבוע 1 כלומר:

$c^2 = a^2 + b^2$

במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר. משפט פיתגורס יפה בפשטותו!