

ד"ר אלכס פרידלנדר וג'ין אלברט

## עקרונות כלליים בהערכה ויישומם במאגר משימות במתמטיקה לתלמידי כיתה ד'

### הקדמה

לנוחות הטיפול בשאלות ובשאלות המשנה מופיעים בשוליים הימניים של הדף גם מספרים סידוריים עוקבים לכל שאלה ושאלת משנה בנפרד. מספרים אלה נועדו לשמש קודים לעיבוד הנתונים במחשב. חלק ניכר מהשאלות בודקות את הישגי התלמיד בפעולות המחייבות חשיבה ברמה גבוהה. השאלות הבודקות חשיבה שגרתית מועטות יחסית, והמורה יכול להוסיף פריטים כאלה לפי הבנתו ולפי הצורך. אם יש תלמידים שאינם מבינים את ההוראות של משימה מסוימת - במיוחד כאשר המשימה אינה שגרתית - אנו מציעים למורה להנחות את התלמידים האלה ולהגיש להם את העזרה הדרושה.

הצוות שהכין את מאגר המשימות מזמין את המורים המשתמשים בו להעיר את הערותיהם. תגובות למשימות אפשר לשלוח לכתובת: משרד החינוך, התרבות והספורט, האגף לתכניות לימודים, מנהלת המחלקה להערכה, ירושלים.

נשמח לקבל הערות, ביקורת, שאלות שהמורים חיברו, ופרטים על השימוש במשימות ועל הצלחתם של התלמידים בפתרון השאלות. נודה לכם אם תשלחו עותק מהמבחנים שהרכבתם ומהפריטים שחברתם. הערותיכם יובאו בחשבון בהכנת מהדורה חדשה, מורחבת ומעודכנת של המאגר.

מאגר המשימות במתמטיקה מיועד לספק למורים בכיתה ד' דוגמאות לשאלות הערכה במתמטיקה. הוא מכיל 49 משימות, המהוות נדבך ראשון של מאגר שאלות. המורה יכול להשתמש במשימות אלה כדי להעריך את הישגי תלמידיו וזה במקום או בנוסף על הערכה באמצעות מבחנים המקובלים היום. מאגר זה מוגש למורים תוך קבלת העיקרון שההחלטה על בחירת משימות מתוכו צריכה להיות נתונה בידי המורה, ויש לצפות שהמורה ישתמש לצורכי הערכה בפריטים מהמאגר וגם בפריטים שהוא עצמו חיבר.

המשימות הכלולות במאגר זה אינן מקיפות במידה שווה את כל הנושאים הכלולים בתכנית הלימודים במתמטיקה לכיתה ד', והמורים מתבקשים למלא את החסר. ברוב המשימות שבמאגר מופיעות שאלות אחדות, אך יש משימות המכילות רק שאלה אחת. השאלות מסומנות במספרים סידוריים, ובחלק מהן מופיעות שאלות משנה המסומנות באותיות.

לדוגמה: (1) מושג המספר

- א. מספרים טבעיים
- ב. שברים פשוטים
- ג. מספרים מכוונים
- ד. כפולות וגורמים

## 1. עקרונות כלליים בהערכת תלמידים במתמטיקה.

בשני העשורים האחרונים חלו תמורות משמעותיות בתפיסות הקשורות לתוכן ולצורה של הוראת המתמטיקה (ראה, למשל, הסטנדרטים להוראת המתמטיקה שקבע ארגון מורי המתמטיקה בארה"ב - NCTM 1989). ככל שתפיסות אלה התממשו בשטח, הלכו והעמיקו הפערים בין אופי ההוראה והתכנים המתמטיים הנלמדים בכיתות לבין האופי והתכנים של תהליך הערכת התלמידים. עקב כך גברה בשנים האחרונות באופן משמעותי המודעות לצורך בשינוי הכלים והתכנים להערכת הישגי התלמידים במתמטיקה. בעקבות דוחות של ועדות, מחקרים בתחום ההערכה, ניסויים בבתי ספר ואף תקנות של רשויות חינוך שונות, חלו שינויים גם בתפיסות של תהליך ההערכה (Lesh & Lamon, 1992; Stenmark; Kulm; 1990). כדי להבהיר את הדברים, נביא קטע המתאר את התפיסות החדשות של הקשר בין ההוראה לבין הערכה בתחום המתמטיקה. הקטע לקוח מתוך פרסום של הוועדה לחינוך מתמטי בארה"ב,

הנקרא "למדוד מה שחשוב: תקציר מדיניות" (Mathematical Sciences Education Board of the National Research Council)

(Measuring what counts: A Policy brief):

"כדי לממש את השינויים המוצעים בהוראת המתמטיקה הן בתכנים והן בסגנון, יש צורך בשיפור ההערכה. שינוי דפוסי הערכה הוא חלק אינטגרלי מרפורמה משולשת המתבצעת במקביל, הן בתכנית הלימודים והן בהשתלמות המקצועית של המורים. מכיוון שההערכה היא גורם מכריע, הקובע מה התלמידים לומדים ואיך המורים מלמדים, יש לשנותה בהתאם לחזון המשתנה של ההוראה והלמידה.

לימוד משמעותי של המתמטיקה מתרחש כאשר התלמידים משתמשים בחומר הנלמד בהקשרים משמעותיים ובדרך המציגה לפניהם אתגרים ליישום הידע שרכשו ומרחיבה את חשיבתם המתמטית. תלמידים מפעילים חשיבה אם וכאשר הם לומדים, והם לומדים אם וכאשר הם מפעילים חשיבה. מורים טובים יודעים כי המתמטיקה מקבלת משמעות מוחשית אם היא נלמדת בדרך של התנסויות הנראות לתלמידים משמעותיות ובעלות ערך. הלמידה הטובה ביותר והיעילה ביותר חייבת להיות פעילה, להתבסס על ניסיון חייו של התלמיד, ולהתנהל תוך כדי תקשורת מתמדת עם אחרים. בכל תלמיד טמון הרצון לחקור את העולם

שמסביבו, והמתמטיקה היא כלי נפלא במסע נצחי זה. דרכי ההערכה הנקוטות היום אינן מחזקות תפיסה זאת של הלמידה וההוראה, ולעתים קרובות אף מפריעות לה. במשך עשורים רבים התמקדה ההערכה בארצות-הברית בהיבטים טכניים, ללא התייחסות לשיקולים חינוכיים. מערכות המבחנים המקובלות כיום הן תוצאה של הצורך למצוא שיטות יעילות להערכת מספר גדול יותר של תלמידים בעלות כספית נמוכה... אך למרות דיוקם הטכני, מבחנים אלה אינם מצליחים לאבחן את יכולתו של תלמיד לבצע פעילויות כגון אומדן, בניית צורה הנדסית, שימוש במחשבון או בסרגל, או ניסוח נימוק דדוקטיבי מורכב. ההתמקדות בקריטריונים טכניים - בעיקר במהימנות - השפיעה גם היא לרעה. במשך תקופה ארוכה תרמה הדרישה למהימנות גבוהה להעדיף מבחנים המכילים מספר גדול של פריטים קצרים ממבחנים המכילים מספר קטן של בעיות מורכבות. תלמידים נדרשו לפתור מספר גדול של שאלות קצרות, וכל שאלה התייחסה להיבט יחיד של תפקודם. מבחנים אלה לא הציבו לתלמידים אתגר להתמודדות עם תהליכים מורכבים של פתרון בעיות או בניית מודלים - שהם לב לבה של המתמטיקה.

בהעדר עקרונות מקצועיים מוגדרים להערכת הישגים במתמטיקה, קריטריונים טכניים אלה הם שקבעו את העקרונות הבסיסיים של ההערכה. אין בכוונתנו להציע את העקרונות הקשורים לתכנים, ללמידה ולמתן הזדמנויות שוות כתחליף לעקרונות האלה, אלא כגורמים נוספים שמטרתם ליצור איזון בין תחומי החינוך ותחומי המדידה. את האיזון הזה ניתן להשיג על-ידי שימת דגש על תוקפו של המבחן (validity), כלומר, על שיפור הקשר בין ההערכה לבין תכנים איכותיים בהוראה ובלמידה.

היום אנו מודעים לכך שתלמידים צריכים ללמוד לחשוב, לבנות מודלים, להוכיח משפטים ולבסס טענות. ההערכה צריכה לשקף מגמה זו. בחינה המתמקדת בתחומי למידה מצומצמים אינה מאפשרת בדיקה של הבנה לעומק ושל כושר היישום של מושגים מתמטיים בתחומים שונים. יצירת כלי הערכה המספקים את הרוחב והעומק הדרושים תאפשר לתלמידים להפגין

ניתוח תשובות התלמידים נוצל לשלוש מטרות:

א. בדיקת האפשרות לשימוש במשימות בעלות אופי חדשני לצורכי הערכה.

ב. קביעת דרגת הקושי של כל פריט.

ג. עיצוב סופי של פריטי המאגר.

המאגר מיועד לשמש בידי המורה כלי להערכת יכולתם והישגיהם של תלמידיו, ואמת מידה לאיכותם של ספקי הלימוד וסגנון ההוראה במקצוע המתמטיקה.

### 3. עקרונות מנחים בבניית המאגר

א. התמודדות עם מצבי בעיה אותנטיים.

ב. שימוש באביזרים.

ג. מעקב אחר תהליך הפתרון.

ד. הפעלת חשיבה לא אלגוריתמית.

ה. שימוש בסיטואציות לא מוכרות.

ו. שילוב תחומים.

ז. גיוון בדרגת המורכבות של המשימות.

להלן נרחיב בתיאור כמה מן העקרונות שהנחו את צוות הפרויקט בפיתוח מאגר הפריטים. תיאורים אלה ילוו בדוגמאות של משימות מתוך המאגר, ואף יובאו מבחר תגובות של תלמידים ומורים שהשתתפו בניסוי פריטי המאגר.

#### א. התמודדות עם מצבי בעיה אותנטיים:

אנו מאמינים כי רוב הבעיות המוצבות לפני התלמיד צריכות להיות בעיות אמיתיות בעלות מטרה ברורה. בהוראה ובהערכה כאחת, חשוב כי הבעיות שיוצגו לתלמיד יציבו לפניו אתגרים, ואז, הפתרון יגרום לו סיפוק. שאלות רבות במאגר עוסקות בבעיות הלקוחות מהמציאות היום-יומית (למשל, סיווג ערים על-פי גודל אוכלוסייתן או חלוקת פיצה בין כמה אנשים), או מתבססות על עולמות זוטא בעלי "חוקי משחק" מלאכותיים, שעשויים, לדעתנו, לעניין את התלמידים (למשל, מיצוי אפשרויות תשלום בעולם שקיימים בו שני סוגי שטרות בלבד - של 5 "אומגות" ושל 7 "אומגות"). רק חלק קטן מהפריטים במאגר הם תרגילי חישוב, או שאלות מילוליות קצרות בעלות התוכן המקובל.

#### ב. שימוש באביזרים:

התנסות בשימוש בחומרים מעשירה את ידיעותיהם של התלמידים ומחזקת את המוטיבציה שלהם לבצע את המטלות. נציין כאן שלוש סיבות המצדיקות שימוש באביזרי

את יכולתם והבנתם במתמטיקה. לפיכך החינוך המתמטי וההערכה המתמטית צריכים להתבסס על חזון ועקרונות משותפים" (עמי 6-8).

## 2. מטרות מאגר פריטי ההערכה במתמטיקה

מטרת הפרויקט של מאגר פריטי ההערכה במתמטיקה היא לסייע למורה בשלוש דרכים:

- לקבוע אמות מידה להערכת הישגי תלמידיו.
- לספק דוגמאות שבעזרתן יוכל המורה לשפר את כישוריו בתחום הכנת פריטי מבחן.
- לשמש כלי המצביע על החומר העיקרי בתכנית הלימודים שבו התלמידים אמורים להגיע לרמת שליטה. העקרונות שהנחו את צוות המתמטיקה בפיתוח הפריטים גובשו לאור המטרות האלה ולאור התיאוריות והממצאים העכשוויים בתחום ההערכה האלטרנטיבית בכלל ובתחום החינוך המתמטי בפרט (MSEB, 1993; Pandey, 1991; 1989, NCTM). העקרונות הם:

1. להציג את המתמטיקה כמקצוע המאפשר התמודדות עם בעיות אותנטיות ומשמעותיות.
2. להדגיש את תהליכי הפתרון לעומת התשובה הסופית.
3. להדגיש תהליכי חשיבה ברמה גבוהה (הכללה, הנמקה, מיצוי אפשרויות, אומדן וכו').
4. להמעיט בשימוש טכני במיומנויות חישוביות ולהתיר שימוש במחשבון.
5. להביא לתלמיד גם בעיות לא מוכרות שאין להן פתרון אלגוריתמי.
6. להביא לתלמיד בעיות שיש להן כמה פתרונות אפשריים.
7. לשלב נושאים מתמטיים שונים במשימה אחת.
8. לאפשר לכל תלמיד למצות את מרב היכולת המתמטית שהוא יכול להגיע אליה.
9. לאפשר גם לתלמידים בעלי יכולת מתמטית נמוכה להתנסות במשימות חקר.

בראשית תהליך הפיתוח הוכן מאגר ובו יותר מ- 300 פריטים, המקיפים את תכנית הלימודים של כיתה ד'. רוב הפריטים מקובצים ב"אשכולות", שיוצרים משימות מדורגות ומאפשרים לכל תלמיד לפעול בהתאם ליכולתו.

בשלב הבא נוסו הפריטים בכיתות. כל משימה הכלולה במאגר נוסתה בקרב קבוצה של 150-250 תלמידים, הלומדים בכיתות ד' בבתי-ספר המייצגים את אוכלוסיית התלמידים.

## במשימת הגפרורים (איור 1)

נתונות מידותיה של קופסת גפרורים רגילה המכילה כ-40 גפרורים והתלמידים מתבקשים להציע מידות המתאימות לקופסה המכילה 80 גפרורים. בין הפתרונות הרבים האפשריים, התלמידים יכולים להציע כל קופסה שאחת משלוש מידותיה כפולה מן המידה המתאימה של הקופסה המקורית, ושתי מידותיה האחרות שוות למידות המקוריות.

א. מידותיה של קופסת גפרורים הם בערך

4 ס"מ x 5 ס"מ x 2 ס"מ (ראו ציור)

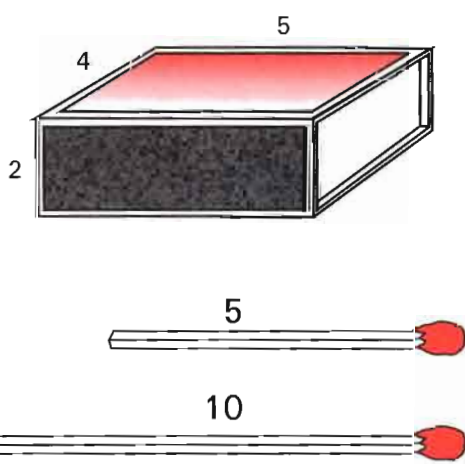
בכל קופסא כ-40 גפרורים

1. רשמו מידות אפשריות לקופסה המכילה כ-80 גפרורים.

2. הנהלת בית-החרושת החליטה לייצר גפרורי "גימבור", שהם ארוכים פי שתיים מהגפרורים הרגילים (העובי נשאר כשהיה).

א. רשמו מידות אפשריות לקופסה המכילה כ-40 גפרורי "גימבור".

ב. רשמו מידות אפשריות לקופסה המכילה כ-80 גפרורי "גימבור".



איור 1

הוראה גם בתהליך ההערכה: השאיפה לחפיפה בין סגנון ההוראה לבין סגנון ההערכה; הניסיון לתת לתלמיד את הכלים הדרושים להבנת המצבים החדשים המוצגים במשימות; הניסיון להעביר לתלמיד את המסר, כי המתמטיקה אינה מקצוע "סטריילי" שעובדים בו רק בעזרת נייר ועפרון. על-פי התפיסה הזאת, המאגר מכיל גם שאלות שמבוססות על שימוש בבדידים, גזרי נייר או קיפולי נייר, בניית תיבות, עבודה בלומדת מחשב ושימוש בכרטיסי הברקה בידי המורה. כאן המקום לציין עוד, כי עקב הסיבות שצוינו לעיל, אנו ממליצים לאפשר לתלמידים להשתמש במחשבוניס במהלך עבודתם במרבית המשימות שבמאגר.

למרות העובדה שבמבחנים המקובלים ממעטים להציג משימות שדורשות התמודדות עם מצבי-בעיה או משימות הדורשות הסתייעות באביזרים, הרי שתגובות המורים שהשתתפו בניסוי משימות המאגר מהסוג הזה היו חיוביות בהחלט. נביא כדוגמה את תגובתה של מורה אשר ניסתה בכיתה משימה הדורשת גזירת ניירות:

האווירה בכיתה היתה נעימה, הילדים נהנו לעבוד בעבודות גזירה ולבדוק את תשובותיהם... אפשר לראות ילדים שמבינים יותר כשהם מבצעים באופן מוחשי... יש ילדים המסוגלים להבין ללא גזירה.

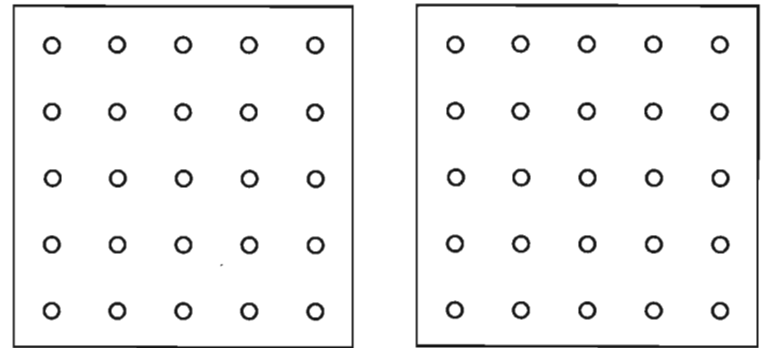
### ג. מעקב אחר תהליך הפתרון:

הדגשת תהליך הפתרון, ולא דווקא התמקדות בתוצאה הסופית, היא מגמה המסתמנת היום בהוראה. לפיכך גם בהערכת יכולתו המתמטית של תלמיד. המעקב אחר תהליך הפתרון ואחר תהליכי החשיבה המנחים את התלמיד יש חשיבות רבה. רוב המשימות במאגר כוללות סעיפים אחדים הקשורים זה בזה ומסודרים בדרך כלל בדרגת קושי עולה הן מבחינה טכנית והן מבחינת כושר החשיבה המתמטי. מבנה זה מאפשר לכל תלמיד להתמודד עם הבעיה הנתונה בהתאם ליכולתו, ולכן מתעד את תהליך הפתרון ויכול להיות אינדיקטור לרמתו המתמטית של התלמיד. המורה שמשמש במאגר יכול לעקוב אחר תהליכי החשיבה של התלמיד. חלק משאלות המאגר אינן מתעלות את החשיבה לערוץ יחיד ומוגדר מראש, המוביל לתוצאה סופית יחידה, אלא מאפשרות בחירה וחקירה של אפשרויות שונות על-פי שיקוליו האישיים של התלמיד. הן מספקות הזדמנות להפעיל חשיבה רב-כיוונית (דיוורגנטית). לדוגמה נביא שלוש משימות.

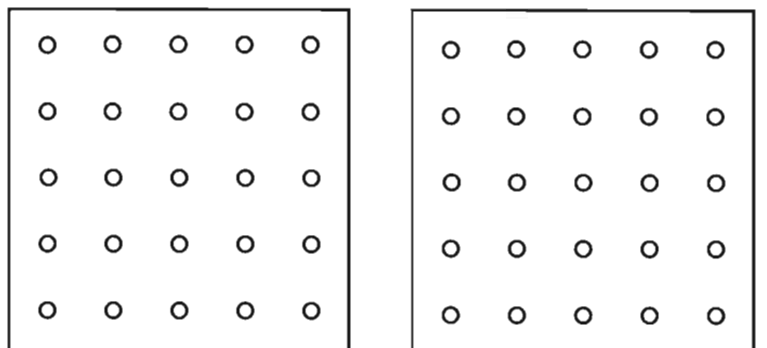
## במשימת המרובעים (איור 2)

התלמידים מתבקשים לסרטט מרובעים על סמך תכונות נתונות. לכל שאלה במשימה זאת מספר רב של תשובות אפשריות.

1. מרובע שצלעותיו שונות זו מזו. (שרטטו שני מרובעים שונים כאלה).



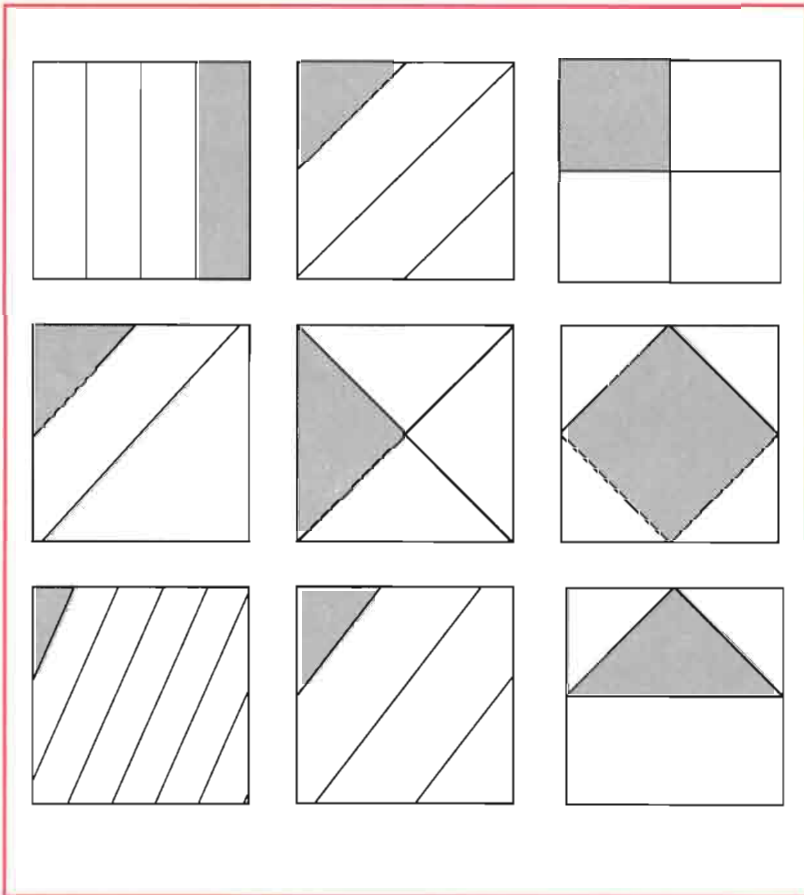
2. מרובע שיש לו שתי זוויות ישרות ושתי צלעות שוות (שרטטו שני מרובעים שונים כאלה).



איור 2

## במשימה צביעת רבע ריבוע (איור 3)

מתבקשים התלמידים לצבוע רבע ריבוע בשש דרכים שונות. איור 3 מכיל כמה דוגמאות של תשובות תלמידים (חלקן נכונות וחלקן שגויות). דוגמאות אלה ממחישות כיצד שאלה פתוחה מאפשרת תשובות יצירתיות מצד אחד, וחושפת תהליכי חשיבה נכונים או מוטעים מצד אחר.



איור 3: תשובות תלמידים למשימה צביעת רבע ריבוע.

## בביליורפיה

Kulm, G. (Ed.) (1990). Assessing higher order thinking in mathematics. Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Lesh, R & Lamon, S.J. (Eds) (1992). Assessment of authentic performance in school mathematics. Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Mathematical Sciences Education Board, National Research Council (1993). Measuring up: Prototypes for mathematics assessment. Washington, DC: National Academy Press.

Mathematical Sciences Education Board. National Research Council (1993). Measuring what counts: A policy brief. Washington, DC: National Academy Press.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, Va.: the council.

Pandey, T. (1991). A sampler of mathematics assessment. Sacramento, Ca.: California Department of Education.

המשך הצגת מאגר הפריטים בגיליון מס' 15.