

## עקום... אמנם!

הפתעת הילדים הייתה בסוף יצירה ב: כיצד ייתכן שמקבלים מקווים ישרים צורה שנראית קו עקום? האם זו אשליה? האם זה באמת קו עקום? שאלות אלו נתנו הזדמנות לחזור על מאפיינים של קווים שונים.

הרעיון גירה את הילדים ליצירה אומנותית ולחיפוש חומרים רלוונטיים. (תלמיד אחד אף הביא מהמחסן של אביו ספר ברוסית בנושא קווים ואשליות עין.) אחרי ביצוע היצירות הראשונות התלהבות התלמידים הייתה עצומה והיא גררה אותם לעוד שרטוטים. יש לציין שכל היצירות הן עבודת יד עם סרגל ועיפרון בלבד, ולא עבודת מחשב.

### תכנים ותוצאות

לעבודה זו הוקדשו שישה שעורים. במהלכה הספיקו התלמידים להכיר את מערכת הצירים ומאפייניה, וגם שיננו ברצון את מושגי היסוד הגיאומטריים, כגון נקודה, קו, ישר, קטע, קרן, זווית, אנך, מקבילים ומישור. התבוננות וניתוח של כמה מהציורים הובילו להעמקת ההבנה בנושא הסימטריות: סימטריה שקופית, סיבובית, ודרגות סימטריה. תוך כדי עשייה נוכחו התלמידים שדרך נקודה אחת עוברים אין סוף ישרים, ושדרך שתי נקודות עובר רק קו ישר אחד. הם תרגלו אחיזה נכונה של הסרגל והעיפרון ולמדו לתקן את שגיאותיהם בעצמם. גם תלמידים בדרך כלל אינם מוצאים עניין בגיאומטריה התלהבו מהנושא, שרטטו בשמחה ואף שיתפו את הוריהם.

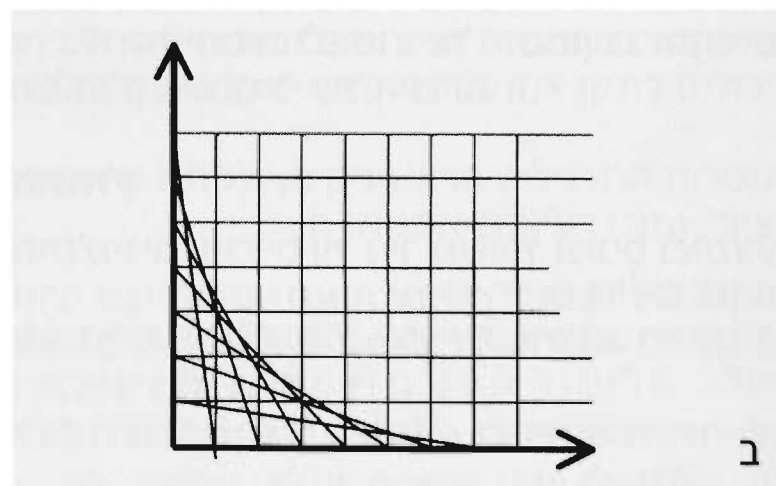
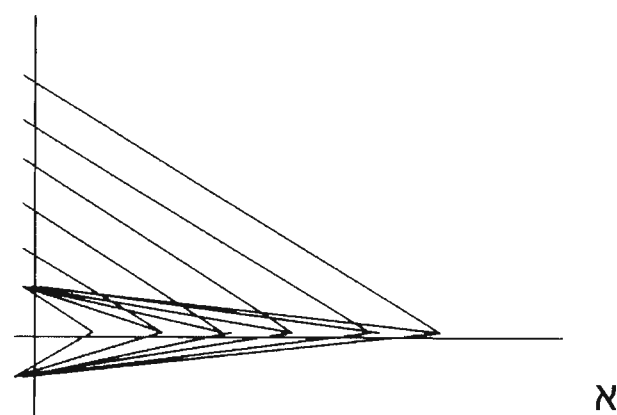
### ומה ההמשך?

אני מקווה שכלי זה יעזור להם בהמשך, בחטיבה ובתיכון, להבין ולהעמיק בנושא מערכת צירים, גרפים, פונקציות ועוד. לדעתי אפשר בדרך של יצירתיות לעורר רצון ללמידה אצל תלמידים שהמתמטיקה עבורם היא עול כבד, וזה מה שנקרא "מתמטיקה בכיף". לצערי הרב לא תמיד ניתן

הוראת הגיאומטריה בבית-הספר יסודי הייתה במשך זמן רב נושא מוזנח ומוקד לקשיים למורים ולתלמידים. אנו מציגות במאמר זה עבודות של תלמידים בתחום זה, המלוות תיאור של תהליך הלמידה בכיתה מפי מורת הכיתה וכן את ההיבט התיאורטי שעליו הוא מתבסס.

### תהליך הלמידה בכיתה (שרה סטריש)

במסגרת לימוד נושא "מערכת הצירים" משולב עם חישובי שטח בכיתה ו' בבית-הספר נווה בדימונה התבקשו התלמידים להשתעשע בקווים ובנקודות על פני הצירים. כפתיחה למשימה הוצג בפניהם הרעיון הבא: איזה צורות אפשר לקבל על ידי חיבור נקודות השייכות לצירים. להלן כמה דוגמאות לאפשרויות שונות:



להשתעשע, כי מעל ראשו עומדת תכנית הלימודים, שאותה עלינו להספיק ללמד בפרק זמן נתון.

## היבט התיאורטי ושלבי הלמידה (דניאלה לוזון)

העקרונות שעליהם מבוסס תהליך הלמידה שהוביל ליצירות התלמידים הם: "תפיסת" המשמעות של מושג באמצעות השימוש בו (Vergnaud) בידי התלמיד ו"מיסוד" המושג אחרי שלב הבניה (Brousseau).

לפי Vergnaud הילד רוכש לעצמו מושג באמצעות השימוש בו כ"כלי"; הוא מבין את תכונותיו תוך כדי בדיקה של מה אפשר לעשות ומה אי אפשר לעשות בעזרתו; זה המושג "בעשייה" (EN ACTE); בשלב זה, מונחים אחרים, השייכים לידע של הילד, משרתים אותו בתהליך. בהמשך, המושג הנחקר מתווסף למושגים קיימים ומשרת את הלומד בחקירות נוספות.

Brousseau מגדיר ארבעה שלבים בהקניית מושג:

1. הבנת "מצב-בעיה" את הבעיה מציגה המורה, המגדירה את המסגרת שבה המושג יופעל או יתגלה בידי התלמידים.
2. עבודת הגילוי או הפעלת המושג בידי התלמידים, המגלים אותו כתשובה לבעיה או למשימה.
3. "התמסדות" המושג בנפרד מתוכן, הגדרות תנאי השימוש, הסכמים, כתיבה.
4. שימוש במושג במצבים אחרים ובהקשרים של נושאים או תחומים אחרים.

במקרה המתואר כאן, ה"תכונה - הגדרה" של הקו הישר - דרך שתי נקודות עובר רק קו ישר אחד - ותכונות הסימטריה הן מוקדי הלמידה. טיב הנושא מחייב הכנסתו ושימוש במסגרת גרפית.

● בחירת מערכת צירים כמסגרת הלמידה (שלב ראשון של Brousseau) נובעת מהרצון לתת לתלמידים כלי נוח, חזק, ויעיל לנושאים רבים במתמטיקה ומחוצה לה, גם בבית-ספר יסודי למשל: סימטריה, מרובעים, היקף, שטח, שברים, סטטיסטיקה), גם בחטיבת-ביניים ובתיכון למשל: פונקציות, גיאומטריה אנליטית וכן מהעובדה שהמסגרת היא נושא לימודי בפני עצמו ולא רק "תירוץ" ללמידה.

● במסגרת זו תפקיד התלמידים אינו לגלות תכונות, אלא לפתח מיומנויות ולהשתמש בהן למשל להבנת הסימטריה.

● תפקיד המיסוד (מוסכמות מערכת הצירים, תכונות הקו הישר, אוצר מילים) חיוני לאור השימוש הנרחב בעתיד, למרות הזמן הקצר יחסית המוקדש לחלק זה בלמידה. ● לעומת זאת, היישום עבודות התלמידים והדיונים, הם החלק העיקרי של המערך. אפשר ללמד את הנושא בכל כיתה, החל מכיתה ב', הוא מעורר מוטיבציה בזכות המרכיב הגדול של יצירתיות ובשל טיב התוצר שתלמיד מקבל תמורת השקעתו.

אף על פי שתהליך הלמידה מהיר יותר בכיתות הגבוהות, אם לא עוסקים בו בכיתות הנמוכות מפסידים אפשרויות לשימוש ממושך בנושא זה ככלי, לאורך השנים, מה שהעלול לעכב את פיתוח מיומנויות התלמידים בתחום.

במהלך העבודה ארבעה שלבים, ולכל אחד מהם יש רציונל, חשיבות וקשיים משלו:

1. בניית מערכת הצירים;
2. אפשרויות לקשר בן נקודות;
3. יצירות התלמידים;
4. דיון והרחבה.

תפקידי המורה והתלמיד משתנים במשך התהליך בשלבים שונים, דבר המעשיר את כולם.

## 1. בניית מערכת הצירים

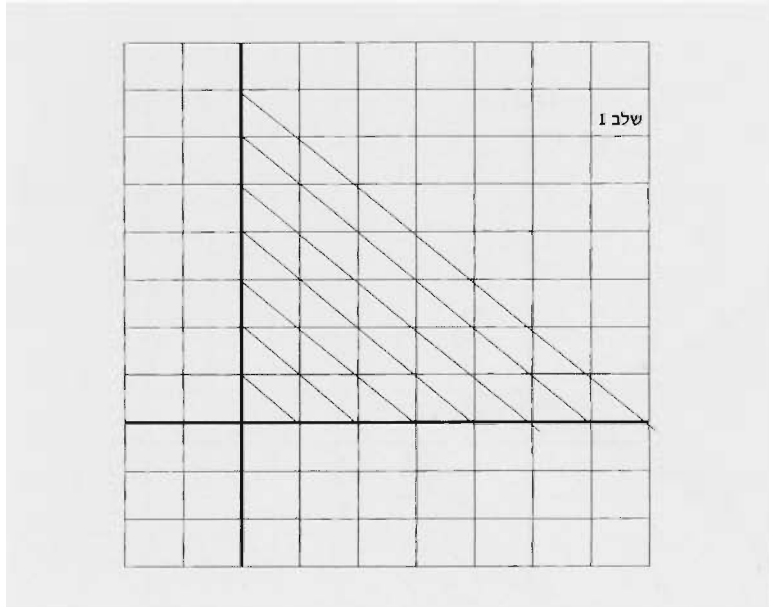
שלב זה מהווה מפגש ראשון עם כלי חדש, ובסיס להמשך העבודה (החשיבות המתמטית של מערכת הצירים הוזכרה קודם): התלמידים צריכים להכיר ולהפנים את חוקי השימוש במערכת צירים, ובשלב זה בלי התייחסות לפוטנציאל הטמון בו. הקשיים הם חלק אינטגרלי של היכרות זו.

### התהליך

התלמידים עובדים על נייר משובץ ובונים באמצע הדף שני קווים (מאוזן ומאונך), מציינים שהם מאונכים זה לזה (מומלץ להשתמש במונחים הנכונים כבר בכיתה ב').

לנקודת החיתוך נקרא ראשית הצירים: תחילה עובדים ברבעון הראשון (ימין למעלה), על

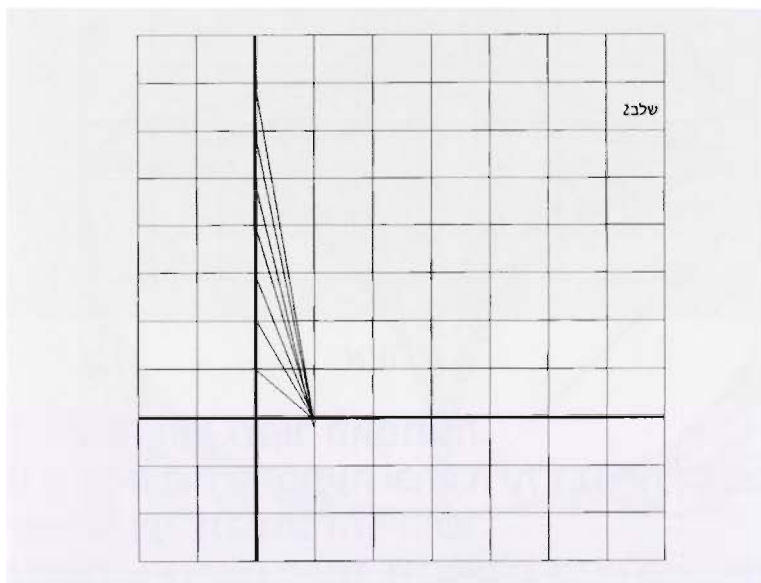
- הוא מבצע התאמה ( מ 1 ל 2, מ 2 ל 1... ).
- הוא מפתח הרגלי דיוק וסדר, בעזרת שימוש בסרגל ובנייה בשלבים.
- הוא מתקן את עצמו (אפשר לראות מיד ששני קווים אינם מקבילים).



איור 2

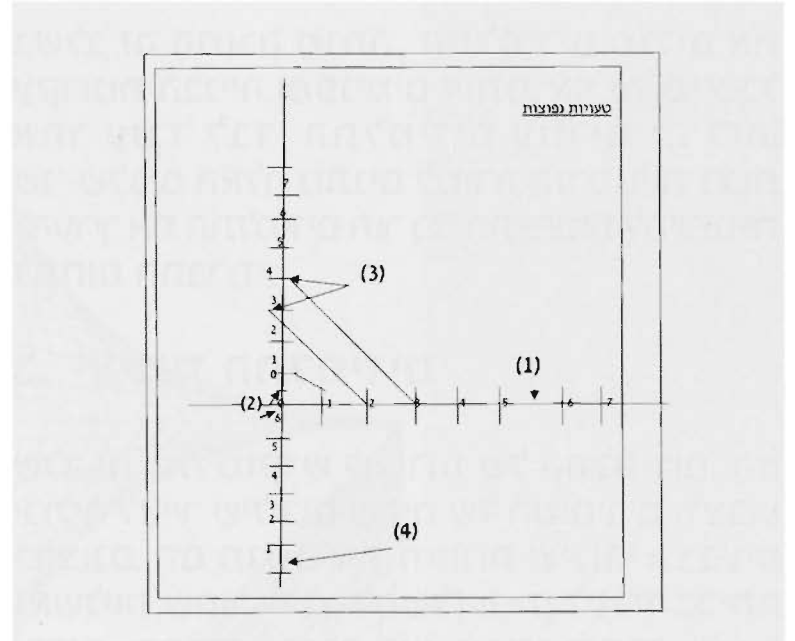
### מנקודה על ציר ה-X לנקודות על ציר ה-Y (איור 3)

- תרגיל קשה הדורש דיוק;
- יש בו חשיבות לא מבוטלת לכלים (עיפרון מחודד היטב, וסרגל בלי פגמים); ולמיומנות טכנית של התלמיד;
- התלמיד "משתמש" במושגים של זווית, וסדרה. התרגיל קשה יותר מהתרגיל הבא אחריו על מנת שכבר בשלב מוקדם ימצא התלמיד דרכים להתמודד עם קשיים הנובעים מהצורה.



איור 3

כל ציר מסמנים שנתות, במרווח של שתי משבצות, וממספרים אותן, ולאחר מכן פועלים באותה צורה ברבעונים האחרים. זהו שלב איטי למדי, וקושי המשימה תלוי בכיתה שבה מבצעים אותה. "הנקודות העדינות" הן (איור 1)



איור 1

- מיקום סימני המספרים על הצירים (רווחים שווים): (1)
- ציון ה"0": תלמידים רבים משתמשים בנקודות שונות עבור כל ציר. (2)
- אחיזה לא נכונה של הסרגל והעיפרון. בשלב זה התלמידים מבצעים את ההוראות של המורה, הדואג לכך שכל התלמידים יהיו מוכנים להמשך.

## 2. אפשרויות לקשר בין נקודות

בחירת האפשרויות (ראה ציורים 2-5) אינה אקראית: הן בעלות תכונות המובילות ללימוד נושאים שונים, ומפתחות מיומנויות לצורך; הן בנויות כך שהתלמידים יכולים לתקן את עצמם מפני שכל טעות בולטת.

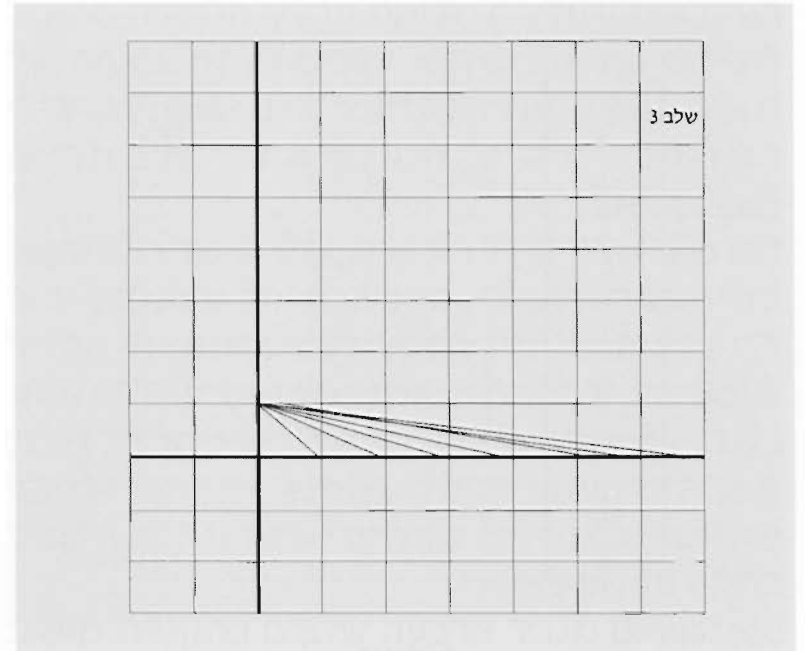
מטרות התרגילים הראשונים הן: לפתח מיומנויות ציור, ומתן רעיונות אמנותיים.

### המקבילים (איור 2)

- התלמיד נפגש ומשתמש במושג המקבילים לפני שלב הלימוד הפורמלי (ראה ההקדמה).
- הוא לומד איך נראים מקבילים, ו"פנטז" לציר אותם.

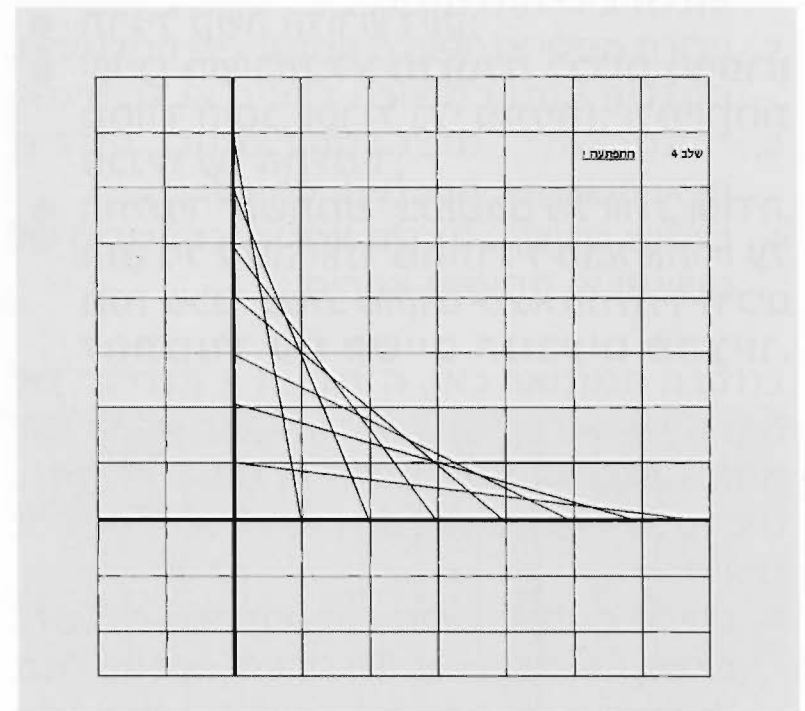
## מנקודה על ציר ה-Y לנקודות לציר ה-X. (איור 4)

התרגיל מהווה יישום של התרגיל הקודם. בכיתות מסוימות כדאי אולי להפוך את הסדר לכיתות מסוימות.



איור 4

## המוטיב אחרון (שנראה היפרבולה) (איור 5)



איור 5

תרגיל זה הוא מקור ההפתעה. בדיון על סיבות ההפתעה ובחזרה על הגדרות הקווים השונים ועל תכונות הקו הישר. השאלה הנפוצה ביותר שנשאלת בדיון היא: איך אפשר ליצור מעגל?

- בכל התרגילים, המוקש העיקרי טמון ביצירת קו ישר בין שני סימני נקודות (3). ברוב המקרים התלמידים עצמם מבקשים להרחיב את התרגיל לרבעונים אחרים, ואז נוצר קושי חדש: המספור של הקרניים 'OX'-OY' (4)

בשלב זה המורה מנחה, התלמידים מגלים את עקרונות הבנייה ומפנימים אותם. אף על פי שכל אחד עובד לבד, התלמידים עוזרים זה לזה. שני שלבים האלה נותנים למורה הזדמנויות רבות להעריך את התלמידים תוך כדי התייחסות למיומנויות לתחום החברתי.

### 3. יצירות התלמידים

שלב זה כולו מוקדש ליצירות של התלמידים: הם יכולים לצייר שילובים שונים של המוטיבים ולצבוע כרצונם. הם מגלים את תכונות שילובי הצבעים (אשליות שחור-לבן, למשל) וניתן לעבוד בכיתה ובבית. תפקיד המורה הוא בעיקר לעודד, ולנהל עם התלמיד שיח מתמטי סביב יצירתו. זו גם הזדמנות להערכה נוספת שונה מקודמתה. אין בשלב זה טעויות!

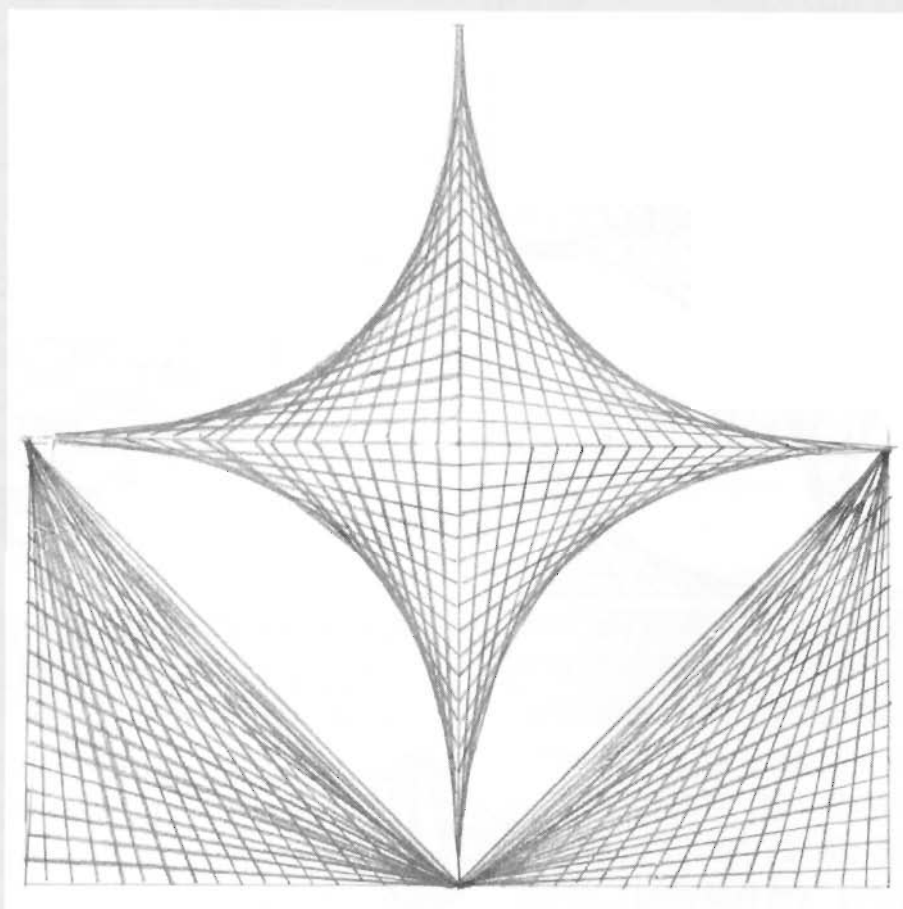
### 4. דיון והרחבה

- היצירות מהוות בסיס לדיונים רבים סביב עקרונות בנייתם:
- כוונות היוצרים;
  - המושגים המתמטיים המופעלים, ובעיקר הסימטריות;
  - השפעת הצבע באפיונים של יצירה;
  - אפשרויות לצירוף יצירות;
  - הקשר עם אמנים גדולים ועוד.

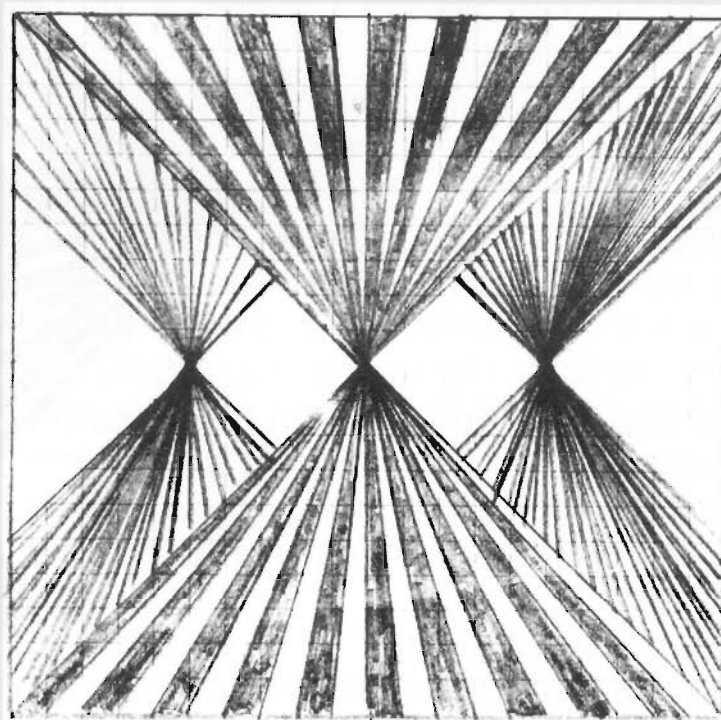
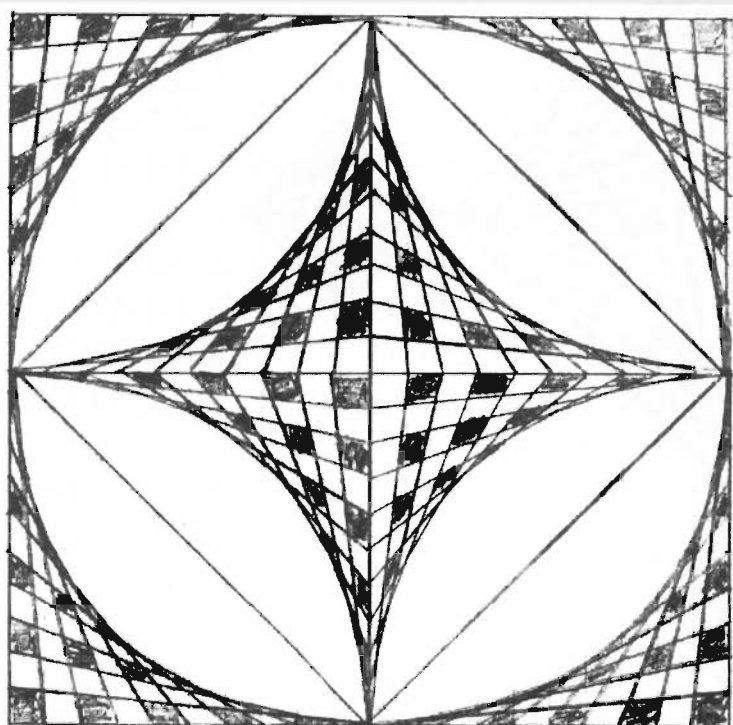
בשלבים הקודמים התלמיד עבד לבד, ובשלב זה מתבקשת השתתפות כל הכיתה עם המורה כמנהל הדיון. בדרך כלל דיונים האלה מובילים לרעיונות ליצירות נוספות.

לסיכום, שימוש ביצירות התלמידים כחומר לימוד מגביר את ביטחונם, את אהבתם לגיאומטריה, החשובה להמשך לימודיהם, ומדגים את הקשר בין הנלמד בכיתה, למציאות ולאישיות התלמיד.

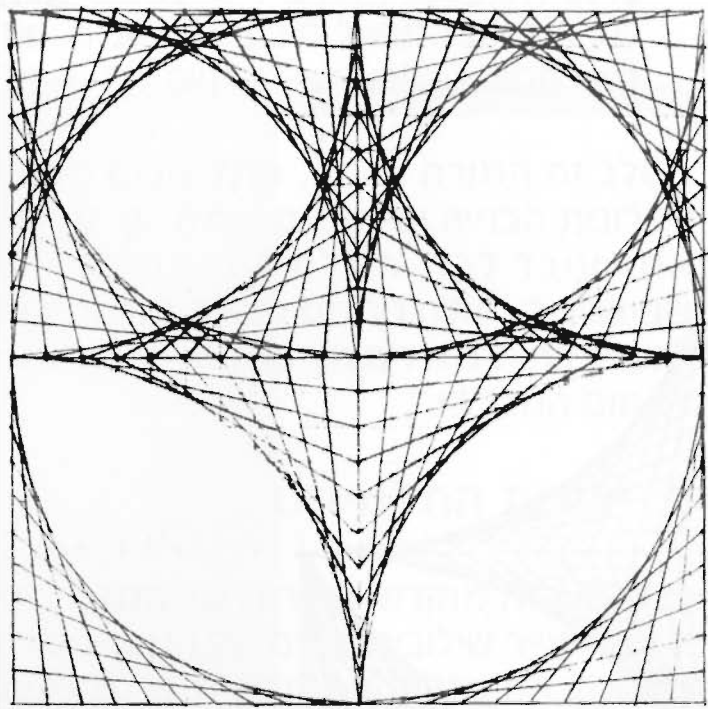
הערה: בניגוד לחששות של המורה שרה, התהליך אינו מחוץ לתכנית הלימודים, הוא אינו שעשוע סתם והוא מהווה דוגמה מצוינת לנושא אינטגרטיבי, המשלב הפעלת מושגים שונים, מיומנויות ושימוש בכלים מתמטיים.



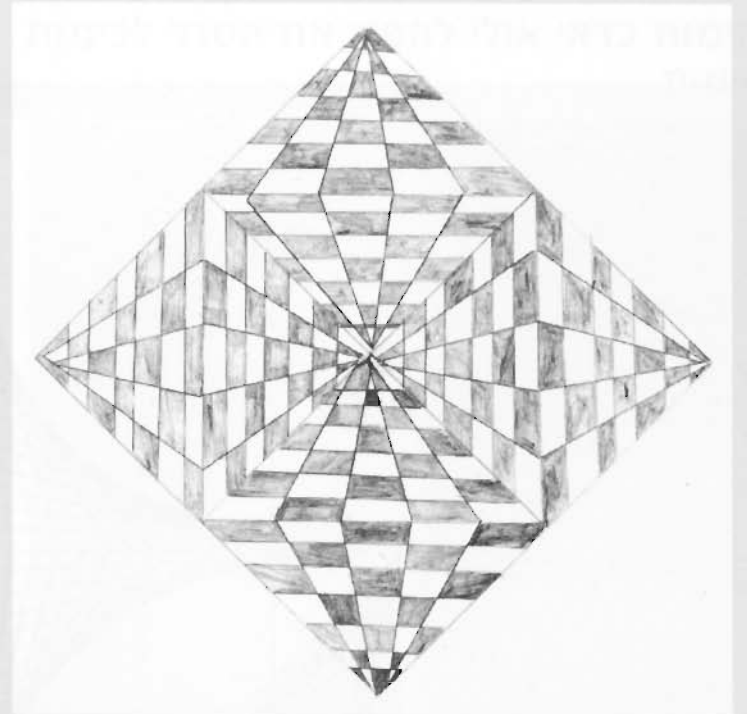
אלדד כפיר



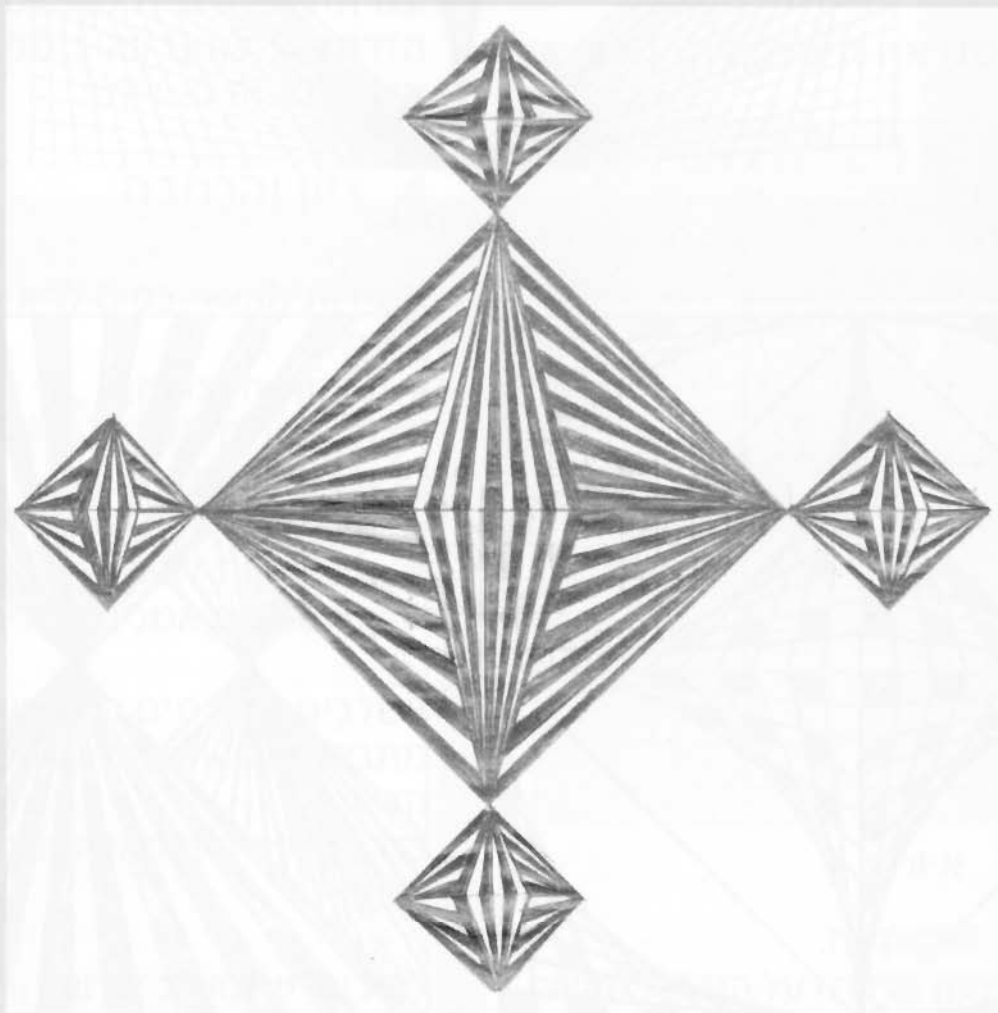
ולדיק סמולנסקי



יוסי לפובסקי



מרינה ירמילוב



נטליה ניסור