

נחמה חורין

## היחס – תאורים שונים לאותו מצב

### 1. חלק מתוך שלם

נתבונן בהצגה הגרפית הבאה:

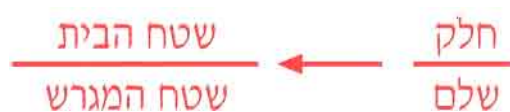


נוכל לבטא זאת בצורה מספרית 1:3 או  $1/3$ , והכוונה עיגול 1 לבן (החלק) מתוך סך הכל שלושה עיגולים (השלם). כדי להבין את הסיטואציה המספרית, רצוי להתחיל בהמחשה מילולית בעל-פה ובכתב, ורק אחר-כך לעבור לביטוי מתמטי.

הדוגמאות הבאות יבהירו את הכוונה: חרוזים אדומים (החלק) מתוך המחרוזת (השלם)



שטח הבית (החלק) מתוך שטח המגרש (השלם)



בתהליך ההכללה נגיע עם הלומד למסקנה: במונה נרשם החלק במכנה הכמות הכוללת. המעבר לרישום מספרי - יהיה תולדה של הבנת הסיטואציה.

מתורתו של פיאזה למדנו, שמושג היחס נתפס אצל התלמידים רק בהגיעם לשלב החשיבה הפורמלית כשהם בני 11-12. בבתי הספר נלמד הנושא בכיתות ה' ו', אחרי שהתלמידים רכשו ידע במספרים רציונאליים (שבר פשוט).

כבסיס ללמידת מושג היחס נדרשת מהתלמיד שליטה במושגים הבאים, הקשורים לשבר הפשוט:

1. מונה ומכנה ותפקיד כל אחד מהם;
2. מקום קבוע למונה ולמכנה בקו השבר;
3. צמצום שברים;
4. שמות שונים לאותו השבר.

ניתן להבחין במצבים שונים המבטאים יחס. ברשימה זו אתמקד בשלושה מצבים:

1. יחס הוא ביטוי מספרי לקשר בין החלק לשלם. מושם דגש על הכמות החלקית מתוך השלם, הכולל בתוכו את הכמות החלקית.
2. יחס הוא ביטוי מספרי לכמות חלקית אחת לעומת כמות חלקית אחרת.
3. יחס הוא ביטוי מספרי הנוצר בין שני פריטים שונים, שיש ביניהם קשר. לכל אחד מהפריטים כינוי שונה ומנת החילוק שלהם יוצרת ביטוי חדש עם כינוי שונה

## 2. חלק לעומת חלק

נחזור להצגה הגרפית מסעיף 1:



היחס בין החלקים הוא 1:2 או  $1/2$  עיגול אחד לבן לעומת שני עיגולים כהים. כמו-כן אפשר לבטא את היחס בין החלקים 2:1 או  $2/1$ , שני עיגולים כהים לעומת עיגול אחד לבן.

מכאן שבביטוי מתמטי ליחס בין שני חלקים ניתן להחליף את מקום המונה והמכנה, וזה אחד ממוקדי הקושי. מקובל לכתוב יחס בצורת שבר מצומצם.

לדוגמה:

בכיתה 16 בנות לעומת 24 בנים. היחס ביניהם  $16/24$  ואחרי צמצום נקבל  $2/3$  או  $2:3$ . זאת אומרת, היחס בין הבנות לבנים הוא 2 ל-3. על כל שתי בנות יש שלושה בנים.

אם נרצה לבטא את היחס בין הבנים לבנות נכתוב  $24/16$  ואחרי צמצום נקבל  $3/2$  או  $3:2$ . מן הנתונים שבשאלה זו ניתן להגיע גם ליחסים של חלק מתוך שלם (ראה סעיף 1).

השלם, בשאלה זו, הוא סך כל ילדי הכיתה  $16+24=40$ . הבנות מהוות 16 מתוך 40 ובשבר  $16/40$  ואחרי צמצום  $2/5$  או  $2:5$  (מהווה את היחס בין הבנות לסך- כל ילדי הכיתה) והבנים מהווים 24 מתוך 40 ובשבר  $24/40$  ואחרי צמצום  $3/5$  או  $3:5$ .

מוקד הקושי במשימה זו הוא שהילד נתקל ב"מסר" הנוגד את הידע הקודם שלו - אינטואיציה ראשונית. בסעיף זה, הדן בהשוואת חלק לעומת חלק, ראינו: א. ניתן להחליף מקום המונה והמכנה בהתאם לנדרש בסיטואציה. ב. לפעמים יש לחבר את החלקים וליצור יחס חדש.

## 3. חילוק בין יחידות שונות

כאשר מתבצע חילוק בין מספרים בעלי כינוי שונה והמנה מהווה מושג חדש.

במקרים אלו, מקומו של כל פריט קבוע, במונה - או במכנה. הכינויים של כל פריט שונים, ובמנת החילוק מתקבל מושג חדש, עם כינוי שונה.

$$\text{לדוגמה: } \frac{\text{דרך}}{\text{זמן}} = \text{מהירות}$$

היחס בין הדרך (בק"מ, מטרים...) לזמן (בשעות, דקות...) יוצר את המהירות (קמ"ש, מטר לדקה)

$$\text{משקל} = \frac{\text{משקל סגולי}}{\text{נפח}}$$

### נסכם את הקשיים:

א. מהצגה גרפית אחת



ניתן לבטא את היחס בצורות שונות.

- 1:3 חלק מתוך שלם, מקום המונה והמכנה קבוע.
- 1:2 חלק לעומת חלק כשניתן להחליף את המכנה במונה.

ב. משני מושגים בעלי כינוי שונה נוצר מושג חדש.

בשל קשיים אלה מומלץ ללמד את נושא היחס תוך כדי העלאת ידע קודם (בשבר פשוט) וגיזור לידע חדש על-פי ההיררכיה הבאה:

1. חלק מתוך כמות כוללת (דומה לעבודה בשבר פשוט).
2. חלק לעומת חלק - כשניתן להחליף את מקום המונה והמכנה.
3. חלק לעומת חלק - כשהכמות הכוללת היא סכום של המונה והמכנה.
4. חלק לעומת חלק כשיש יותר משני חלקים.
5. חלק לעומת חלק כאשר מקום המונה והמכנה קבועים ויש לבצע פעולת חילוק ולקבל מושג חדש.