



## רֶגֶז אוֹשֵׁבִים פִּיתוּחַ חֲשִׁיבָה

אידיס רוזנטל ומירי בן ארי

### מחברים רק עוקבים!

#### מבוא

מצביעים על חשיבות האינטראקציה בין התלמידים לבין עצמם ובין התלמידים למורים בפיתוח ובטיפוח החשיבה המתמטית. השינויים בתפיסת הוראת המתמטיקה מדגישים את חשיבות השיחה המתמטית בתהליך ההוראה. במאמר זה נציע פעילות של שיחה מתמטית שפיתחנו וניסינו בכיתה ג' ובכיתה ו', בעקבות דף עבודה שניתן במסגרת "פרוייקט מכון וייצמן ועיריית תל אביב" (דף העבודה מצורף בסוף המאמר).

במאמר נציג:

א. את תהליך העבודה על משימה שבה מתבקשים התלמידים לחבר תרגילים לסכומים נתונים (התנאי: עליהם לחבר רק מספרים עוקבים).

ב. סקירת שיחה מתמטית שבוצעה בשתי רמות גיל (בכיתה ג' ובכיתה ו').

המטרה הבסיסית בדף העבודה היא חיבור מספרים חד ספרתיים ודו ספרתיים בתנאי שיחוברו מספרים עוקבים. רצף המספרים העוקבים בראש הדף אמור לסייע לילדים למצוא תרגילים מתאימים. החשיבות בפעילות זו טמונה לא רק בפתרון התרגילים שמציע דף העבודה, אלא בשיחה המתמטית, המתפתחת בעקבות העבודה. דיון מקדים בדיון המקדים, לפני מתן העבודה, כדאי לברר עם התלמידים את המושגים:

סכום, מחוברים ומספרים עוקבים. כדי להבהיר את ההוראה בדף, על המורה לבקש מהתלמידים תרגיל המתאים לסכום 5 ולהסביר - מדוע התרגיל  $2+3$  מתאים ואילו התרגיל  $1+4$  אינו מתאים (על פי התנאי).

בדיון זה יעלו כמה דוגמאות נוספות:

א. כל התרגילים המתאימים לסכום 9.

דוגמא זו תחשוף את התלמידים לאפשרות של יותר מתרגיל אחד וכן לעובדה שאפשר יותר משני מחוברים.

ב. כל התרגילים המתאימים לסכום 2.

דוגמא זו תחשוף בפני התלמידים את העובדה שלא תמיד ניתן למצוא תרגיל מתאים.

### **תאור הפעילות בכיתה ג'**

בתחילת הפעילות נטו התלמידים לחפש תרגילים בצורה אקראית. אולם במהלך הפעילות גילו חלק מן התלמידים כי קל מאוד למצוא תרגילים לסכומים האי-זוגיים. כאשר הם נתקלו בקושי, בסכומים הזוגיים, הם נטו לוותר על התנאי (חיבור מספרים עוקבים), או שאמרו "אין תרגיל מתאים". במקרים אלו הפנתה המורה את תשומת ליבם לתנאי (חיבור עוקבים) או שעודדה אותם לחיפוש נוסף ולהתייעצות עם חברים. כמו כן עודדה המורה את התלמידים להשוואת התוצאות.

### **דיון לאחר הפעילות**

משסיימו התלמידים למצוא את התרגילים לסכומים הנתונים, הוטלה עליהם משימת מיון על פי קריטריון של מספר מחוברים. סכומים שנבנו ביותר מתרגיל אחד (כמו 9) הופיעו בשתי קבוצות. הילדים הציגו את המיון בטבלה:

סכומים שיש להם 2 מחוברים	סכומים שיש להם 3 מחוברים	סכומים שיש להם 4 מחוברים
3, 5, 7, 9, 11...	6, 9, 12, 15...	10, 14, 18, 22...

ההכללה שאליה הגיעו התלמידים לאחר המיון היתה שהסכומים שיש להם 2 מחוברים הם אי-זוגיים. הם הסבירו ש"זוגי ועוד אי-זוגי תמיד נותן סכום אי-זוגי". בקבוצת הסכומים אשר להם 3 מחוברים התלמידים הבחינו, שיש מספרים זוגיים

ומספרים אי-זוגיים לסירוגין. המשותף לקבוצה זו שכל הסכומים הם כפולות של 3. חלק מן התלמידים עשו הבחנה נוספת ואמרו שהמספרים הזוגיים בקבוצה זו הם כפולות של 6. התלמידים הסבירו כי כאשר המחובר הראשון זוגי, הסכום המתקבל הוא אי-זוגי וההיפך. באופן דומה הם הסבירו את העובדה שהמשותף לקבוצה השלישית - כל הסכומים זוגיים "תמיד יש זוגי ועוד זוגי ואי-זוגי ועוד אי-זוגי" (ביחד זה זוגי). שאלה שעלתה ונבדקה אחרי העיסוק בטור השני היתה: האם לאור העובדה ששלושה מחוברים נותנים סכום שהוא כפולה של 3, גם ארבעה מחוברים יתנו כפולה של 4.

### **תאור הפעילות בכיתה ו'**

תלמידים בכיתה ו' עברו תהליך דומה לתלמידים הצעירים, אבל בשלב מוקדם למדי הם התחילו לחפש חוקיות בבניית התרגילים. נוצרה אינטראקציה בקבוצה והילדים יצרו קשר של "קח ותן", "מי יש לו 26...", "אני אתן לך 26 אם תתן לי 24...". כמו כן לא נצמדו התלמידים לסדר בדף בבניית התרגילים. מיד בתחילת הפעילות התעניין אחד התלמידים במספרים אשר להם אין תרגיל, ובמקום למצוא תרגילים לשאר הסכומים התחיל לחקור מהם הסכומים הנוספים אשר להם לא ימצאו תרגילים מתאימים. הוא גילה את הסדרה 2,4,8 שיער שהמספר הבא אשר לא ימצא לו תרגיל יהיה 16, ובדק את השערתו. הוא הסביר שזוהי סדרה של מספרים שבה "כל פעם מכפילים ב-2". הוא המשיך ושיער שהמספר הבא יהיה 32 והבא אחריו יהיה 64, וישב לבדוק את השערותיו. אחרי שבדק ואישש את ההשערות, הציעה לו המורה לנסח את המשותף לסדרת המספרים. כאשר התלמיד אמר שאלו כפולות של 2, שאלה המורה אם המספר 12 שייך לסדרה. בסופו של דבר הגיע התלמיד למסקנה כי כל המספרים בסדרה זו הם חזקות של 2. השאלה מדוע אי אפשר לכתוב סכום של מספרים עוקבים למספרים שהם חזקות של 2 נשארה פתוחה בשלב זה. בתום הפעילות הציעו התלמידים למיין את הסכומים על פי מספר המחברים. התלמידים הגיעו מהר למשותף (כמו בכיתה ג'), אך חיפשו הסבר לשאלה מדוע שלושה מחוברים הם כפולות של 3. כדי לסייע להם במציאת ההסבר, הציעה להם המורה לבחור שלושה מחוברים כמו  $5+6+7$ : ולהציג את המחברים בתרגיל זה בעזרת הספרה 6. ה-"5" יוצג כ-"1-6" וה-"7" יוצג כ-"1+6".

התרגיל המתקבל יהיה:

$$(6-1)+6+(6+1)$$

התלמידים בדקו שלשות של מספרים בעזרת "מכשיר זה" ואחר כך ניסו לבדוק האם ארבעה מחוברים הם כפולות של 4 ו-5 מחוברים הם כפולות של 5. הם גילו שהסכומים שנוצרו מארבעה מחוברים יוצרים סדרה שבה ההפרש קבוע - 4, ואילו חמישה מחוברים יוצרים כפולות של 5. בעקבות חקר נוסף בכיוון זה גילו התלמידים שכאשר מספר המחוברים הוא אי-זוגי מתקבלת סדרה של כפולות החל מכפולה מסויימת התואמת את מספר המחוברים. ואילו כאשר מספר המחוברים הוא זוגי הפרש הסדרה של הסכומים הוא כמספר המחוברים לכל אחד מאותם סכומים, ולא נוצרות כפולות. הבדל בין כיתה ג' לכיתה ו' בפעילות היה בנטייה של התלמידים הבוגרים לחפש חוקיות, תבניות וקשרים כבר בשלב בניית התרגילים, ובהמשך לחפש הנמקות להכללות. הפעילות בכיתה ג' היתה אינטואיטיבית יותר; החוקיות והקשרים נחשפו לאחר פעולת המיון.

### **סיכום**

פעילות מסוג זה מאפשרת לכל התלמידים לפעול ברמות שונות (רמות לומד ורמות ידע). הפעילות עוררה עניין הן בכיתה ג' והן בכיתה ו', ויצרה אינטראקציה בין הילדים, אשר תיקשרו באופן מתמטי וחיפשו הצדקות מתמטיות לשאלות שהתעוררו. חשיבותו של התהליך היא בפיתוח הפוטנציאל המתמטי של התלמיד. אינטראקציה תקשורתית מתמטית משפיעה על הבניית הידע, מחדדת מושגים שנלמדו, תורמת לפיתוח יכולת ההנמקה, לפיתוח היכולת לפתרון בעיות, ועשויה לחזק את הביטחון העצמי ביכולתו של כל תלמיד "לעשות מתמטיקה".

# חבר רוק... רק עוקבים!

לפניך רשימת מספרים:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20...

חבר רק מספרים עוקבים כדי לקבל את הסכומים הבאים.

(אם אי אפשר, לסמן X)

\_\_\_\_\_ = 1

\_\_\_\_\_ = 2

\_\_\_\_\_ = 3

\_\_\_\_\_ = 4

\_\_\_\_\_ = 5

\_\_\_\_\_ = 6

\_\_\_\_\_ = 7

\_\_\_\_\_ = 8

\_\_\_\_\_ = 9

\_\_\_\_\_ = 10

\_\_\_\_\_ = 11

\_\_\_\_\_ = 12

\_\_\_\_\_ = 13

\_\_\_\_\_ = 14

\_\_\_\_\_ = 15

\_\_\_\_\_ = 16

\_\_\_\_\_ = 17

\_\_\_\_\_ = 18

\_\_\_\_\_ = 19

\_\_\_\_\_ = 20

\_\_\_\_\_ = 21

\_\_\_\_\_ = 22

\_\_\_\_\_ = 23

\_\_\_\_\_ = 24

\_\_\_\_\_ = 25

\_\_\_\_\_ = 26

\_\_\_\_\_ = 27

\_\_\_\_\_ = 28

\_\_\_\_\_ = 29

\_\_\_\_\_ = 30

\_\_\_\_\_ = 31

\_\_\_\_\_ = 32

\_\_\_\_\_ = 33

\_\_\_\_\_ = 34

\_\_\_\_\_ = 35

\_\_\_\_\_ = 36

\_\_\_\_\_ = 37

\_\_\_\_\_ = 38

\_\_\_\_\_ = 39

\_\_\_\_\_ = 40